



Pensamiento numérico basado en interacción de calidad y Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje en la primera infancia

Sandra Rojas Sevilla

Universidad de Sucre

Colombia

sandra.rojas@unisucre.edu.co

Roberto Torres Peña

Universidad del Magdalena

Colombia

rtorres@unimagdalena.edu.co

Edwan Ariza-Echeverri

Universidad del Magdalena

Colombia

earizaec@unimagdalena.edu.co

Resumen

Esta comunicación describe los resultados de una investigación cuyo propósito fue diseñar una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) y proponer matices de la instrucción permeados por una interacción de calidad, para favorecer el desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes de la primera infancia. La propuesta surge en respuesta a las limitaciones identificadas en las tareas y el tipo de interacción comúnmente utilizadas por los docentes de preescolar. El tipo de investigación es cualitativo de carácter descriptivo, se empleó la Investigación Basada en Diseño, a través de experimentos de enseñanza, con el uso Trayectorias Hipotética de Aprendizaje. Los participantes fueron ocho niños colombianos de cinco años de edad. Se destaca como resultados, mejoras en la comprensión de situaciones de conteo estructurado, las relaciones de orden y progreso en el razonamiento en situaciones aditivas y multiplicativas al implementar la THA permeado por la interacción de calidad.

Palabras clave: Pensamiento Numérico; Educación Matemática en la primera infancia; Trayectoria Hipotética de Aprendizaje; interacción de calidad; Tareas matemáticas.

Definición y relevancia del problema

Las investigaciones en torno a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la primera infancia comparten la idea que la comprensión de las matemáticas requiere una base temprana fundamentada en una educación matemática de calidad, desafiante y accesible (NCTM, 2013). Sin embargo, esta idea contrasta con el hecho de que el estudio de las matemáticas se ha considerado tradicionalmente después de los niveles de preescolar, en la práctica se advierten creencias por parte de padres de familia y docentes de que los niños más pequeños no están en capacidad de desarrollar niveles altos de razonamiento en matemáticas ni de procesos de abstracción (ICME-14, 2020).

Particularmente, Colombia, es un país donde existen disparidades a nivel del logro educativo son cada día más visibles, una muestra de ello, son los bajos resultados en las pruebas PISA (Icfes, 2024). Asimismo, la Educación Matemática en la primera infancia, esta permeada por prácticas de enseñanza y aprendizaje que dan cuenta de una percepción de que aprender matemáticas es memorizar, mientras que la comprensión y desarrollo del pensamiento matemático juega un papel secundario (Álsina, 2018). Las prácticas de instrucción evidencian que el estudiante es orientado a realizar procesos de abstracción sin hacer el paso por procesos concretos (Rojas, 2023). Lo anterior se pudo constatar, a partir de un análisis de las tareas propuestas por profesores en ejercicio de aulas colombianas, en las que se observa la ausencia de material concreto y manipulable que le ayuden al estudiante a avanzar en la construcción de su concepción de número.

De donde, resulta necesario aportar contribuciones para generar Oportunidades de Aprendizaje de Calidad Operativas (Rojas, 2023) en torno al desarrollo del pensamiento matemático y competencias matemáticas en la primera infancia. En línea con estas ideas Quabeck & Prediger (2023) resaltan que la calidad de la interacción puede mejorar o limitar las oportunidades de aprendizaje matemático de los estudiantes. En este sentido, el estudio preliminar detecta que las interacciones en el aula son subestimadas por los docentes. De modo que es necesario aportar experiencias que ayuden a operacionalizar en el aula la “construcción de experiencias y ambientes a través de mediaciones pedagógicas, entendidas como acciones intencionadas, diseñadas y planificadas que facilitan la relación de los aprendizajes estructurantes y los desarrollos propios de los niños y niñas” (MEN, 2016, p.6).

La investigación realizada aporta a cerrar esta brecha, a través de las tareas propuestas, que emergen de la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) que resultó del experimento de enseñanza, a partir del cual se aportaron unos niveles de desarrollo, que se capturan de evaluación formativa implementada. Estos podrían ser utilizados en la práctica diaria, para favorecer el desarrollo de estas habilidades aritméticas tempranas. Basados en el trabajo de Clements et al. (2023), siguiendo las ideas acerca de las trayectorias de aprendizaje, vistas como una estructura organizativa útil que combina objetivos educativos, el desarrollo del pensamiento de los niños y estrategias pedagógicas basadas en la investigación. Asimismo, se tienen en cuenta perspectivas teóricas y metodologías que apoyan una educación matemática efectiva en entornos de primera infancia, que permiten entender cómo los niños aprenden matemáticas y cómo los educadores pueden apoyar este proceso de manera efectiva, integrando tanto el conocimiento teórico como las prácticas pedagógicas en el aula (Elia et al., 2018).

