



Conocimiento conceptual y procedimental en futuros profesores. El caso de las fracciones

Ivette Anel **Delgado** Valdez
Universidad Pedagógica Nacional – Unidad 321, Zacatecas
México

ivette.delgado8@hotmail.com

Luis Manuel **Aguayo** Rendón
Universidad Pedagógica Nacional – Unidad 321, Zacatecas
México

l_aguo@yahoo.com.mx

Lorena Alejandra **Medina** Hernández
Universidad Pedagógica Nacional – Unidad 321, Zacatecas
México

lorealwera@gmail.com

Resumen

Aunque las fracciones son un contenido fundamental en la educación primaria, diversas investigaciones han señalado la limitada comprensión que sobre ellas tienen los futuros docentes. En este estudio se indagan los conocimientos conceptuales y procedimentales sobre fracciones que los profesores en formación tienen antes de recibir cursos de enseñanza de las matemáticas. Se diseñaron y aplicaron ocho tareas que involucran fracciones, las respuestas se analizaron considerando cuatro aspectos: *representaciones, interpretaciones, procedimientos y nociones*. Los resultados revelaron vacíos significativos respecto de esos aspectos. Concluimos que es fundamental que en la formación inicial de profesores se tomen en cuenta los saberes previos de los estudiantes para trabajar con dispositivos que ayuden a mejorar su saber conceptual, procedimental acerca de las fracciones.

Palabras clave: Fracciones; representaciones; docentes en formación; conocimientos conceptuales; conocimientos procedimentales

Introducción

En este trabajo se analizan los conocimientos sobre las fracciones con los que los estudiantes para profesor tienen antes de su primer curso sobre enseñanza de las matemáticas, se espera que identificar dichos conocimientos permitirá al formador y a los investigadores establecer puntos de partida para diseñar o reestructurar propuestas de formación congruentes con esos conocimientos.

Los saberes de los futuros profesores. Planteamiento del problema

Diversas investigaciones (Ávila, 2008; Castro y Rico, 2020; Cortina, 2013; Llinares, 2014; Thompson y Saldanha, 2003 y Valdemoros, 2010), señalan que a los alumnos de educación básica se les dificulta comprender las nociones y representaciones de las fracciones (Tassavainen y Helenio, 2024) y dominar los procedimientos y técnicas algorítmicas y que esas dificultades también las tienen los profesores en formación quienes según Castro y Rico (2020) y Yao et al., (2021) no tienen una comprensión suficiente de los contenidos matemáticos para ejercer una enseñanza efectiva. Por su parte Castro et al. (2015) encuentran que para introducir las fracciones en sus prácticas los profesores en formación realizan una propuesta didáctica “vacía” en la que priorizan la explicación y el uso instrumental de las operaciones con fracciones. Tassavainen y Helenio (2024) señalan que tienen dificultades para trabajar con procedimientos fraccionarios y se limitan a usar las reglas para resolver operaciones. Yao et al. (2021) encontraron que existe una estrecha relación entre el desempeño que tienen los estudiantes de primaria y el de los futuros profesores. Sosa et al. (2024) revelan que los docentes en formación tienen una comprensión limitada de las fracciones, lo que les genera dificultades para plantear problemas contextualizados.

Conocimiento conceptual y procedimental. Una perspectiva teórica

Frecuentemente los conocimientos de los profesores en formación se estudian desde dos tipos de conocimiento: el conceptual y el procedimental (Tassavainen y Helenio, 2024). El primero está relacionado con la comprensión de las definiciones, el segundo con las habilidades de cálculo, el uso de reglas y las nociones para operar con estos números. El conocimiento conceptual está relacionado con las representaciones e interpretaciones del objeto matemático, mientras que el procedimental está vinculado con las operaciones, nociones, reglas y habilidades de cálculo. Estos tipos de conocimiento se estructuran con cuatro aspectos:

- *Representaciones*: Un objeto matemático puede representarse de distintas maneras, las representaciones más comunes de la fracción son *verbales*, *visuales* y *simbólicas*. Las verbales se expresan en un lenguaje hablado, las visuales utilizan dibujos, imágenes o manipulaciones y las simbólicas utilizan la escritura con dos números (numerador y denominador) para representar una sola cantidad ($2/4$). Las fracciones también pueden representarse con números decimales o porcentajes.
- *Interpretaciones*: Las fracciones se interpretan de manera diferente, para este estudio usaremos el modelo de Kieren (1981) quien define a las fracciones mediante las *interpretaciones o significados*: parte-todo, razón, operador, cociente y medida.

