



Explorando la ecuación cuadrática: Un diseño de clase centrado en representaciones y el método babilónico

José David **Vargas**

Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica
Costa Rica

jose.vargas_g@ucr.ac.cr

Karla **Contreras**

Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica
Costa Rica

karla.contrerasmonge@ucr.ac.cr

Helen **Alfaro**

Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica
Costa Rica

helen.alfaro@ucr.ac.cr

Resumen

La utilización de diversas representaciones de objetos matemáticos es fundamental en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, para promover la comprensión de conceptos y procedimientos. En este documento, se analizan las fortalezas y debilidades de un diseño de una clase sobre ecuaciones cuadráticas para estudiantes que se forman como docentes de Matemáticas. Desde un enfoque cualitativo, se analiza el diseño en términos de las posibilidades para promover el uso y la conexión entre diferentes representaciones de la ecuación cuadrática. Dentro de los principales resultados se destaca que la transición entre representaciones fortalece la comprensión conceptual y procedimental de las ecuaciones cuadráticas. Además, se evidencia que el estudiantado tuvo más éxito al transitar entre las representaciones verbal y algebraica, en contraste con la dificultad mostrada al intentar conectar la verbal o la algebraica, con la representación geométrica.

Palabras clave: Educación Matemática; Educación superior; Enseñanza presencial; Formación docente inicial; Investigación cualitativa; Álgebra; Universidad de Costa Rica; Costa Rica.

Introducción

Según investigaciones recientes, en los últimos años los estudios sobre la *Ecuación cuadrática* en la disciplina Educación Matemática han aumentado (Didiş Kabar, 2023). Sin embargo, tal y como señala Didiş Kabar (2023) en su revisión temática, hay escasos estudios con docentes en formación y relacionados con la enseñanza del tema. Considerando estos vacíos, y que en la carrera de Educación Matemática de la Universidad de Costa Rica se ofrece un curso de álgebra elemental donde se estudia la ecuación cuadrática como objeto de estudio, realizamos un diseño de clase para esta temática, utilizando la metodología de Lesson Study. En este diseño, se introduce el tema de ecuaciones cuadráticas a través de un problema babilónico antiguo, escrito y resuelto con palabras (Sessa, 2005), pero del cual se espera hacer las conexiones con las representaciones algebraicas y geométricas. De esta manera, se busca promover la comprensión de los conceptos y procedimientos asociados a las ecuaciones cuadráticas, mediante el uso y manipulación de diversas representaciones matemáticas.

Este enfoque alternativo a la enseñanza tradicional invita al estudiantado a construir y reconstruir el procedimiento de resolución de ecuaciones cuadráticas, lo que promueve una comprensión profunda de los aspectos conceptuales y procedimentales involucrados. Además, se presenta como una modelación implícita en la cual el docente ejecuta “buenas prácticas” sobre cómo integrar elementos semióticos, epistemológicos, didácticos y matemáticos en el aula. Estas prácticas resultan efectivas para la instrucción de los futuros docentes, y pueden ser valiosas para ellos cuando enseñen a sus propios estudiantes (Boyd, 2014). El propósito de este trabajo es examinar las fortalezas y debilidades de este diseño en su capacidad para fomentar el uso y la interconexión de diversas representaciones matemáticas, un aspecto fundamental en la comprensión de las ecuaciones cuadráticas, como destacan Acosta (2017), Amaya (2020), Tocto (2016) y Díaz et al. (2013). De este modo, se busca que los futuros docentes incorporen estas estrategias en su profesión, enriqueciendo sus métodos de enseñanza.

Marco Teórico

Las representaciones de un objeto matemático son fundamentales ya que permiten acceder, referirse e interpretar entes abstractos que no pueden ser comprendidos de otra manera (Duval, 2006). Además de ser una herramienta clave para la comunicación, son esenciales en la construcción de significados (Schlepppegrell, 2010) y en la comprensión profunda de los conceptos matemáticos (Drehen y Kuntze, 2014). La capacidad de transitar entre distintas representaciones y reconocer las conexiones entre ellas es una habilidad matemática deseable (NCTM, 2000), que refleja una comprensión profunda del objeto matemático.

Un objeto matemático puede representarse de forma lingüística o verbal, simbólica y visual, y cada tipo destaca aspectos y connotaciones particulares del objeto (O' Halloran, 2015). Por ello, combinar lenguajes permite explorar más características que usar solo uno (Dreher, Kuntze y Lerman, 2016).

