



## Promoción de la argumentación en geometría: un análisis de las intervenciones de futuros docentes de Matemática

Andrea Araya

Centro de Investigación en Matemáticas y Meta-Matemáticas, Universidad de Costa Rica  
Costa Rica

[andrea.arayachacon@ucr.ac.cr](mailto:andrea.arayachacon@ucr.ac.cr)

Rebeca M. Ventura

Centro de Investigación en Matemáticas y Meta-Matemáticas, Universidad de Costa Rica  
Costa Rica

[rebeca.ventura@ucr.ac.cr](mailto:rebeca.ventura@ucr.ac.cr)

### Resumen

La argumentación es fundamental en el aprendizaje de la Matemática, ya que está estrechamente vinculada con la elaboración de argumentos, la movilización de justificaciones y el fortalecimiento del razonamiento matemático. Un futuro educador matemático debe fomentar intercambios discursivos argumentativos en sus clases para construir conocimiento matemático y facilitar el acceso a las justificaciones que permitan al estudiantado consolidar su comprensión de los conceptos. En esta ponencia, se presenta la identificación de acciones para promover la argumentación utilizadas por futuros educadores en su práctica profesional en una clase de geometría. Se llevó a cabo una investigación cualitativa, en la que se analizaron grabaciones de clases de geometría en secundaria. Utilizando el marco conceptual de argumentación colectiva TSCA, se identificaron gestos específicos que fomentan la argumentación, que son limitados por las tareas matemáticas en las que se desarrollan.

*Palabras clave:* Argumentación Colectiva; Argumentación Matemática; Costa Rica; Formación de Profesores; Razonamiento.

## **Definición y relevancia del problema**

Las actividades argumentativas en el aula de Matemática promueven el desarrollo conceptual matemático y favorecen un acercamiento a la Matemática como disciplina (Staples y Newton, 2016). Esto debido a sus vínculos con el establecimiento de conjeturas, la realización de justificaciones, la exploración y la evaluación de proposiciones matemáticas. Además, el valor de la argumentación en las clases de Matemáticas va más allá del ámbito escolar, ya que contribuye a la formación de ciudadanos críticos y reflexivos. Este proceso ocurre dentro de una estructura discursiva que considera premisas y condiciones para la movilización y organización del conocimiento (Schwarz, 2009).

El rol matemático y formativo de la argumentación justifica que actualmente, se haya incorporado de forma explícita en distintos planes de estudios de diversos programas de Matemática a nivel mundial (e.g. MEN, 2006). En Costa Rica, la reforma curricular del 2012 incorpora razonar y argumentar en los Programas de Estudio de Matemática (PEM) como uno de los cinco procesos matemáticos (MEP, 2012). Según los PEM, estos procesos matemáticos plantean una acción docente explícita para la mayoría de las actividades que se realizan en clase, relacionadas con la resolución de problemas, que se encuentran de forma transversal en todas las áreas (MEP, 2012). Bajo este panorama, la formación de futuros docentes de Matemática (FDM) debe capacitarlos para diseñar y gestionar actividades en las que los estudiantes tengan la oportunidad de construir y discutir argumentos matemáticos, entre otros.

Diversas investigaciones en Educación Matemática han evidenciado la importancia del rol del docente en el desarrollo de la argumentación en el aula (e.g. Bayindir et al., 2024; Solar y Deulofeu, 2016). En particular, los resultados del estudio de Mueller et al. (2014) destacan que el docente de Matemáticas emplea una combinación de acciones al promover la argumentación, entre ellas hacer públicas las ideas de los estudiantes y extender las ideas de los estudiantes. Dada la relevancia del docente en la gestión de actividades argumentativas y la explícita instrucción ministerial en Costa Rica, el objetivo de esta investigación es identificar y analizar los distintos apoyos que utilizan los futuros profesores de Matemáticas en la promoción de la argumentación en sus clases de Matemática. Los datos y resultados presentados en esta ponencia pertenecen a un estudio más amplio sobre la incidencia de la formación de docentes en la promoción de la argumentación.

## **Referencial teórico**

En la Investigación en Educación Matemática, existen diversas posturas teóricas sobre el concepto de argumentación (ver la revisión que realiza Molina et al. (2024)). La argumentación se enmarca dentro de las diversas interacciones discursivas que se desarrollan dentro del aula de Matemáticas, la cual se distingue al hacer disponibles proposiciones matemáticas acompañadas con las justificaciones que respaldan la aserción. Esta involucra un intercambio verbal para llegar a una conclusión a partir de la creación y evaluación de argumentos (Hanna, 2020) y busca que los participantes se convenzan del razonamiento empleado; dicho en palabras de Molina et al. (2024) busca aumentar o disminuir la aceptación de la afirmación en cuestión.