- *Procedimientos*: Se ven nutridos por las representaciones y las interpretaciones y contribuyen a la realización de operaciones.
- *Nociones*: Se desarrollan en torno a un objeto matemático, incluyen el reconocimiento de los elementos de sus representaciones: numerador, denominador, fracciones equivalentes, recta numérica, fracción unitaria, fracción impropia y números mixtos.

Los aspectos mencionados son considerados una base indispensable para el estudio de álgebra y otras áreas de la matemática, por ello resulta interesante analizar con qué conocimientos cuentan los futuros profesores antes de iniciar sus cursos de enseñanza de las matemáticas.

Metodología

El presente es un estudio descriptivo cuyo objetivo es puntualizar el fenómeno focalizado y especificar sus propiedades, para ello usamos cuatro categorías que se refieren a los conocimientos conceptual y procedimental: F-1 (representaciones), F-2 (interpretaciones), F-3 (procedimientos) y F-4 (nociones). Se realizó con 28 alumnos de la Licenciatura en Intervención Educativa de la Universidad Pedagógica Nacional – Unidad 321, en la ciudad de Guadalupe, Zacatecas, México que cursaban el sexto semestre de la carrera. En el momento de la investigación no habían recibido formación para la enseñanza de las matemáticas. Para identificar sus conocimientos conceptuales y procedimentales sobre las fracciones se les plantearon ocho tareas matemáticas (Ver Tabla 1).

Tabla 1
Tareas planteadas

Representa $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{6}{6}$ <i>Identificar la fracción como simbólica, verbal o visual, así como su significado.</i>	Un conductor ha hecho 80km de un recorrido, si el total es de 240 km ¿Qué fracción del recorrido le falta? <i>Interpretar fracción como una razón.</i>
¿Cuál fracción es mayor y por qué? $\frac{9}{10}$ o $\frac{10}{9}$ $\frac{7}{11}$ o $\frac{2}{3}$ <i>Reconocer nociones de comparación como elementos de sus representaciones.</i>	Matías va a repartir tres chocolates entre él y cuatro amigos ¿Cuánto le toca a cada uno? <i>Interpretar la fracción como cociente.</i>
Señala en la recta $\frac{3}{5}$ y un $\frac{1}{2}$ <i>Noción de fracción al identificarla en recta numérica.</i>	En una fiesta se comparte un pastel y al final solo quedan $\frac{2}{5}$ de él, si Andrés se comió $\frac{1}{4}$ del sobrante ¿Qué fracción del pastel completo se comió? <i>Realizar división de fracción como procedimiento.</i>
¿Qué fracción equivale a $\frac{8}{12}$? $\frac{6}{10}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{8}{9}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{12}{8}$ <i>Reconocer nociones de equivalencia como elementos de su representación.</i>	Mirna compró $\frac{3}{4}$ kg de queso, si lo repartió en porciones de $\frac{1}{8}$ de kilo ¿Cuántas porciones puedo sacar? <i>Realizar división de fracción como procedimiento.</i>

Fuente: elaboración propia.

Las tareas fueron diseñadas para identificar fortalezas y debilidades en la comprensión y uso de fracciones, con el objetivo de aportar datos relevantes para la mejora de programas de formación inicial docente.

Análisis. Los conocimientos de los profesores en formación

Cuando se plantea una tarea que involucra a las fracciones se activa el conocimiento conceptual y procedimental del alumno (Sosa et al., 2024), es por ello que las respuestas a las tareas planteadas en un primer momento se analizaron en términos generales contrastándolas con los aspectos incluidos en la Figura 1, enseguida se hará un análisis más detallado de los conocimientos conceptuales y procedimentales presentes en dichas respuestas.



Figura 1. Resultados de problemas aplicados.

Como se puede observar en la figura anterior, todos los alumnos utilizaron representaciones visuales y simbólicas (F1) en las que destaca el uso de números decimales. Los significados (F2) parte-todo y cociente fueron los más identificados; el significado razón fue el menos identificado. En los procedimientos (F-3) el procedimiento para la equivalencia fue el más dominado, el de división fue el menos conocido. En las nociones (F4) todos identificaron la fracción unitaria y sólo dos reconocieron la fracción mixta.

