



Formular problemas y la competencia profesional

Augusta **Osorio** Gonzales
Pontificia Universidad Católica del Perú
Perú

arosorio@pucp.edu.pe

Elizabeth **Advíncula** Clemente
Pontificia Universidad Católica del Perú
Perú

eadvincula@pucp.edu.pe

Maritza **Luna** Valenzuela
Pontificia Universidad Católica del Perú
Perú

luna.m@pucp.edu.pe

Miluska **Osorio** Martínez
Pontificia Universidad Católica del Perú
Perú

mosoriom@pucp.edu.pe

Resumen

El presente taller tiene como objetivo que los participantes formulen un problema para introducir el estudio de la función lineal en una clase con estudiantes de educación media inferior, identifiquen los conocimientos matemáticos involucrados en la resolución de dicho problema y establezcan conexiones con otros conocimientos matemáticos. Con base en el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MSTK), utilizaremos los subdominios KoT y KSM para que los participantes puedan identificar el conocimiento matemático movilizado durante el desarrollo de las actividades propuestas en el taller. Se espera que los participantes conozcan herramientas que ayuden a la reflexión sobre su práctica docente.

Palabras clave: Competencia profesional; Conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MSTK); Educación Matemática; Formulación de problemas; Formulación de tareas; Función lineal; Sesiones de clase.

Introducción

La planificación de clases es una de las tareas fundamentales del profesor de Matemáticas, ya que permite organizar estrategias de enseñanza que favorecen el aprendizaje significativo de los estudiantes. Dentro de este proceso, la formulación de problemas es una competencia esencial que influye en la manera en que los estudiantes interactúan con el contenido matemático, desarrollan habilidades de razonamiento y construyen su comprensión de los conceptos.

En estudios relacionados con la actividad de formulación de problemas se encuentran varias posibles definiciones para ella. Para Martín-Díaz (2022) señala que la mayoría de trabajos referidos a la formulación de problemas tiene como nexo común la propuesta de Silver (1994). Así, Silver (1994) señala que la formulación de problemas abarca la generación de nuevos problemas y la reformulación de problemas existentes, pudiendo ocurrir ambas fases antes (a partir de un objeto, imagen, historia, etc.), durante (al simplificar un problema no trivial para hacerlo más accesible a la solución) o después (al ampliar un problema o al utilizar el conocimiento adquirido para otros problemas) del proceso de resolución de problemas.

Los problemas que un profesor propone en sus clases pueden originarse de dos formas principales: pueden ser seleccionados de un conjunto definido de recursos o pueden ser creados por el propio docente. En el primer caso, el profesor puede recurrir a fuentes como un banco personal de problemas, el libro de texto del curso, materiales bibliográficos de la institución o personal, recursos en internet o incluso problemas compartidos por otros colegas. En este escenario, el docente debe seleccionar y, en muchos casos, adaptar los problemas para ajustarlos a los objetivos pedagógicos y a las características específicas de sus estudiantes. Por otro lado, si el profesor decide crear sus propios problemas, lo hace generalmente para alinearlos mejor con sus metas de enseñanza, adaptar el nivel de complejidad (ya sea simplificándolos o enriqueciéndolos) o responder a las necesidades particulares de su grupo de alumnos. En esta situación, el docente diseña todos los elementos del enunciado, lo que le permite un mayor control sobre el enfoque y la profundidad del problema.

Con el desarrollo del taller, se espera responder a la pregunta: ¿Cómo pueden los docentes reflexionar y mejorar sus procesos de formulación de problemas, utilizando el modelo MTSK, para fortalecer sus conocimientos matemáticos y didácticos en temas como la función lineal? Esta pregunta no solo guía el objetivo central de la propuesta, sino que también orienta la reflexión sobre cómo la selección, adaptación o creación de problemas puede impactar en la efectividad de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.

Antecedentes: Definición y relevancia de la formulación de problemas en la práctica docente

La formulación de problemas es considerada un recurso fundamental en la enseñanza de las Matemáticas, ya que es un medio a través del cual se puede facilitar el aprendizaje de las Matemáticas de los estudiantes. Se considera una competencia esencial del docente y dentro del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MSTK) se ubica específicamente en el conocimiento de la enseñanza de las Matemáticas (KMT), subdominio del conocimiento pedagógico del contenido (PCK).