El lenguaje simbólico, característico del álgebra, representa un reto para muchos estudiantes por su abstracción y generalización, así como por la visión reduccionista del álgebra como manipulación de símbolos y la fluidez en los procedimientos con símbolos (Star y Rittle-

Johnson, 2009). La desconexión entre los símbolos algebraicos y las experiencias concretas, así como la dificultad para interpretar el significado de las expresiones algebraicas (Wang, 2015), profundiza esta problemática, limitando la comprensión de los objetos y reduciendo la aplicación significativa del pensamiento algebraico. Incorporar otras representaciones puede mitigar estas dificultades asociadas con el uso exclusivo del lenguaje simbólico.

Esto se puede realizar por medio del método Naive Geometry, el cual fue usado en Babilonia y se fundamenta en la manipulación de figuras geométricas, en particular cuadrados y rectángulos, para resolver ecuaciones no con el uso de símbolos algebraicos (Radford y Guérette, 2000), sino mediante cortes y reubicaciones de partes de figuras y de explicaciones orales de manera intuitiva. Por ejemplo, la secuencia didáctica de Radford y Guérette (2000), inicia con un problema geométrico abierto, seguido de la introducción del método Naive Geometry para ilustrar cómo los babilonios resolvían problemas similares, facilitando una transición de la manipulación concreta a la abstracción algebraica, y culminando con la reinención de la fórmula de resolución de ecuaciones cuadráticas. Fachrudin et al. (2018) proponen una secuencia similar pero más guiada para estudiantes de secundaria. Ambas secuencias progresan desde representaciones geométricas y verbales hasta la formalización algebraica.

Al incorporar al estudio del álgebra, las representaciones geométricas y verbales no tan comúnmente usadas, es importante considerar las ventajas y desventajas asociadas con ellas, para tomar decisiones didácticas acertadas en el diseño e implementación de lecciones. En la Tabla 1 se presentan las principales ventajas y desventajas de los tipos de representación. Para efectos de este estudio se consideran como sinónimos las representaciones lingüística-verbal, simbólica-algebraica y visual-geométrica-gráfica.

Tabla 1
Ventajas y desventajas según tipo de representación.

Tipo	Ventajas	Desventajas
Verbal	Facilita la formulación del problema y la interpretación de la solución. Promueve la comprensión contextual y la comunicación efectiva de la solución. Permite el uso de razonamiento verbal en la conexión con diversos contextos.	Puede ser ambigua y susceptible a asociaciones irrelevantes o engañosas. Presenta limitaciones en su universalidad. Puede generar obstáculos en la comunicación debido a la dependencia del estilo individual.
Gráfica	Presenta una naturaleza intuitiva que facilita la comprensión inicial. Contribuye a la comprensión procedimental y conceptual al visualizar relaciones y procesos.	Carece de precisión. Puede representar solo una parte limitada del problema. Su efectividad depende de la naturaleza de la tarea solicitada.
Algebraica	Ofrece una representación, general y efectiva para expresar patrones y relaciones. Constituye, en ocasiones, el único método de justificación válido para generalizar.	Puede obstaculizar el significado o la naturaleza de los objetos representados. Puede causar dificultades en la interpretación de resultados.

Fuente: Adaptado de Friedlander, A., y Tabach, M. (2001). *Promoting multiple representations in algebra*. The roles of representation in school mathematics, 11, 173-185.

La construcción del diseño de clase

El diseño de clase se titula "Introducción al estudio de ecuaciones cuadráticas" y se inspira en el método *Naive Geometry*; una técnica antigua utilizada en Babilonia para abordar problemas. En nuestro caso, el problema seleccionado es el siguiente: "*he sumado el cuadrado y mi lado obteniendo $3/4$* " (Sessa, 2005, p. 22). Este problema, analizado por distintos autores (p. ej. Sessa, 2005), implica determinar la medida del lado de ese cuadrado a partir de la suma del área y el lado, para lo cual, de manera implícita, se resuelven ecuaciones cuadráticas utilizando recomposiciones geométricas explicadas con lenguaje verbal.