F-1 Representaciones

Las representaciones de la fracción que hacen están centradas en lo simbólico y lo visual ya que, para resolver las tareas de interpretación de la fracción generalmente utilizan representaciones visuales, figuras circulares y rectangulares. Por ejemplo, cuando se les pide determinar cuál fracción es mayor ($9/10$ o $10/9$; $7/11$ o $2/3$) el 25% utiliza dibujos para resolver la cuestión. En sus representaciones se observan dificultades con la congruencia y la unidad de referencia, que los ayudaría a comprender la magnitud de los valores (Ezaki et al., 2022), un ejemplo se puede ver en la Figura 2, consideran la fracción como parte-todo y dividen al entero en las partes que el denominador indica, pero no toman en cuenta que, para compararlas requieren una misma unidad de referencia para ambos casos. Yao et al. (2024) mencionan que “las representaciones gráficas pueden crear diferentes desafíos para los niños en la identificación de la referencia de la unidad” (p. 14).

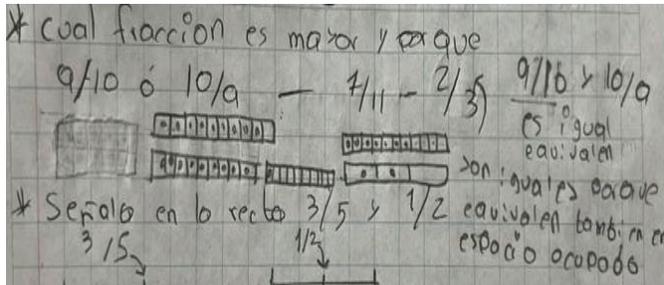


Figura 2. Congruencia en la partición de la unidad.

En el sentido de la idea anterior, Sosa et al., (2024) mencionan que los docentes en formación utilizan representaciones gráficas sin conexión entre el conocimiento conceptual y procedimental, lo que refleja una capacidad limitada para entender las relaciones entre lo que dibujan y la operación que desean realizar. En la Figura 3 se puede ver que, para comparar las fracciones las representa con círculos, pero su primera respuesta (*9/10 es mayor porque tiene más cantidad*) no corresponde con sus dibujos ya que para representar 10/9 tuvo que dibujar dos círculos.

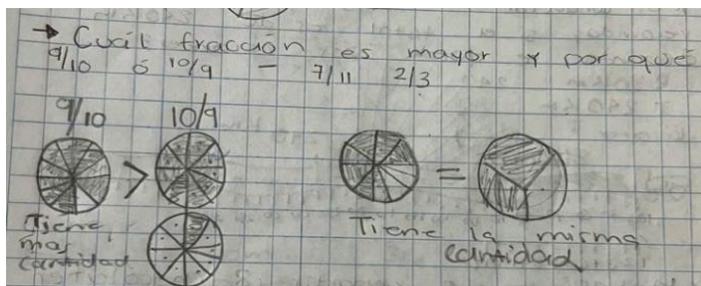


Figura 3. Equipartición de la unidad y su congruencia.

En esta misma tarea (Figura 4) el alumno utiliza representaciones simbólicas (números decimales), para comparar 7/11 y 2/3 transforma las fracciones a decimales (0.63 y 0.6) pero sólo toma en cuenta los décimos, lo que genera que establezca una falsa igualdad.

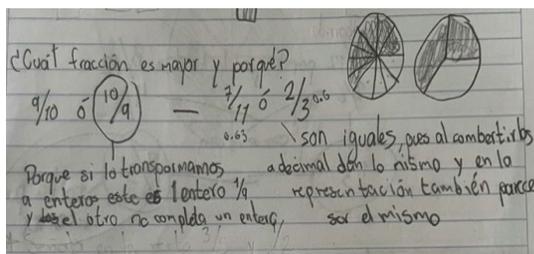


Figura 4. Representación decimal.

Esta misma acción se observa en la Figura 5, para comparar 7/11 y 2/3 las convierte en decimales y a diferencia del estudiante anterior, sí toma en cuenta los centésimos y por ello es capaz de determinar adecuadamente cuál fracción es mayor.

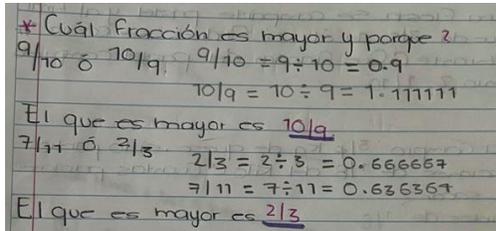


Figura 5. Representación decimal

F-2 Interpretaciones

Cómo hemos señalado, el significado parte-todo fue el más utilizado, es la concepción que predominó en los alumnos para representar fracciones, por ejemplo (Figura 6) cuando se les pide justificar sus comparaciones el 29% de los alumnos da argumentos relacionados con la partición de un todo, esto sucede según Castro y Rico (2020) porque en su instrucción se les ha planteado representaciones de área y parte-todo como estímulo.

