



## Identificación de talentos matemáticos a través de tareas de invención de problemas

Johan **Espinoza** González

Universidad Nacional

Costa Rica

[jespinoza@una.ac.cr](mailto:jespinoza@una.ac.cr)

José Luis **Lupiáñez** Gómez

Universidad de Granada

España

[lupi@ugr.es](mailto:lupi@ugr.es)

### Resumen

El estudio se centra en analizar el uso de tareas de invención de problemas como mecanismo de identificación del talento matemático. Para ello se aplicó un cuestionario de invención de problemas a dos grupos de estudiantes, uno considerado con talento matemático y otro de un colegio público normal, con el propósito de contrastar sus producciones con base en 12 variables de estudio que fueron organizadas en tres categorías de análisis. El estudio concluye sobre las potencialidades de la invención de problemas en el proceso de identificación del talento matemático, ya que las producciones de los estudiantes con talento matemático fueron más complejas, tanto en términos sintácticos como matemáticos y requirieron una mayor demanda cognitiva. Además, mostraron un nivel superior de fluidez, flexibilidad y originalidad en sus planteamientos, estableciendo más conexiones y formulando problemas con mayor riqueza en comparación con sus compañeros del colegio público normal.

*Palabras clave:* Educación Matemática; Educación secundaria; Invención de problemas; Resolución de problemas; Talento matemático.

### Introducción

La invención de problemas es una actividad significativa en el aprendizaje de las Matemáticas, ya que fomenta tanto el pensamiento matemático como el creativo, reduce la

ansiedad hacia la asignatura, mejora las estrategias de resolución de problemas y fortalece la actitud positiva de los estudiantes hacia esta disciplina (Ayllón y Gomez, 2014). Además, se considera que es una tarea cognitivamente más exigente que resolver problemas, pues implica alcanzar niveles avanzados de reflexión, demostrando conocimientos previos, habilidades y experiencias matemáticas adquiridas (Mestre, 2002; citado por Kaba y Şengül, 2016).

En relación con el talento matemático, la literatura menciona que este tipo de estudiantes tienen aptitudes y destrezas hacia las Matemáticas que los diferencian de los sujetos con inteligencia media y que les permite realizar con mayor éxito tareas en esta disciplina. Además, se coincide en la necesidad de una identificación y caracterización de estudiantes con talento, que aporte información para una respuesta educativa pertinente a sus necesidades específicas.

Considerando las habilidades, el conocimiento y el nivel de reflexión involucrados en la invención de problemas matemáticos, junto con la necesidad de profundizar en el estudio del talento matemático, surge la siguiente cuestión de investigación: ¿pueden emplearse las tareas de invención de problemas para identificar estudiantes con talento matemático? Para responder a esta pregunta, se aplicó un instrumento que pedía a los estudiantes inventar problemas matemáticos a partir de distintos reactivos. Luego, se analizaron sus respuestas con base en 12 variables organizadas en tres categorías de estudio, con el objetivo de identificar diferencias significativas. Este análisis permitió encontrar ciertos elementos que sugieren que este tipo de actividades podría ser útil para detectar el talento matemático.

### **Marco Teórico**

La actividad de inventar problemas no es nueva, sino que forma parte de la resolución de problemas desde hace ya varios años (Singer, et al., 2013). Para Koichu y Kontorovich (2013) es el proceso en el que se construyen interpretaciones personales de situaciones concretas y se formulan como problemas matemáticos con significado. Ayllón, Castro y Molina (2011) la conceptualizan como la acción de producir un enunciado que presente un planteamiento o historia a partir del cual se formulan una o más preguntas que son contestadas a partir ciertos datos. En este trabajo adoptamos la concepción de Espinoza et al. (2016), quienes señalan que es un proceso matemático complejo, en el que se formulan enunciados a partir de la interpretación personal o significado que le da un sujeto a una situación concreta o a un problema dado.

Con respecto al talento, se conceptualiza como un conjunto de habilidades y destrezas que permiten a una persona sobresalir en un área específica del conocimiento (Prieto et al., 2000). Clark (1997, citado en Díaz et al., 2013) refuerza esta idea, señalando que una persona talentosa demuestra un alto desempeño en un campo concreto, como la música, las artes o las Matemáticas. Centrándonos en el talento matemático, una de sus definiciones más simples es aquella que lo describe como la capacidad matemática significativamente superior al promedio (Pasarín et al., 2004). En esta investigación se adopta la definición de Leikin (2018), quien considera que un estudiante con talento matemático es aquel que demuestra un desempeño matemático sobresaliente en comparación con su grupo de referencia y tiene la capacidad de generar nuevas ideas matemáticas de acuerdo con su trayectoria educativa.

En relación con las estrategias empleadas en la identificación, Ureña, Beltrán-Menu y Ramírez (2024), mencionan que algunas de ellas generan controversia, pudiéndose encontrar en

la práctica test de inteligencia, test de rendimiento y de habilidad matemática y test de creatividad. El problema de algunos de éstos es que podría suceder que niños muy capaces no sean identificados o que suceda lo contrario, niños que no son talentosos puedan ser identificados como tal (Benavides, 2008). Ante esta problemática, algunos autores sugieren que la invención de problemas podría ser una herramienta útil en la identificación de estudiantes con talento matemático (Ellerton, 1986, Kesan et al., 2010), ya que esta tarea permite observar los conocimientos y habilidades matemáticas, así como la creatividad de niños considerados con talento matemático (Krutetskii, 1976). Además, autores como Getzels y Jackson (1962; citado en Silver, 1994) y Balka (1974) han empleado actividades de invención de problemas en el proceso de identificar individuos creativos.