El diseño de clase se propone para introducir la resolución de ecuaciones cuadráticas desde una perspectiva histórica que integra representaciones verbales, gráficas y algebraicas. Tiene como objetivo conectar la geometría con el álgebra mediante la asociación de representaciones, la justificación de procedimientos matemáticos y la comunicación de estrategias. Se fomenta el trabajo colaborativo para la toma de decisiones, permitiendo que los estudiantes construyan una comprensión progresiva de las ecuaciones cuadráticas a través del método babilónico. En el siguiente enlace se puede encontrar el material que se le entregó al estudiantado: [Diseño de clase: Introducción al estudio de ecuaciones cuadráticas](#). A continuación, se describe cada una de las partes del diseño.

En la parte I, titulada "Exploración de conocimientos previos", se realiza un diagnóstico individual para identificar las preconcepciones y conocimientos previos del estudiantado sobre ecuaciones cuadráticas. Para ello, se le proporciona preguntas abiertas que puede responder utilizando la representación que considere más adecuada. Posteriormente, en una discusión plenaria, se analizan las ideas expuestas y se vinculan con el método babilónico que será introducido.

En la parte II, titulada "Resolviendo ecuaciones cuadráticas", se propone una actividad centrada en la resolución de la ecuación cuadrática "el cuadrado de un número más ese número es igual a tres cuartos", el cual es una modificación del problema original. La primera tarea consiste en expresar el enunciado, dado en representación verbal, utilizando la representación algebraica. Luego, utilizando la representación algebraica, se solicita completar la tabla con las columnas: "procedimiento algebraico", "justificación" y "representación geométrica". Las primeras dos columnas se presentan semicompletas requiriendo que el estudiantado complete los espacios en blanco con la información que sea coherente con lo que está en la otra columna, fomentando así la transición entre el lenguaje verbal y el algebraico. Una vez completada esta etapa, se realiza una discusión plenaria dirigida por el docente para comparar y validar las respuestas de sus estudiantes.

Para completar la tercera columna, el estudiantado debe asociar a los pasos algebraicos y verbales las representaciones geométricas correspondientes. Esta actividad busca fortalecer la conexión entre las distintas representaciones y profundizar la comprensión de las ecuaciones cuadráticas y sus métodos de resolución. Finalmente, la persona docente revisa y discute en clase las asociaciones para resaltar las relaciones entre las representaciones de las tres columnas de la tabla. Esto que, a diferencia de otros enfoques y del desarrollo epistemológico del método, este

diseño invierte el orden de presentación, comenzando con las representaciones algebraica y verbal, y dejando la representación geométrica para el final. Esta decisión se fundamenta en la familiaridad del estudiantado con el álgebra y en el valor del lenguaje verbal para conectar con conocimientos previos. El uso del álgebra promueve la generalización, mientras que la representación geométrica sirve como un recurso adicional para consolidar la comprensión.

La parte III, “Aplicaciones de las ecuaciones cuadráticas”, busca promover la reflexión y valoración de la relevancia histórica y contemporánea de las ecuaciones cuadráticas, así como conocer la percepción del estudiantado sobre el diseño de clase. Por limitaciones de espacio, de ello solamente se tomarán en cuenta las percepciones del estudiantado para el análisis.

Metodología

Se adoptó un enfoque cualitativo con un diseño de estudio de caso para analizar en profundidad el diseño de clase. La implementación se realizó en un grupo de 18 estudiantes en formación inicial como docentes de Matemática, en el curso Álgebra Elemental de la Universidad de Costa Rica, en el 2024, el cual forma parte del I año de la carrera Educación Matemática. Éste se seleccionó por conveniencia, dado que incluía contenidos de ecuaciones de segundo grado y una de las personas investigadoras era docente del grupo. Se utilizaron tres técnicas de recolección de datos. Primero, observaciones de aula, realizadas por las otras dos personas investigadoras, anotando sobre el trabajo realizado por los estudiantes. También, se tomaron fotografías y videos de las producciones estudiantiles, mientras que conversaban entre ellos o escribían en sus cuadernos. Finalmente, se recolectaron las producciones escritas de cada estudiante.

Se llevó a cabo un análisis de contenido sobre los datos recolectados, para establecer ventajas y desventajas del diseño de clase en términos del uso de las representaciones, utilizando como referencia la Tabla 1, así como algunos extractos de los videos, fotografías y producciones escritas realizadas por los estudiantes. Se estructuró el análisis por cada parte del diseño, y se establecieron las siguientes categorías a priori: tipo de representación utilizada, transiciones entre representaciones, dificultades en las conexiones e interpretación, y percepciones del diseño.