Para esta comunicación, se entenderá *argumentación* desde la perspectiva de Krummheuer (1995), el cual la define como un proceso social y discursivo donde se hacen disponibles las razones que respaldan una proposición cuando ésta es retada o puesta en duda. El producto de la argumentación es un argumento y dentro del proceso argumentativo se pueden generar distintos argumentos. El argumento, como producto, es una representación del razonamiento seguido por las personas que participan de los intercambios discursivos (Nussbaum, 2008). Para identificar un argumento, se seguirá el esquema básico de Toulmin (2003), el cual ha sido utilizado en investigaciones en Educación Matemática (e.g. Conner et al., 2014; Molina et al., 2024). El esquema básico de un argumento que propone Toulmin tiene tres partes: datos, conclusión y garantía. Los datos son aquellas proposiciones que fundamentan la conclusión enunciada, la garantía son las proposiciones que justifican la relación entre los datos con la conclusión y la conclusión es la proposición cuya aceptabilidad está en cuestión. Según Krummheuer (1995), durante el proceso argumentativo es retadora la identificación de la tipología de estas proposiciones puesto que no se desarrollan, necesariamente, en un orden particular. De manera que, es una herramienta que cobra relevancia teórica y metodológica una vez que se tienen los diálogos para comprender y mejorar futuras actividades argumentativas en clases de Matemática.

En el contexto educativo, cuando se hace referencia a la argumentación es relevante referirse a la argumentación colectiva. El nombre sugiere que se trata de un proceso social donde en conjunto se construyen y evalúan argumentos (Nussbaum, 2008). En el caso de clases de Matemáticas, la argumentación colectiva es entendida como una argumentación donde el docente y/o los estudiantes intercambian proposiciones matemáticas y sus respectivos respaldos (Conner et al., 2014). Para analizar las distintas acciones que los docentes realizan durante la argumentación colectiva, Conner et al. (2014) proponen el referente teórico conocido como Teacher Support of Collective Argumentation (TSCA en inglés), el cual fue construido analizando clases de futuros profesores de Matemática. Asimismo, dicha propuesta utiliza el modelo de Toulmin para analizar la actividad argumentativa para identificar los distintos apoyos docentes.

Dicho modelo contempla tres tipos de acciones. El primer tipo son las *contribuciones directas* del docente a una parte del argumento, esto es cuando el docente brinda explícitamente el dato, la conclusión o la garantía. Conner et al. (2014) amplían estos apoyos directos a las otras partes del esquema de Toulmin. Estos últimos no se utilizaron en esta investigación pues se delimitó al esquema básico del Toulmin (2003), el cual Krummheuer (1995) define como el núcleo del argumento. El segundo tipo de apoyo son las *preguntas* que promueven que el estudiante contribuya a partes del argumento. Por último, la tercera categoría de apoyos incluye *otras acciones* que pueden apoyar el desarrollo y exploración según los objetivos de la clase. En Tabla 1 se describen estos dos últimos apoyos.

Tabla 1

Apoyo docente en la actividad argumentativa según el marco TSCA

Tipos de preguntas	Descripción	Otras acciones	Descripción
Solicita información o un hecho matemático	Solicita calcular algo, identificar, recordar el conocimiento previo, recordar definiciones de términos.	Brinda directrices	Acciones para enfocar la atención del estudiante y/o argumento. Incluye resaltar partes, reenfocar a los estudiantes a un aspecto importante de la tarea.
Solicita una idea	Solicita comparar, conjeturar, generar una idea matemática. Preguntas como: ¿Qué tienen en común?	Informa	Acciones que brindan información para un argumento. Incluye clarificar una proposición con descripciones o gestos. Extender la respuesta de un estudiante para completarla. Resumir los principales elementos de la contribución del estudiante.
Solicita un método	Solicita demostrar o describir cómo hizo algo. Preguntas e indicaciones tipo “¿Cómo lo hizo?”	Repite o Recapitula	Acciones que repiten lo que ya fue declarado. Incluye explorar la contribución de alguien en la pizarra y parafrasear la contribución del estudiante.
Solicita una elaboración	Solicita elaborar una explicación, una explicación alternativa, interpretación, justificación de una idea, proposición o diagrama. Preguntas e indicaciones tipo “¿Por qué?”	Motiva y promueve la exploración	Acciones que contribuyen a la exploración matemática. Incluye motivar y hacer sugerencias.
Solicita una evaluación	Le pide evaluar o reconsiderar una idea matemática. Preguntas del tipo “¿Están de acuerdo con...?”	Evalúa aspectos matemáticos	Acciones que permiten corregir aspectos matemáticos. Incluye corregir un dato erróneo, validar, verificar la veracidad de una contribución en la clase.