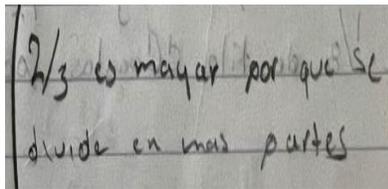


Figura 6. Representación de la fracción como parte-todo

Cuando aparece la fracción como cociente se trata de dividir uno o varios objetos entre un número de personas o partes (Kieren, 1980). Una tarea de este tipo es la No. 6 donde el 82 % de los profesores en formación llegan al resultado correcto pero lo hacen utilizando representaciones visuales (ver Figura 7) similares a la que lo utilizarían los niños de primaria (Castro y Rico, 2020).

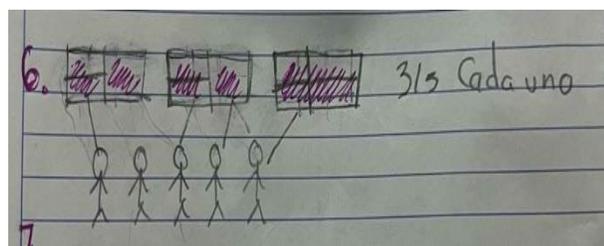
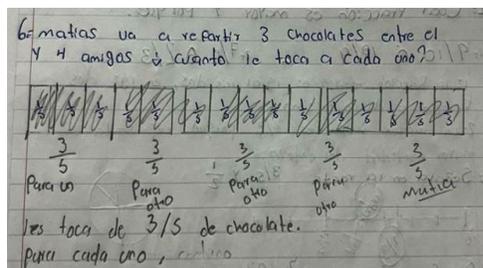


Figura 7. Respuesta de fracción como cociente

F-3 Procedimientos

Los procedimientos que realizan los profesores en formación fundamentalmente se basan en representaciones visuales, muy pocos utilizan las operaciones convencionales con fracciones. En investigaciones hechas por Tassavainen y Helenio (2024) con estudiantes de profesorado en educación primaria, se advierte la incertidumbre por la que pasan los profesores en formación al resolver problemas que involucran fracciones. En nuestro estudio, el 71.5% de los estudiantes fueron capaces de llegar al resultado correcto pero la mitad utilizan representaciones gráficas

para obtenerlo, sólo el 25% utilizan los algoritmos para resolver las tareas, el resto (3.5%) da la respuesta pero no muestra su procedimiento.

A pesar de su trayectoria académica, los procedimientos que utilizan son básicos y similares a los que usan los alumnos de educación primaria, Yao et al. (2024) encuentran algo similar en China y Estados Unidos y señalan que los futuros docentes tienen dificultades para desarrollar una comprensión clara de las fracciones y sus operaciones como consecuencia enfrentar tareas de cálculo centradas en aspectos tradicionales como el dibujo. Lo mismo ocurre con los sujetos de nuestro estudio, se observa poca comprensión de las operaciones y las reglas de ejecución. Por ejemplo (Figura 9) para encontrar el resultado de la tarea 7 primero se sombrea $\frac{2}{5}$ del todo, luego sombrea otros $\frac{2}{5}$ para buscar $\frac{1}{4}$ de ellos, después divide el entero en decimos y encuentra el resultado. Aunque válida su respuesta, se puede apreciar que no existe una conceptualización de las operaciones para resolver problemas de este tipo.

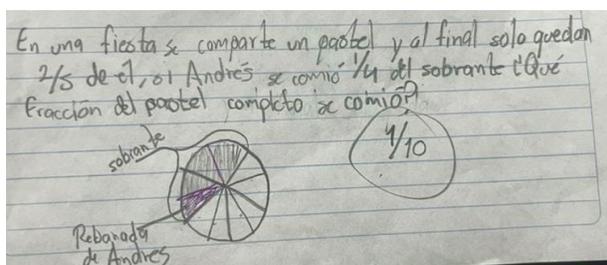


Figura 9. Resolución de problema que planea división con fracciones.