Resultados, análisis y conclusiones

En la Parte I, dedicada a la exploración de los conocimientos previos, se observó que 13 de 18 estudiantes utilizaron representaciones verbales (10 correctas y 3 incorrectas) para describir el concepto y el método de resolución de ecuaciones de segundo grado. Por otro lado, 15 de 18 personas, emplearon representaciones algebraicas (11 correctas y 4 incorrectas). Quienes combinaron ambas representaciones lo hicieron generalmente de manera coherente, aunque hubo casos como el del estudiante E1 en los que no coincidían (ver Tabla 2). Ningún estudiante usó representaciones geométricas, lo que era previsible dado que el currículo costarricense prioriza las formas algebraica y verbal sobre la gráfica.

Tabla 2

Representaciones correctas o incorrectas usadas por los estudiantes según su tipo.

	Representaciones simbólicas	Representaciones verbales
Correctas	• $x^2 + 4 = 8$ [E1] • $x^2 + 2x + 1^2 = 0$ $= (x + 1)^2$ Fórmula notable $= (x + 1)(x + 1) = 0$ $= (x + 1) = 0 \vee (x + 1) = 0$ Ausencia de divisores de 0 $= x = -1$ [E9] • $x^2 - 2x + 4 = -1 + 2x^2$ [E7]	• Una ecuación cuadrática supongo que es la que tiene grado 2 en la expresión. [E4] • La ecuación cuadrática es aquella cuál es su máximo exponente es de grado dos, que, dependiendo de su discriminante, posee una, dos o ninguna solución, igualando a cero u otro valor. [E5] • Es una ecuación en la cual la variable es de grado 2 y sus coeficientes son diferentes de 0. [E9] • Es una expresión algebraica con 2 o más términos elevados al cuadrado. Además, tiene una igualdad. [E7]
Incorrectas	• $x^2 - 2x + 9 = -1 \div 2x^2$ [E3] • $ax^2 + bx + c$ [E6] • $x^2 + 7x + 4$ [E6]	• Existe al menos un término de grado 2. [E1] • Es una igualdad entre 2 expresiones algebraicas, en donde contiene una incógnita de grado 2. [E8] • Es una ecuación con una “a” con incógnita en grado 2, una “b” con incógnita en grado 1, y “c”. [E2]

Fuente: elaboración propia. 2025.

Como se observa en la Tabla 2, hubo representaciones simbólicas correctas como las de E1, E9 y E7, a pesar de que E9 usó de forma incorrecta el símbolo “=” para secuenciar los pasos. Se observa que no se usó la representación general de una ecuación de segundo grado, excepto por E6, aunque lo hizo de forma incorrecta porque omitió la igualdad, error que replicó en el ejemplo que brindó. También E3 brindó un ejemplo incorrecto, pues colocó una ecuación que no es polinomial. Por otro lado, en las representaciones verbales, destacan las de E4, E5, E9 y E7, pues hicieron referencia a una igualdad y al mayor grado que puede estar en la ecuación. Otros estudiantes muestran tener nociones correctas al respecto, pero al escribir sus definiciones omiten elementos indispensables como la igualdad (E1 y E2) o el máximo exponente (E8).

El diseño de la clase presentó fortalezas como permitir el uso de diversas representaciones para identificar conocimientos previos y anticipar dificultades, así como dar espacio para que las personas estudiantes compartieran sus respuestas en la pizarra (representación algebraica) y explicaran sus producciones (representación verbal). No obstante, una debilidad fue condicionar la pregunta sobre el procedimiento a quienes ya lo conocían, y la pregunta sobre la comparación con la ecuación lineal a quienes no conocían dicho procedimiento, en lugar de ofrecer también la posibilidad responder ambas preguntas independientemente de si conocían o no el procedimiento. Incluir ambas preguntas habría permitido a más estudiantes expresar sus ideas y brindar más información sobre sus conocimientos previos.