Fuente: Adaptado de Conner et. al (2014). Traducción realizada por las ponentes.

## **Método y desarrollo conceptual**

Con el fin de identificar los distintos apoyos que utilizan los futuros profesores de Matemáticas en la promoción de la argumentación en sus clases de Matemática, se realizó una investigación cualitativa. Se utilizó la técnica de observación no participante para recolectar los datos. Las grabaciones se realizaron en una institución pública de secundaria en Costa Rica, en la grabación no aparecen los rostros de los estudiantes, únicamente se capturó el audio de la discusión y en la imagen aparecen los estudiantes practicantes. Se contó con el consentimiento firmado de los practicantes para realizar esta investigación.

Se grabaron dos clases de Matemáticas de geometría de 9no, 10mo y 11mo respectivamente. Las temáticas incluyeron Polígonos Irregulares, Geometría del Espacio y Simetría Axial. La investigación cuenta con 7 participantes estudiantes del programa de Bachillerato en Educación Matemática de la Universidad de Costa Rica. Por la naturaleza del programa, la práctica fue realizada en el curso Didáctica de la Geometría y en equipos de trabajo se diseñó y gestionó la implementación de la clase. Para esta comunicación, se presentan los resultados de la clase de dos practicantes de la temática Simetría Axial de undécimo nivel (jóvenes de 17 años).

Para realizar el análisis, las clases grabadas fueron transcritas e ilustradas con las imágenes de las fotografías de lo que el practicante presentaba en la pizarra o tenía proyectado, como la presentación u hojas de trabajo. Una vez transcritas las clases, el análisis se llevó a cabo de la siguiente manera. En primer lugar, se leyeron varias veces las transcripciones de clases y se utilizaron las grabaciones como apoyo para comprender su desarrollo. Luego, se identificaron los momentos de la clase en donde se reconoció un episodio de argumentación, esto incluyó diálogos donde el docente y/o los estudiantes formulaban justificaciones, conjeturas, explicaciones, proposiciones matemáticas y donde se exponía explícitamente el razonamiento empleado. Tercero, utilizando esos posibles episodios se identificó el argumento que se construyó a partir de los intercambios discursivos, para luego identificar en la transcripción las acciones docentes que promovieron la construcción de dicho argumento. Las acciones docentes fueron clasificadas según la Tabla 1.

## **Resultados**

Se identificó que los participantes promovieron diversos espacios de diálogo con los estudiantes, en los que se construyeron argumentos a partir de la tarea matemática planteada por el docente. Para ilustrar esto, se presentan dos episodios. El primero muestra la discusión de la tarea matemática inicial exploratoria, mientras que el segundo presenta la actividad argumentativa durante la sesión práctica de lo visto en clase.

### **Primer episodio**

Para introducir el tema de Simetría Axial, los practicantes proporcionaron a los estudiantes una cuadrícula con puntos dados y una recta (que sería el eje de simetría). Los estudiantes debían trazar los puntos homólogos y luego unir los puntos, de cada lado, mediante segmentos, siguiendo el orden alfabético según el color. Durante esta tarea, los estudiantes trabajaron de

forma independiente. Al concluir, durante la discusión, el practicante planteó una serie de preguntas para caracterizar el resultado obtenido de la tarea. En este espacio, surgieron descripciones de los estudiantes que incluían la palabra "igual". El practicante, para indagar a qué se referían con eso, les consultó qué significaba, y los estudiantes brindaron algunas ideas. A continuación, el practicante procedió a plantear una tarea que parecía revisar el significado que los estudiantes le daban a un punto homólogo. En la Tabla 2, se presenta el diálogo correspondiente.

Tabla 2  
Diálogo entre el docente y los estudiantes. Primer episodio.

Participante	Dialogo	Gesto de TSCA
Practicante 1	Es como un ejemplo, si yo les pido a ustedes en ambas figuras que tracen el punto homólogo de A, ¿cuál sería?	Solicita una idea.
Estudiante 1	El A prima.	
Practicante 1	¿Ah?, en este caso, ¿cómo lo trazarían, dónde lo pondrían?	Solicita una idea.
Estudiante 1	El A prima.	
Practicante 1	Ah y también viendo sus figuras... Tomando como referencia el eje, este eje de simetría ( <i>El practicante señala el eje de simetría de la figura</i> ) ¿Adónde queda el A?	Solicita una idea.
Estudiante 2	( <i>inaudible, el estudiante señala algo en su cuaderno</i> )	
Practicante 1	¿Ahí?, ¿y por qué iría ahí?	Solicita una elaboración. En este caso, una justificación.
Estudiante 2	Porque es el mismo.	
Practicante 1	Exactamente, ve, ahí podemos referir que, sí es igual, es porque es el mismo par.	Evalúa aspectos matemáticos. En este caso, verifica la veracidad de la contribución del estudiante.
		Repite la contribución del estudiante