Lo mismo ocurre con los sujetos de nuestro estudio, se observa poca comprensión de las operaciones y las reglas de ejecución. Por ejemplo (Figura 9) para encontrar el resultado de la tarea 7 primero se sombrea $\frac{2}{5}$ del todo, luego sombrea otros $\frac{2}{5}$ para buscar $\frac{1}{4}$ de ellos, después divide el entero en decimos y encuentra el resultado. Aunque válida su respuesta, se puede apreciar que no existe una conceptualización de las operaciones para resolver problemas de este tipo.

F-4 Noción

La fracción unitaria es una de las nociones que más fácilmente comprenden los profesores en formación, todos reconocen la estructura y composición de la misma cuando usan áreas para representarla. Este hecho nos remite a las ideas de Thompson y Saldanha (2003), Olanoff (2014) y Yao et al., (2024) quienes afirman que existe una sobreinterpretación de las ideas de parte-todo que dificultan el aprendizaje de las fracciones, sobre todo cuando se requiere un razonamiento multiplicativo. En contraparte, sólo la mitad fue capaz de reconocer las fracciones impropias,

Las dificultades para comprender la fracción impropia se evidencian cuando invierten la posición del numerador y denominador, al parecer es un efecto de la enseñanza basada en la equipartición que considera a la unidad como un todo. Un ejemplo de esta dificultad se muestra en Figura 11 donde el estudiante divide el entero en séptimos y sombrea cinco partes, lo que significa invertir la función del numerador y denominador. Freudenthal (1983), Llinares y Sánchez (1997), y Cortina (2013) señalan que esto sucede porque generalmente la fracción es enseñada como algo menor o igual a la unidad lo cual limita la comprensión de fracciones impropias.

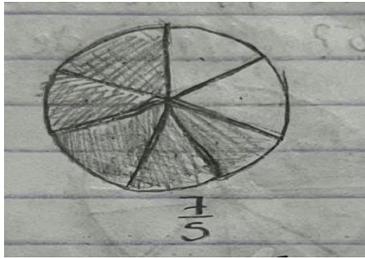


Figura 11. Representación de la fracción impropia.

En la tarea no. 3 se trata de representar fracciones en la recta numérica, en esta solo el 21% logró ubicar de manera adecuada dos fracciones menores a la unidad, Rothery y Flores (2014) afirman los maestros enfatizan las acciones sobre la recta en vez de conceptualizar como modelo continuo que nace de la iteración de la unidad. En la Figura 12 se puede apreciar la dificultad para comprender la distancia entre dos puntos en la recta, en estos casos los alumnos responden al orden que deben seguir según su magnitud, en otros casos el orden y la distancia parecen ser la dificultad para representar fracciones sobre la recta numérica (Rothery y Flores, 2014).

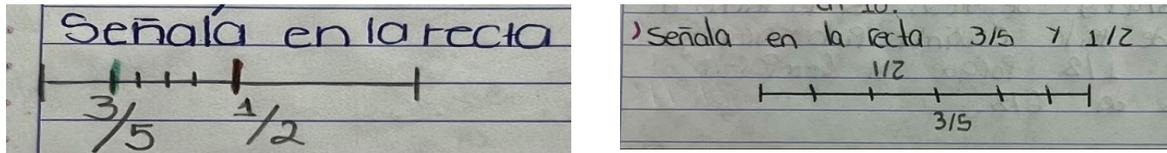


Figura 12. Noción de recta numérica.

Conclusiones

El presente estudio reafirma las dificultades conceptuales y procedimentales que enfrentan los futuros profesores en relación con las fracciones, como lo han señalado autores como Castro y Rico (2021) y Tassavainen y Helenio (2004). Los resultados evidencian que la mayoría de los participantes posee comprensión en el significado parte-todo, lo cual limita su capacidad para abordar interpretaciones más complejas. Este enfoque sesgado refleja una instrucción previa que enfatiza las representaciones visuales y simbólica sin vincularlas adecuadamente con operaciones matemáticas más avanzadas.

En cuanto a los procedimientos se observó que los participantes recurren a métodos rudimentarios, similares a los empleados por los alumnos de educación primaria, lo que demuestra una limitada conexión entre el conocimiento conceptual y el procedimental (Llinares, 2014; Sosa et al., 2024). Esta desconexión resulta evidente en la dificultad para ubicar fracciones en la recta numérica, realiza comparaciones con diferentes denominadores y resolver problemas que involucren operaciones complejas con fracciones.