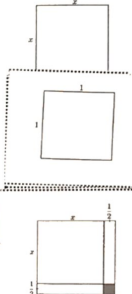
En la segunda parte, el trabajo colaborativo en la resolución de ecuaciones cuadráticas utilizando Naive Geometry fue bien recibido, evidenciándose un alto nivel de compromiso del estudiantado en la formulación y justificación de argumentos a través del uso de distintas representaciones. Inicialmente, la transición entre el lenguaje verbal y algebraico se realizó con fluidez, pues la totalidad de estudiantes identificó inmediatamente la representación algebraica de la ecuación planteada verbalmente. El estudiantado interpretó la información proporcionada y

estableció conexiones tanto verticales -entre pasos anteriores y posteriores representados de distintas formas- como horizontales -entre diferentes representaciones del mismo paso-, lo que facilitó la construcción completa de las primeras dos columnas de la tabla y la explicitación pública de sus razonamientos (ver Figura 1). Por ejemplo, E9 manifestó que “ $(x + 1)^2 = 0$, como está igualado a cero, el punto es encontrar una manera de que quede en dos factores lineales. En este caso es muy evidente porque es una fórmula notable... esta idea es mediante la propiedad de ausencia de divisores del cero. Entonces, si la multiplicación de estos dos términos [señala en la pizarra $(x + 1)(x + 1)$] es igual a cero, o este da cero o este da cero”.

Asimismo, la representación verbal contribuyó a que el estudiantado expresara su comprensión en sus propias palabras, como se observa en el intercambio donde E10 cuestiona: “¿Por qué resta 1?”, y E9 responde: “Porque necesitamos la manera de que nos quede cero para encontrar una de las respuestas”, seguido de la escritura del paso algebraico correspondiente.

En la correspondencia geométrica, los estudiantes interpretaban las figuras geométricas a partir de las expresiones algebraicas, buscando equivalencias con números, variables u operaciones. Esta estrategia, aunque indicativa de un intento de comprensión, generó confusión en la asociación entre las diferentes representaciones. Esto se evidencia en el cuestionamiento de E11: “¿Profe, es un cuadradito para la ecuación completa o un cuadradito para cada pedacito?, ¿Un cuadradito es un lado del igual y otro cuadradito es otro lado del igual?”. Asimismo, en el diálogo donde E8 explica que “para completar el cuadrado, usted le mete un rectángulo. Y si tienen dos minirectángulos y se pone uno abajo del cuadrado y otro al lado, y le ponemos un cuadrado chiquito y se completa el cuadrado”. Así, se observó que el estudiantado tendía a interpretar las figuras geométricas a partir de las expresiones algebraicas. Con lo que, se evidenció una concordancia limitada entre las columnas algebraica/verbal y la representación geométrica en la mayoría de las respuestas. Por ejemplo, en la Figura 1 se presenta la solución de un estudiante con un fragmento del razonamiento que manifestó.

Procedimiento algebraico	Justificación
$x^2 + x = \frac{3}{4}$	Ecuación por resolver.
$\Leftrightarrow x^2 + x + 1 = \frac{3}{4} + 1$	Sumar 1 a ambos lados de la igualdad.
$\Leftrightarrow x^2 + x + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} + 1$	Dividir 1 a la mitad.



- “El primero es sumar un 1 a ambos lados de la igualdad” [coloca como primer paso un cuadrado de medida de lado 1].

- “Después de eso se divide el 1 a la mitad, que es $\frac{1}{2}$, entonces aquí se le agrega $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{2}$ a cada uno” [toma figura que tiene como medida de lado x y que tiene $\frac{1}{2}$ en alguna de sus partes] ...

- “Creo que está mal el primer paso...” [procede a colocar como primer paso un cuadrado de lado con medida x , debido a que en el primer paso algebraico se involucra dicha letra].

Figura 1. Ejemplo de resolución de la Parte II y fragmento de la transcripción.

Estos resultados muestran fortalezas y áreas de mejora en el diseño de clase. Entre las fortalezas, destaca la promoción de una construcción activa del conocimiento mediante la conexión entre diversas representaciones. Presentar una solución completa y desafiar al estudiantado a reconstruirla y justificarla mediante distintas formas de representación fomenta un aprendizaje significativo y el desarrollo de habilidades cognitivas superiores. El uso de material manipulativo facilitó la comparación y la visualización. Entre las dificultades se observó un tiempo de resolución prolongado (más de 2.5 horas) y falta de espacio en las hojas de trabajo. La mayoría del estudiantado manifestó que la transición hacia la representación geométrica resultó

más desafiante que otras, aunque ésta fue la más disfrutada. En futuras implementaciones se sugiere iniciar con representaciones geométricas, como proponen Radford y Guerrete (2000) y Fachrudin et al. (2018), evitando que la construcción algebraica limite el aprendizaje (por ejemplo, hacer coincidir la variable x con los dibujos).