Numerosos estudios han resaltado el impacto de la formulación de problemas en la enseñanza. Xu et al. (2020) destacan que este proceso fortalece las competencias docentes al mejorar la comprensión del pensamiento matemático de los estudiantes. Además, Cifarelli y Sevim (2005) subrayan que la formulación de problemas puede integrarse con la resolución de problemas, permitiendo reformularlos y dotarlos de mayor significado, lo que favorece la construcción del conocimiento matemático.

Por ello, se considera importante que los profesores establezcan los criterios en que basan su formulación de problemas, pues eso les ayudará a reflexionar sobre nuevas estrategias que favorezcan el desarrollo de su habilidad en formular problemas y que redundará en la elaboración de problemas muchos más motivadores y retadores para sus alumnos, que en el caso de este taller serán sobre el tema de función lineal.

Con respecto al objeto matemático, función lineal, encontramos que Silva y Nogueira (2021) realizan una revisión bibliográfica de tesis de maestría en la plataforma CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) de Brasil, desde 2007 hasta 2017 y encuentran 28 tesis que tienen como objetivo identificar las dificultades que el alumno presenta al estudiar funciones afines. Las dificultades en el aprendizaje de la función lineal no se restringen al nivel secundario, pues también están presente en la educación superior en los cursos de Matemáticas del primer ciclo del nivel universitario. Por ejemplo, en la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP) la función lineal está presente en los sílabos de los cursos de Fundamentos de Cálculo (1MAT05) de Estudios Generales Ciencias, Matemática Básica (MAT155) de Estudios Generales Letras, Matemática de la Facultad de Educación (1MAT13), etc. Durante la enseñanza de estos cursos se han encontrado que los alumnos presentan serias deficiencias en el manejo de la función lineal, a pesar de que lo trabajaron en el nivel secundario. Una de las razones para trabajar este objeto matemático, en particular dentro de nuestro taller, radica en la preocupación porque los participantes analicen sus estrategias de enseñanza basadas en la formulación de problemas y de ese modo la experiencia contribuya a un aprendizaje más significativo de sus alumnos.

Dada esta problemática, este taller propone que los docentes analicen sus estrategias de enseñanza desde la formulación de problemas, buscando diseñar situaciones de aprendizaje más efectivas. A través de esta reflexión, se espera que los participantes desarrollen estrategias didácticas que favorezcan una mejor comprensión de la función lineal y, en consecuencia, un aprendizaje más sólido y significativo para sus estudiantes.

Referencial teórico

En este taller tomamos como base el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) propuesto por Carrillo et al. (2018), que se sustenta en los trabajos de Shulman (1986) y Ball et al. (2008). Este modelo es una herramienta analítica que permite explorar, en detalle, el conocimiento que moviliza el docente al desarrollar cualquier actividad profesional relacionada a la enseñanza de la Matemática, como por ejemplo la preparación de clases o la gestión de tareas, entre otras. El modelo MSTK considera dos grandes dominios: Conocimiento Matemático (MK) y Conocimiento Didáctico del contenido (PCK).

El MK se divide en tres subdominios: Conocimiento de los temas matemáticos (KoT), Conocimiento de la estructura matemática (KSM) y Conocimiento de la práctica matemática (KPM). El PCK se divide en tres subdominios: Conocimiento de la enseñanza de las Matemáticas (KMT), Conocimiento de las características del aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) y Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las Matemáticas (KMLS).