Se identifica un argumento que se reconstruyó en la Figura 1. Al aplicar el esquema de Toulmin (2003), se reconoce que se trata de la proposición “El punto homólogo de A es A, porque es el mismo”. El dato es la imagen que el docente proyecta con el producto de la tarea exploratoria; el estudiantado es el que brinda la conclusión, y el docente promueve la aparición de una garantía para justificar que A sea el punto homólogo de A. En los diálogos, se reconoce que los practicantes utilizan una serie de preguntas para construir con el estudiantado el argumento.

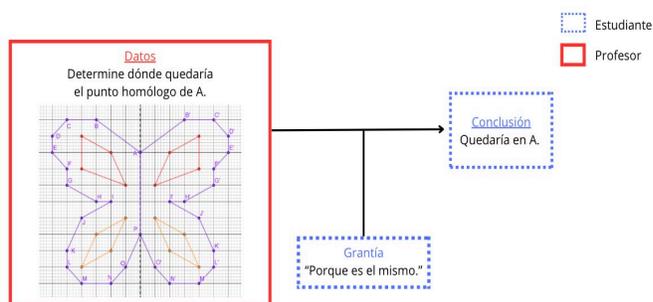


Figura 1. Esquema del argumento identificado durante la discusión. Diseño adaptado de Conner et al. (2014).

En un momento inicial, el practicante realiza varias preguntas solicitando datos, según las respuestas que van brindando los estudiantes. Primero, solicita la identificación de dicho punto; al no obtener la respuesta esperada, procede a plantear otra pregunta del mismo tipo, para identificar la posición del punto. El estudiante responde “A prima”, y el practicante propone otra pregunta solicitando la identificación del punto. Nótese que, hasta este punto, el practicante sigue movilizandando el mismo tipo de preguntas, solicitando la identificación del punto, sin explorar por qué el estudiante propone “A prima” como respuesta.

Cuando el practicante obtiene la respuesta esperada, por parte de otro estudiante, plantea una pregunta solicitando una elaboración del tipo “por qué”. El docente cierra validando la garantía brindada por el estudiante y repitiendo lo que éste comentó. De aquí se identifica que la movilización de una garantía que no favorece fortalecer los conceptos matemáticos relacionados con la temática. El MEP (2012), en su glosario, define que “Una figura tiene simetría axial si hay una recta  $L$ , llamada eje de simetría, tal que la reflexión de la figura con respecto a  $L$  es la misma figura” (p. 478). Durante la discusión el docente no movilizó el concepto de eje de simetría, el de reflexión ni tampoco señaló que  $A$  es un punto particular que es homólogo consigo mismo al estar sobre el eje de simetría. La realización de evaluaciones de las contribuciones del estudiante, por parte del docente, ha sido señalado como una acción que contribuye a la discusión en clases de Matemáticas (e.g. Bayindir et al., 2024). Sin embargo, se observa en los practicantes una escasa movilización de garantías matemáticas explícitas en devolución a la solicitud de una elaboración y al realizar una evaluación.

## Segundo episodio

Los practicantes entregaron a los estudiantes una hoja de trabajo para realizarla individualmente, con el fin de discutirla después. El segundo practicante asume la revisión. En la Tabla 3, se muestra el diálogo correspondiente a la revisión del segundo ítem de la práctica en el cual se solicita el ángulo homólogo al ángulo  $RQP$  dado el eje de simetría  $V$ .

Tabla 3

Diálogo entre el docente y los estudiantes. Segundo episodio.

Participante	Dialogo	Gesto de TSCA
Practicante 2	¿La 2?	
Estudiante	Ángulo TAB	
Practicante 2	Sí muy bien, perfecto, porque... nos piden RQP (lo señala en las hojas), que RQP está en esta partecita de arriba. Y nos dicen que reflejamos con el V, que es este de aquí (señala en la hoja). Muy bien. Si entonces va a ser... este... TBA.	Brinda la garantía. Evalúa aspectos matemáticos.  En este caso, valida la respuesta del estudiante.