De otra parte, lo que ocurre en las aulas regulares de educación preescolar observadas, contrasta con los resultados de investigaciones contemporáneas, como, por ejemplo, Clements & Sarama (2014) quienes, desde el proyecto “Building Blocks” propiciaron que un grupo de niños desarrollaran conceptos, habilidades y procesos matemáticos; asimismo, Björklund et al. (2020) presentan diversos estudios centrados en investigar la relación entre lo que entienden los niños de matemáticas y cómo evoluciona esta comprensión, como base para el desarrollo de un pensamiento más avanzado que involucra estrategias de resolución de problemas que apoyen el crecimiento conceptual. Todo lo anterior condujo a la pregunta de investigación ¿Cómo desarrollar una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje para promueva el desarrollo del pensamiento numérico en niños de la primera infancia de una escuela colombiana?

Referentes teóricos

El Marco teórico se configuró siguiendo la estructura y los diferentes niveles de generalidad para las teorías en el enfoque de la Investigación Basada en Diseño, como se ilustra en la Figura 2. Teorías de fondo, Teorías de instrucción específica y Teorías de instrucción local conjeturada. Es de aclarar, que para efectos del presente artículo no se describen las teorías de fondo.

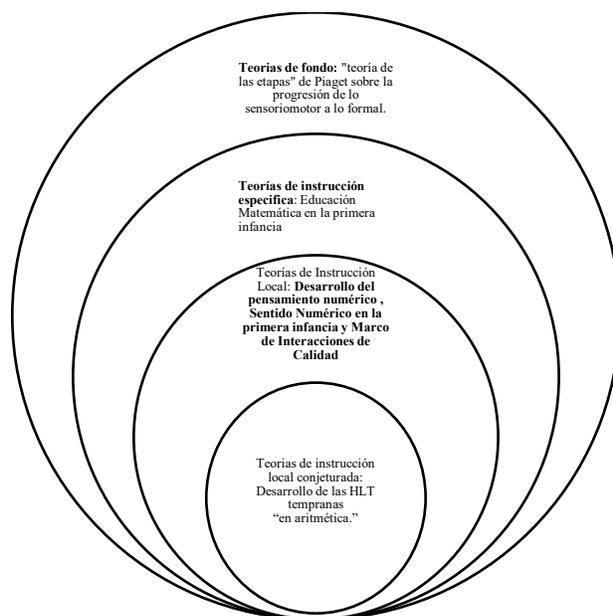


Figura 1. Niveles de generalidad del marco teórico enfocado en el desarrollo del pensamiento numérico en la primera infancia. Fuente: elaboración propia.

Educación Matemática en la primera infancia

Generalmente, la Educación Matemática en la primera infancia involucra a niños entre 3 y 6 años, pero, la investigación contemporánea sobre la Educación Matemática temprana se centra en los niños desde el nacimiento hasta que ingresan a la escuela formal en el primer grado (Björklund et al., 2020). En este sentido, el profesor debe tener dominio del conocimiento didáctico del contenido, lo cual implica conocer la resolución de problemas de matemáticas, esto

demanda “saber planificar adecuadamente un contexto de enseñanza que permita plantear un reto al alumnado” (Alsina, 2023, p.72). Lo anterior, pone en relieve la adecuada interpretación del contexto, este no hace referencias únicamente al contexto real, sino también a que puede ser un material manipulativo, un juego, un recurso literario, tecnológico o incluso gráfico (Alsina, 2020). La importancia de los contextos, se instala en que, a partir de estos, surgen y se plantean los problemas que dan lugar a situaciones de aprendizaje que involucran conceptos matemáticos que se abordan a través de diversos procesos, habilidades o competencias (Alsina, 2023).

Pensamiento numérico y Sentido Numérico

Con relación al desarrollo de pensamiento numérico algunos aspectos fundamentales estarían constituidos por el uso significativo de los números y el sentido numérico que suponen una comprensión profunda del sistema de numeración decimal (MEN, 1998). Lo anterior indica que el sentido numérico integra un concepto más amplio, el pensamiento numérico, éste último requiere del primero para ser potenciado.