Tabla 1
Subdominios del MSTK

Conocimiento de los temas (KoT)	Abarca qué sabe el profesor y con qué profundidad conoce los contenidos matemáticos útiles para enseñar. Este subdominio incluye cuatro categorías: procedimientos; definiciones, propiedades y sus fundamentos; registros de representación y fenomenología
Conocimiento de la estructura matemática (KSM)	Abarca aquellos saberes sobre las conexiones y las relaciones que existen entre objetos o elementos matemáticos. Este conocimiento es el que permite a los docentes comprender conceptos avanzados desde una perspectiva elemental y viceversa.
Conocimiento de la práctica matemática (KPM)	Incluye el conocimiento sobre las características de la actividad como herramientas sintácticas, como, por ejemplo: demostrar, definir, justificar o ejemplificar, así como una comprensión de los fundamentos lógico-matemáticos que sustentan todas estas prácticas. Este subdominio también abarca el conocimiento acerca de los procesos propios de la resolución y la formulación de problemas, como estrategias y heurísticos
Conocimiento de la enseñanza de las Matemáticas (KMT)	Comprende teorías, recursos, estrategias, etc., relacionadas con el saber y el aprendizaje de esa disciplina que el profesor pueda conocer y usar para organizar la lección de un determinado contenido.
Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM)	Contiene aquellos elementos del saber del profesor acerca del pensamiento, forma de actuar y procesos de comprensión de los estudiantes. Este conocimiento le permite al docente anticipar respuestas de los alumnos ante un determinado constructo o situación matemática.
Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)	Implica el saber referido a aspectos curriculares de la enseñanza de las Matemáticas, aquellos tanto contemplados en el currículo oficial como en los diversos elementos que organizan qué se debe aprender, cómo, y en qué orden.

Fuente: Elaboración propia.

En el taller, vamos a utilizar los subdominios KoT y KSM del modelo MTSK para que los participantes puedan identificar el conocimiento matemático movilizado durante el desarrollo de las actividades propuestas en el taller.

Así, en relación con el conocimiento de los temas (KoT) los participantes identificarán definiciones, propiedades, procedimientos, representaciones y aplicaciones relacionados con la función lineal; y con respecto al conocimiento de la estructura de las Matemáticas (KSM) los participantes identificarán conexiones entre la función lineal y otros conocimientos matemáticos.

En relación con la estructura de un problema, se adoptará la propuesta de Malaspina (2017), quien identifica los elementos del enunciado de un problema en cuatro componentes: **información, requerimiento, contexto y entorno matemático**, los cuales se describen a continuación.

- La información está compuesta por los datos cuantitativos o las relaciones entre datos no cuantitativos que se colocan en el enunciado del problema.
- El requerimiento que consiste en lo que se solicita como solución del problema, puede ser cuantitativo o cualitativo.
- El contexto se refiere a la realidad donde se trabaja el problema y en algunos casos puede ser simplemente un contexto intra matemático.
- El entorno matemático consiste en el marco matemático en el que se ubican los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir en la solución del problema.

Estrategia para desarrollar el taller

Este taller está dirigido a profesores de secundaria en ejercicio o futuros profesores. El taller tiene por objetivo que los participantes formulen un problema para introducir el estudio de la función lineal en una clase con estudiantes de educación media inferior, identifiquen los conocimientos matemáticos involucrados en la resolución de dicho problema y establezcan conexiones con otros conocimientos matemáticos.

La primera actividad (30 minutos) consistirá en que los participantes, en grupos, propongan un problema que permita introducir el tema de función lineal para una clase con estudiantes de educación media inferior. Para ello, se les proporcionará un conjunto de problemas extraídos de diversos libros de educación media de editoriales españolas. Los participantes deberán seleccionar un problema del grupo de problemas dado o proponer un nuevo problema, e indicar las razones por las razones por las que seleccionan o proponen el problema.

La segunda actividad (50 minutos) consistirá en solicitar a cada grupo de participantes que resuelvan el problema seleccionado e identifiquen definiciones, propiedades, procedimientos, representaciones y aplicaciones presentes; y establezcan conexiones con otros conocimientos matemáticos.

La tercera actividad (30 minutos) consistirá en que cada grupo de participantes socialice las respuestas elaboradas para las dos actividades anteriores, las cuales serán discutidas a la luz de los subdominios KoT y KSM del modelo MSTK con los responsables del taller.

Para el desarrollo de cada actividad se entregará a cada grupo de trabajo los documentos necesarios. Por ejemplo, para las dos primeras actividades los docentes deberán completar las siguientes tablas.

Problema seleccionado o formulado	Razones de la selección o formulación

Figura 1. Plantilla de respuesta para la Actividad 1

Solución del problema seleccionado o formulado	
Definiciones	
Propiedades	
Procedimientos	
Tipos de representaciones	
Aplicaciones	

Figura 2. Plantilla de respuesta para la Actividad 2

Reconocimientos

Trabajo elaborado en el marco del proyecto de investigación Análisis de criterios para formular problemas matemáticos en profesores de educación secundaria con relación a la función lineal de la Pontificia Universidad Católica del Perú, bajo el código 2024-B-0055.