De manera específica, las representaciones a las tareas planteadas revelaron carencias significativas en la comprensión de la unidad de referencia, la equipartición congruente y las relaciones multiplicativas subyacentes, tal como lo señalaron Rothery y Flores (2014) y Freudenthal (1983). Estas lagunas afectan en su capacidad para conceptualizar las fracciones impropias y trabajar con procedimientos que trasciendan el uso instrumental.

En este contexto, es fundamental replantear los programas de formación docente, priorizando estrategias que integren y fortalezcan los conceptos conceptuales y procedimentales de manera equilibrada. Como lo sugieren Olanoff et al. (2014) y Yao et al. (2021), es necesario diseñar actividades que fomenten una comprensión integral de las fracciones, incorporando contextos significativos y promoviendo el razonamiento multiplicativo. Además, la formación debe incluir herramientas pedagógicas que permitan a los futuros docentes vincular las diferentes representaciones de las fracciones con aplicaciones prácticas y situaciones reales.

En conclusión, abordar las deficiencias identificadas en este estudio contribuirá significativamente a mejorar la enseñanza de las fracciones en los niveles básicos de educación, promoviendo un aprendizaje más profundo y sostenible tanto en los futuros docentes como en sus estudiantes.

Referencias y bibliografía

- Ávila, A. (2008). Los profesores y los decimales. Conocimientos y creencias acerca de un contenido de saber *cuasi invisible*. *Revista Educación Matemática*, 20 (2), 5-33.
- Castro-Rodríguez, E. & Rico, L. (2021). Conocimiento sobre fracciones de docentes de primaria en formación. *Uniciencia*, 35(2), 1-18. <https://doi.org/10.15359/ru.35-2.10>
- Cortina, J. L., Zuñiga, C., & Jana, V. (2013). La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones. *Educación Matemática*, 25(2), 7-29. <https://www.revista-educacion-matematica.com/pdf/documentos/REM/REM25-2/Vol25-2-1.pdf>
- Ezaki, J., & Copur-Gencturk, Y. (2003). Teachers' Knowledge of Fractions, Ratios, and Proportional Relationships: The Relationship Between Two Theoretically Connected Content Areas. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 22, 235–255 <https://doi.org/10.1007/s10763-023-10372-z>
- Flores A. & Rothery, T., (2014). Orden y distancia de fracciones y decimales en la recta numérica: El caso de Abigail. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, (5), 73–90. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i5.49>
- Freudenthal, H. (1973) *Mathematics as an educational task*. Library of Congress Catalog Card Number, 72-77872. <https://doi.org/10.1007/978-94-010-2903-2>
- Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. *Mathematics Education Library*. D. Kluwer Academic Publisher.
- Kieren, T. (1981). The rational number construct—Its elements and mechanisms. En Kieren, *Recent research on number learning*, (pp.25-149).
- Llinares, S. (2014). Conocimientos de matemáticas y tareas en la formación de maestros. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 12, 205-220. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/18921/19035>
- Olanoff, D., Lo, J., & Tobias, J. (2014). Mathematical Content Knowledge for Teaching Elementary Mathematics: A Focus on Fractions. *The Mathematics Enthusiast*, 11(2), 267-310. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1304>
- Sosa-Marín, D., Perdomo-Díaz, J., Bruno, A., Almeida, R., & García-Alonso, I., (2024). The influence of problem-posing task situation: Prospective primary teachers working with fractions. *Journal of Mathematical Behavior*, 73-101139, 1-15. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2024.101139>
- Thompson, P.W. & Saldanha, L.A. (2003). Fracciones y razonamiento multiplicativo. En J. Kilpatrick, G. Martin y D. Schifter (Eds), *Investigación complementaria de los Principios y estándares para las matemáticas escolares*. Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas, (pp.95-114).
- Tossavainen, A. & Helenio O. (2024). Student Teachers' Conceptions of Fractions: A Framework for the Analysis of Different Aspects of Fractions. *Mathematics Teacher Education and Development*, 26(1), 1-20. <https://mtd.merga.net.au/index.php/mtd/article/view/889>
- Valdemoros M. (2010). Dificultades experimentadas por los maestros de primaria en la enseñanza de las fracciones. *RELIME*, 423-440.
- Yao, Y., Hwang, S. y Cai, J. (2021). Preservice teachers' mathematical understanding exhibited in problem posing and problem solving. *Mathematics Education* 53, 937-949. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01277-8>