La conceptualización del “sentido numérico”, data aproximadamente de 35 años, su primera definición, surge de National Council of Teachers of Mathematics en 1989 (Rodríguez, et al., 2015). Se describen cinco componentes: desarrollo del significado de los números, exploración de relaciones numéricas con manipulativos, entendimiento de las relaciones de magnitud de los números, desarrollo intuitivo del efecto de las operaciones en los números y desarrollo de referentes para la medición de objetos y situaciones comunes (NCTM, 1989; citado en Rodríguez, et al., 2015). Los estudios han encontrado que el sentido numérico es un predictor clave del logro matemático y es crucial para comprender todos los aspectos de las matemáticas formales (Feigenson et al., 2013; citado en Gözüm et al., 2024).

Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA)

Una THA tiene tres componentes: una meta, una progresión del desarrollo de los niveles de pensamiento y tareas de instrucción diseñadas explícitamente para promover el desarrollo de cada nivel (Clements & Sarama, 2009; Clements et al., 2020; Simon, 1995). Las progresiones del desarrollo son niveles ordenados de pensamiento, cada uno más sofisticado que el anterior, a través del cual los niños avanzan en su camino hacia el logro de la meta matemática y se configura como base para apoyar aprendizaje exitoso de los niveles posteriores (Sarama & Clements, 2009; Steffe & Cobb, 1988 citado por Clements et al., 2020).

Diferentes conceptualizaciones de la interacción de calidad

Se basa en un constructo teórico que consiste de nueve posibles conceptualizaciones de la interacción propuestos por Quabeck & Prediger (2023). Los cuales brindan un marco analítico que es usado para analizar las funciones de calidad de la interacción, operacionalizado en tareas, movimientos y formas basadas en la práctica (Tiempo relativo dedicado a cada función, expresado en porcentaje del tiempo total en la tarea). Mediante una combinación de tres focos de interacción: activación prevista por los profesores, activación representada por los docentes en la interacción y la participación individual de los estudiantes se cruza con los tres dominios de calidad: espacio para la conversación de los estudiantes, riqueza matemática, y la riqueza discursiva.

Método y desarrollo conceptual

Este trabajo se desarrolló bajo un paradigma de investigación cualitativo, se siguieron las fases de la Investigación Basada en Diseño (IBD) a través de experimentos de enseñanza en dos ciclos: se inició con la observación de tres clases de los profesores titulares y el análisis de los apuntes de los niños, luego se planificaron las tareas sin pensar aun en la interacción, seguido se analizaron en profundidad la actividad matemática de los participantes, que a manera de ejemplo para esta comunicación se presentan los resultados de un niño de cinco años de edad de una escuela de la Costa Norte colombiana. Se empleó la observación participante y el análisis de videos de las actividades realizadas por los niños. El instrumento principal lo constituyó la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje.

El ciclo 2: se hizo el rediseño y refinamiento, en el cual se ajustaron las actividades según los hallazgos del primer ciclo: necesidad de una mejor interacción, se analizaron los matices de la interacción, observándose la necesidad de mejorarla, por lo cual surge la necesidad de un marco analítico. Así se procedió a realizar la implementación mejorada: repitiendo el experimento con mejoras en el diseño, teniendo en cuenta las nueve posibles conceptualizaciones de la interacción de calidad, propuestos por Quabeck & Prediger (2023).

El análisis se realizó durante el experimento y en la fase de análisis retrospectivo, a partir de la triangulación de datos de 3 documentos básicos: análisis de las clases de los profesores titulares, del progreso de los niños frente a las tareas propuestas por sus profesores y luego de la intervención la transcripción de la observación de clase y de los videos, así como de las categorías diferentes conceptualizaciones de la calidad de la interacción.

Resultados

De los resultados se destaca, el progreso de los niños en torno a la comprensión de situaciones de conteo estructurado, las relaciones de orden y un avance en el razonamiento en situaciones aditivas con la intención de que el abordaje de las estructuras multiplicativas el niño lo haga de manera natural. El uso de THA cumplió un objetivo dual como fundamento teórico y como instrumento de investigación. Además, la implementación de las tareas tuvo un impacto positivo en el desarrollo del pensamiento matemático de los niños en los tres niveles: inicial, intermedio y avanzado. Sin embargo, para lograr una mejor y mayor participación de los niños fue necesario implementar las categorías del marco de las diferentes conceptualizaciones de la calidad de la interacción.