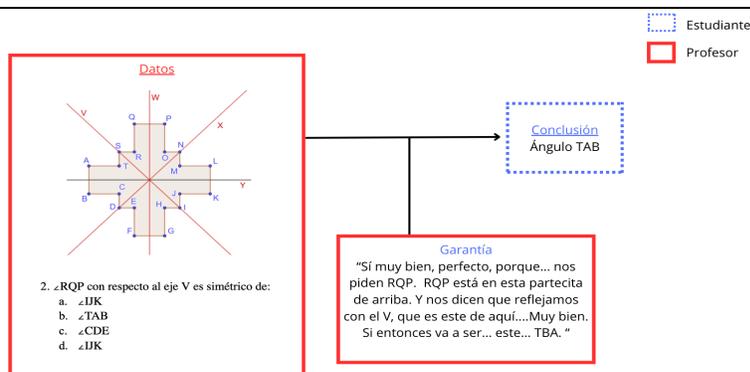


Figura 2. Esquema del argumento identificado durante la discusión. Diseño adaptado de Conner et al. (2014).

Similarmente, el dato es la imagen proporcionada por el docente en la tarea, la conclusión es la respuesta dada por el estudiantado (“ángulo TAB”) y la garantía es explícitamente brindada por el practicante (Ver Figura 2). Por el carácter social de la argumentación colectiva, el docente debería promover que el estudiante contribuya con partes del argumento en lugar de brindarlas (Bayindir et al., 2024). Esta acción, en un espacio de discusión de resultados, podría reforzar la idea de que el docente es quien brinda las justificaciones en clase e indica la respuesta correcta. Sin embargo, el brindar dichas partes podría modelarle al estudiantado las distintas formas de justificar (Conner et al., 2014) que son aceptadas en ese contexto. En este caso, la garantía brindada está limitada por la tarea matemática, ya que la información se puede extraer directamente de la imagen y por el tiempo limitado con el que cuentan los practicantes, dado que esta actividad la realizaron para finalizar la clase.

## Conclusiones

Durante las lecciones observadas se reconocen argumentos que fueron contruidos colectivamente. En la gestión de la clase, los practicantes ejecutan algunos gestos del referente

brindado por el TSCA. No obstante, el desarrollo de la actividad argumentativa está acotada por la baja demanda cognitiva de las tareas matemáticas propuestas y el contenido de las distintas garantías que se promueven. Se observaron varios momentos donde el practicante brinda la garantía. Como practicantes, en un periodo limitado de tiempo en una institución, donde se rigen varias demandas externas como el avance de los contenidos y las evaluaciones sumativas, es posible que exista el interés y preocupación que los estudiantes tengan respuestas correctas de los ejercicios en lugar de que esta provenga de un proceso reflexivo que propicia la argumentación. En el contexto costarricense, es necesario investigar más las implicaciones de brindar explícitas partes del argumento y los elementos que toman en cuenta los practicantes para determinar cuándo brindan explícitamente las garantías y cuándo promueven la discusión.

### **Referencias y bibliografía**

- Bayindir, N., Dede, A. T., Aydin, E., y Kocaman, K. (2024). A Framework to Examine the Ways Mathematics Teachers Participate in and Support Collective Argumentation. *International Journal of Science and Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s10763-024-10522-x>
- Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., y Francisco, R. T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 401-429. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9532-8>
- Hanna, G. (2020). Mathematical proof, argumentation, and reasoning. In Lerman S. (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 561–566). SpringerLink.
- Krummheuer, G. (1995). The Ethnography of Argumentation. In *The emergence of mathematical meaning* (pp. 229-269). Taylor & Francis Group.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas, lenguaje, ciencias y ciudadanas*. Gobierno de Colombia. Recuperado de [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Molina, O., Camargo, L., Vargas, C., Samper, C., y Perry, P. (2024). Una propuesta para la formación de profesores de matemáticas: el caso de la argumentación matemática. *Revista de Investigación en Matemática y su Enseñanza*, 1(1), 151-185. <https://doi.org/10.32735/s2810-7187202400013356>.
- Mueller, M., Yankelewitz, D., y Maher, C. (2014). Teachers Promoting Student Mathematical Reasoning. *Investigations in mathematics learning*, 7(2), 1-20. <https://doi.org/10.1080/24727466.2014.11790339>
- Nussbaum, E. M. (2008). Collaborative discourse, argumentation, and learning: Preface and literature review. *Contemporary educational psychology*, 33(3), 345-359. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2008.06.001>
- Staples, M., y Newton, J. (2016). Teachers' Contextualization of Argumentation in the Mathematics Classroom. *Theory Into Practice*, 55(4), 294-301. <https://doi.org/10.1080/00405841.2016.1208070>
- Toulmin, S. (2003). *The uses of argument*. Cambridge University Press.