En conclusión, el diseño favorece la comprensión conceptual y procedimental a través del uso de diversas representaciones y un enfoque colaborativo. No obstante, su implementación requiere ajustes para mejorar la eficiencia del tiempo y la transición entre representaciones. Se recomienda incorporar preguntas sobre conocimientos previos desde el inicio y ampliar el tiempo asignado a cada parte. Además, que el docente modele el razonamiento esperado, ejemplificando los primeros pasos de la tarea para fortalecer la conexión entre lo geométrico y lo algebraico.

Referencias y bibliografía

- Acosta, L. (2017). *Resolución de problemas que requieren de la ecuación cuadrática: Rutinas de pensamiento y registros de representación semiótica en octavo grado* [Tesis de maestría, Universidad de La Sabana].
- Amaya, J. (2020). *Los sistemas de representación semiótica en la enseñanza de funciones polinómicas de segundo grado en la Institución Educativa Javiera Londoño* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/77425>
- Boyd, P. (2014). Using ‘modelling’ to improve the coherence of initial teacher education. In P. Boyd, A. Szplit, & Z. Zbróg (Eds.), *Teacher educators and teachers as learners: International perspectives* (pp. 51–73). Wydawnictwo Libron. <https://doi.org/10.13140/2.1.3059.6167>
- Díaz, M., Haye, E., Montenegro, F., y Córdoba, L. (2013). Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas. *Revista UNIÓN*. <https://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/644/379>
- Didiş Kabar, M. G. (2023). A Thematic Review of Quadratic Equation Studies in The Field of Mathematics Education. *Participatory Educational Research*, 10(4), 29–48. <https://doi.org/10.17275/per.23.58.10.4>
- Dreher, A., y Kuntze, S. (2015). Teachers’ professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1-2), 89–114. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9577-8>
- Dreher, A., Kuntze, S., y Lerman, S. (2016). Why use multiple representations in the mathematics classroom? Views of English and German preservice teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(2), 363–382. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9633-6>
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131.
- Fachrudin, A., Putri, R., Kohar, A., y Widadah, S. (2018). Developing a Local Instruction Theory for Learning the Concept of Solving Quadratic Equation Using Babylonian Approach. *Journal of Physics: Conference Series*, 1108(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1108/1/012069>
- Friedlander, A., y Tabach, M. (2001). Promoting multiple representations in algebra. En A. A. Cuoco & F. R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics* (pp. 173–185). National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author. <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/>
- O’Halloran, K. L. (2015). The language of learning mathematics: A multimodal perspective. *The Journal of Mathematical Behavior*, 40, 63–74. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.09.002>
- Radford, L., & Guérette, G. (2000). Second degree equations in the classroom: A Babylonian approach. *Paleontological Society Papers*, 6, 69–76. https://www.luisradford.ca/pub/95_babylonian.pdf
- Sessa, C. (2005). *Iniciación al estudio didáctico del Álgebra*. Buenos Aires, Argentina. Editorial: Libros del Zorzal.
- Schleppegrell, M. J. (2010). Language in mathematics teaching and learning: A research review. En J. N. Moschkovich (Ed.), *Language and mathematics education: Multiple perspectives and directions for research* (pp. 73–112). Information Age Publishing.
- Star, J. R., y Rittle-Johnson, B. (2009). Making algebra work: Instructional strategies that deepen student understanding, within and between representations. *ERS Spectrum*, 27(2), 11–18.

- Tocto, E. (2016). *Comprensión de la noción función cuadrática por medio del tránsito de registros de representación semiótica en estudiantes de quinto año de secundaria* [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. <https://tesis.pucp.edu.pe/items/f310bce7-88c8-467a-98ec-ddee4ad9346d>
- Wang, X. (2015). The Literature Review of Algebra Learning: Focusing on the Contributions to Students' Difficulties. *Creative Education*, 6, 144-153. <https://doi.org/10.4236/ce.2015.62013>