Además, se observó que el progreso del desarrollo del pensamiento matemático del niño, que va desde la exploración y manipulación inicial hasta la representación matemática abstracta. Es importante destacar que esta es solo una trayectoria hipotética, y el ritmo de aprendizaje de cada niño puede presentar variaciones ver tabla 1. A continuación, se describe la trayectoria hipotética de aprendizaje de los niños que se ven enfrentados a resolver las cuatro tareas propuestas, tomando como referencia los criterios y niveles definidos en cada rubrica. Como se puede apreciar, los resultados de este estudio son consistentes con investigaciones previas que han demostrado la efectividad de la instrucción basadas en THA (Rojas, 2023; Wright, 2014; Van den Heuvel-Panhuizen & Elia, 2020; Clements & Sarama, 2014).

Nivel Inicial

NI-T1: Exploración y manipulación. Los niños exploran y manipulan objetos de diferentes maneras, sin un criterio claro de clasificación. Comienzan a familiarizarse con el lenguaje matemático básico (colores, formas, tamaños).

NI-T2: Conteo uno a uno. Cuentan los objetos individualmente para determinar cantidades y resolver problemas simples.

NI-T3: Comparación básica. Identifican si un grupo tiene "más" o "menos" objetos que otro, pero no pueden determinar la diferencia exacta.

NI-T4: Reconocimiento de cantidades. Reconocen la cantidad representada por material concreto simple.

Nivel Intermedio

NB-T1: Clasificación y ordenación. Agrupan objetos por uno o dos atributos, utilizando diferentes estrategias como la comparación visual.

NB-T2: Conteo estructurado. Forman grupos de objetos sin contar uno por uno, utilizando estrategias como la subitización.

NB-T3: Comprensión de "más que", "menos que" e "igual que". Determinan la diferencia exacta entre dos grupos de objetos utilizando el conteo.

NB-T4: Realización de operaciones básicas. Realizan operaciones básicas de adición y sustracción con material concreto.

Nivel Superior

NS-T1: Agrupación por múltiples atributos. Agrupan objetos por varios atributos, utilizando criterios complejos y explicando su razonamiento.

NS-T2: Conteo eficiente. Forman grupos de objetos de manera rápida y eficiente, utilizando diferentes estrategias.

NS-T3: Resolución de problemas. Resuelven problemas simples de comparación de cantidades sin necesidad de contar uno por uno.

NS-T4: Representación matemática. Representan cantidades, realizan operaciones y representan resultados con material concreto de manera precisa y eficiente, explicando su proceso.

Tabla 1. *Trayectoria Hipotética de Aprendizaje según el desempeño en las tareas.*

Tarea	Nivel Inicial	Nivel Intermedio	Nivel Superior
TARE A 4	NI-T4		NB-T4 NS-T4
TARE A 3	NI-T3	NB-T3	NS-T3
TARE A 2	NI-T2	NB-T2	NS-T2
TARE A 1	NI-T1	NB-T1	NS-T1

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

A partir de los hallazgos obtenidos en los dos ciclos de experimentación, se puede concluir que la mayor bondad de las THA es que permite la planificación estructurada de las tareas, pensadas para mantener distintos niveles de demanda cognitiva. Lo que contribuye significativamente al desarrollo del pensamiento numérico en la primera infancia, toda vez que, permiten guiar el aprendizaje de los niños y dar cuenta de su progreso en los distintos niveles de pensamiento. Las THA sirven para guiar la enseñanza y el aprendizaje, ayudando a los educadores a identificar el nivel de comprensión de los niños y a ofrecer actividades que promuevan su desarrollo matemático. Asimismo, los resultados mostraron que la interacción entre docentes - estudiantes y estudiantes -estudiante desempeña un papel crucial en el aprendizaje de los niños. Durante el primer ciclo, se identificaron limitaciones en la manera en que los profesores facilitaban las tareas, lo que impactó negativamente en el desarrollo del pensamiento numérico.

En el segundo ciclo, con la implementación de un marco analítico basado en las nueve conceptualizaciones de la interacción de calidad (Quabeck & Prediger, 2023), se observó una mejora significativa en la participación de los niños y en su comprensión de los conceptos matemáticos. Además, el profesor debe moverse por los distintos escenarios que se generan del cruce entre las diferentes conceptualizaciones de la interacción de calidad. En suma, los hallazgos dan cuenta, que no basta con elaborar la THA con tareas de alta demanda cognitiva, sino también, promover ambientes de aprendizaje donde se brinde al estudiante espacio para la conversación, y que esta conversación tenga riqueza matemática y riqueza discursiva, lo cual debe implicar la participación activa de cada estudiante. Estos matices de la instrucción en la primera infancia rompen el paradigma de prácticas tradicionales del pensamiento sobre el aprendizaje basado en contenido matemáticos y e implica ampliarlo al desarrollo de habilidades, comprensión conceptual, razonamiento matemático y actitud en correspondencia (ICME 14, 2020).