Consideraciones finales

Este taller busca la reflexión de los participantes en torno a la formulación de problemas para sus estudiantes.

Las actividades desarrolladas les permitirán revisar los conocimientos matemáticos que movilizan sobre un determinado objeto y las conexiones que pueden establecer con otros objetos matemáticos cuando formulan un problema. Se espera que esta revisión les permita encontrar estrategias para mejorar su competencia profesional en formulación de problemas.

La revisión de los subdominios del MTSK utilizados para el trabajo de las actividades de este taller y puestos en evidencia durante la socialización del mismo, les permitirá a los participantes conocer herramientas que ayuden a la reflexión sobre su práctica docente.

Referencias y bibliografía

- Ball, D., Thames, M.H., & G. Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Bicer, A., Lee, Y., Perihan, C., Capraro, M. M., & Capraro, R. M. (2020). Considering mathematical creative self-efficacy with problem posing as a measure of mathematical creativity. *Educational Studies in Mathematics*, 105(3), 457–485. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09995-8>
- Brown, S.I., & Walter, M.I. (2004). *El arte de plantear problemas* (3ª ed.). Psychology Press.
- Cai, J., & Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing: Conceptualization, advances, and future directions for research. *Educational Studies in Mathematics*, 105(3), 287–301. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-10008-x>
- Cai, J., & Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, 102, 101420.
- Cai, J., & Hwang, S. (2021). Teachers as redesigners of curriculum to teach mathematics through problem posing: conceptualization and initial findings of a problem-posing project. *ZDM Mathematics Education*, 53, 1403–1416. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01252-314>
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M.C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20, 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Carrillo, J., Montes, M., & Contreras, L. (2021). La competencia profesional en formulación de problemas escolares. En Grupo de investigación en Educación Matemática Universidad de Alicante (Eds.) *Ideas para la educación matemática: Perspectivas desde el trabajo de M^a Luz Callejo de la Vega* (pp. 163-182).
- Cifarelli, V. V., & Cai, J. (2005). The evolution of mathematical explorations in open-ended problem-solving situations. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 302–324
- Crespo, S., & Harper, F. K. (2020). Learning to pose collaborative mathematics problems with secondary prospective teachers. *International Journal of Educational Research*, 102, 101430. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.05.003>
- Cruz, M. (2006). A mathematical problem-formulating strategy. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 79–90.
- Headrick, L., Wiezel, A., Tarr, G., Zhang, X., Cullicott, C., Middleton, J., & Jansen, A. (2020). Engagement and affect patterns in high school mathematics classrooms that exhibit spontaneous problem posing: An exploratory framework and study. *Educational Studies in Mathematics*, 105, 435–456. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09996-7>
- Malaspina, U. (2017). La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. En J.M. Contreras, P. Arteaga, G.R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M.M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos* (pp. 1-14). <https://enfoueoontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Martín-Díaz, J. (2022). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas en contextos de formulación de problemas. [Tesis de doctorado, Universidad de Huelva] Montes, M.A., Carrillo, J. & Contreras, L. C. (2013). Conocimiento del profesor de matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa & N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 403-410). SEIEM.
- Pelcer, I., & Gamboa, F. (2009). Problem posing: Comparison between experts and novices. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33th conference of the International group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4 (pp. 353–360). PME.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas.

- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Schwab, J. J. (1978). *Science, curriculum and liberal education*. University of Chicago Press.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(2), 4–14.
<https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Silva, S. D., & Nogueira, C. M. (2021). Dissertações brasileiras relacionadas ao ensino de função afim sob a perspectiva das teorias da didática da matemática. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, 23(1), 448-472.
- Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. In P. C. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (pp. 518–525). Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Van Harpen, X. Y., & Presmeg, N. C. (2013). An investigation of relationships between students' mathematical problem-posing abilities and their mathematical content knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 117–132.
- Xu, B., Cai, J., Liu, Q., & Hwang, S. (2020). Teachers' predictions of students' mathematical thinking related to problem posing. *International Journal of Educational Research*, 102, 101427.
<https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.04.005>