Referencias y bibliografía

- Alsina, Á. (2020). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? TANGRAM –Revista de Educação Matemática, 3(2), 127-159. <https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018>
- Alsina, Á. (2022). Transformando el currículo español de Educación Infantil: la presencia de la competencia matemática y los procesos matemáticos. *Números: revista de didáctica de las matemáticas*, 2022, vol. 111, p. 33-48.
- Alsina, Á. (2023). Conocimientos esenciales sobre los procesos, habilidades o competencias matemáticas: orientaciones para implementar situaciones de aprendizaje. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 12(2), 65-108. DOI: <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2023.65-108>
- Björklund, C., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Kullberg, A. (2020). Research on early childhood mathematics teaching and learning. *ZDM*, 52, 607-619.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004) Learning Trajectories in Mathematics Education, *Mathematical Thinking and Learning*, 6:2, 81-89, DOI: 10.1207/s15327833mtl0602_1
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). Learning trajectories in early mathematics—sequences of acquisition and teaching. *Encyclopedia of language and literacy development*, 7, 1-6.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2012). Learning trajectories in mathematics education. In *Hypothetical Learning Trajectories* (pp. 81-90). Routledge.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.

- Clements, D. H., & Sarama, J. (2020). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.
- Clements, D. H., Sarama, J., & MacDonald, B. L. (2019). Subitizing: The neglected quantifier. *Constructing number: Merging perspectives from psychology and mathematics education*, 13-45.
- Clements, D. H., Sarama, J., Baroody, A. J., & Joswick, C. (2020). Efficacy of a learning trajectory approach compared to a teach-to-target approach for addition and subtraction. *ZDM*, 52, 637-648.
- Elia, I., Baccaglioni-Frank, A., Levenson, E., Matsuo, N., Feza, N., & Lisarelli, G. (2023). Early Childhood Mathematics Education Research: Overview of Latest Developments And Looking Ahead. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. Revue internationale de didactique des mathématiques*, (28), 75-129.
- Elia, I., Mulligan, J., Anderson, A., Baccaglioni-Frank, A., & Benz, C. (2018). Research in early childhood mathematics education today. *Contemporary research and perspectives on early childhood mathematics education*, 1-14.
- Finesilver, C. (2022). Beyond categories: dynamic qualitative analysis of visuospatial representation in arithmetic. *Educational Studies in Mathematics*, 110(2), 271-290.
- Gözüm, A. İ. C., Özberk, E. H., Kaya, Ü. Ü., & Uyanık Aktulun, Ö. (2024). Number sense across the transition from preschool to elementary school: A latent profile analysis. *Early Childhood Education Journal*, 52(6), 1221-1243.
- Heuvel-Panhuizen, M. V. D. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 9-35.
<https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000005212.03219.DC>
- Icfes. (2024). *Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA)*. Informe nacional de resultados para Colombia 2022
- Ministerio de Educación Nacional. (2016) Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) para el Grado Transición.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares en matemáticas. Bogotá
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2013). *Mathematics in early childhood learning*.
<https://www.nctm.org/>.
- Quabeck, K., Erath, K., & Prediger, S. (2023). Measuring interaction quality in mathematics instruction: How differences in operationalizations matter methodologically. *The Journal of Mathematical Behavior*, 70, 101054.
- Rodríguez, O. H., Rico, P., & Helvia Quintero, A. (2015, March). Desarrollo del sentido numérico para la construcción del concepto de número real. In XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática.
- Rojas, S. (2023). *Hacia la generación de oportunidades de aprendizaje de calidad para cada estudiante en la clase de matemáticas en contextos rurales* [Tesis doctoral, Universidad Antonio Nariño].
- Simon, M. A., & Tzur, R. (2004). Explicating the Role of Mathematical Tasks in conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory, *Mathematical Thinking and Learning*, 6:2, 91-104, DOI: 10.1207/s15327833mtl0602_2
- The 14th International Congress on Mathematical Education (2021). TSG 1 Mathematics education at preschool level (2020). Shanghai, China.
- The 14th International Congress on Mathematical Education (2024). TSG 3.6 Mathematics education at preschool level (2024). Sydney, Australia.
- Wright, V. (2014). Towards a hypothetical learning trajectory for rational number. *Mathematics Education Research Journal*, 26, 635-657.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Elia, I. (2020). Mapping kindergartners' quantitative competence. *ZDM*, 52(4), 805-819.