### **Metodología**

A continuación, se describe la metodología empleada en este estudio describiendo el tipo de investigación, los sujetos de estudio, el instrumento y las categorías de análisis empleadas.

#### **Tipo de investigación**

El estudio se basa en un enfoque mixto que integra elementos tanto de metodologías cuantitativas como cualitativas. Se trata de una investigación descriptiva transversal (Cohen et al., 2007), que busca ampliar el conocimiento sobre estudiantes con talento matemático, a través del análisis de los problemas que estos inventan en un momento específico, utilizando tanto descripciones cualitativas como análisis cuantitativos.

#### **Sujetos de estudio**

Se seleccionaron dos grupos de estudiantes. El primero, denominado grupo talento, conformado por 23 estudiantes del Colegio Científico de Costa Rica, sede Universidad Nacional, Región Brunca, con edades entre 16 y 17 años. Aunque este centro emplea un proceso de selección, el método utilizado no está validado para identificar talento matemático. Ante esto, se aplicó el test de Matrices Progresivas de Raven (Raven et al., 1993), resultando que todos obtuvieron puntuaciones superiores al percentil 75, por lo que se considera una muestra representativa de estudiantes con talento (Benavides, 2008). El segundo grupo, denominado grupo estándar, lo conforman 22 estudiantes de un colegio público estándar de la misma región, con edades entre los 16 y los 17 años. Se seleccionó este grupo como representación de estudiantes típicos de un colegio público regular, sin identificación previa de talento matemático.

#### **Instrumento de invención de problemas**

Para la investigación se diseñó un instrumento compuesto por cuatro cuestionarios con distintas modalidades de invención de problemas. El cuestionario 1 contiene dos tareas que pedía crear un problema a partir de un enunciado textual. El cuestionario 2 incluye dos tareas que solicitaban inventar un problema basándose en una imagen o recorte de periódico. El cuestionario 3 presenta una tarea en la que los estudiantes primero resuelven un problema y luego crean uno nuevo modificando datos, información o preguntas. El cuestionario 4 consta de dos tareas de invención libre, en las que los participantes deben formular y reformular un problema sin restricciones.

## **Categorías de análisis**

A continuación, se describen las categorías y variables empleadas en el estudio. En Espinoza (2018) se presenta con mayor detalle la descripción de cada una de ellas.

### **Complejidad del problema**

La complejidad del problema inventado se estudió a partir de ocho variables de estudio organizadas en dos categorías: complejidad sintáctica y complejidad matemática. La primera examina la habilidad para formular problemas bien estructurados y organizados en términos lingüísticos y simbólicos (Puig y Cerdán, 1990). En ésta se analizaron cuatro variables: longitud del enunciado, coherencia del enunciado, flexibilidad numérica y tipo de pregunta. En la segunda, complejidad matemática, se evalúa el nivel de dificultad cognitiva que implica la tarea al inventar problemas complejos desde el punto de vista matemático. Se estudió a partir de cuatro variables: cantidad de pasos necesarios para resolver el problema, inclusión de ideas matemáticas complejas, nivel de dificultad según PISA y demanda cognitiva. Se establecieron indicadores específicos para medir estas variables, excepto en la cantidad de pasos para la resolución.

### **Pensamiento divergente**

De acuerdo con González y Domigues (2015), una persona con pensamiento divergente añade a partir de una sola idea varios y diversos pensamientos relacionados con la misma. Por tanto, para estudiarla se analizaron: fluidez de ideas, creatividad y conexión entre los hechos.

### **Riqueza en la formulación de problemas**

Un problema matemático es rico si presenta características que lo convierten en un desafío significativo para los estudiantes. Por tanto, se considera que un problema matemático es rico si presenta las siguientes características: el enunciado es extenso, emplea diferentes tipos de números, implica varios pasos para ser resuelto, incluye varios campos de conocimiento, presenta un alto nivel de complejidad según la clasificación de PISA, requiere una alta demanda cognitiva, evidencia control metacognitivo, evidencia principios de autocorrección en la resolubilidad del problema y presenta fluidez de ideas. Estas variables fueron elegidas a posteriori, ya que los análisis estadísticos confirmaron diferencias significativas entre grupos.

Para valorar la riqueza del problema se empleó una rúbrica que establecía, en cada una de las variables citadas anteriormente, criterios con puntuaciones ordenadas de forma ascendente. Así, la calificación de la riqueza de un problema podría oscilar entre 9 y 22 puntos, valor que se obtenía sumando el puntaje obtenido en cada uno de los criterios definidos, de modo que a mayor puntuación mayor riqueza en el problema planteado. Para evaluar la riqueza general de cada estudiante, se calcula el promedio de riqueza en los problemas que inventó. Por último, se definieron tres niveles de riqueza general con base en el análisis de las puntuaciones obtenidas: bajo (7-11), medio (12-15) y alto (16-22). En Espinoza (2018) se presenta con mayor detalle la rúbrica empleada para valorar la riqueza de un problema matemático.

## Resultados

A continuación, se presentan los resultados obtenidos con base en las tres categorías de análisis definidas. Cabe señalar que se analizaron 303 problemas matemáticos de 315 posibles (96,19%), de los cuales 154 los inventaron el grupo talento y 149 el grupo estándar.

### Análisis según la complejidad del problema

A continuación, se presentan los resultados obtenidos a partir de las subcategorías: complejidad sintáctica y complejidad matemática

#### Complejidad sintáctica

Con respecto a la longitud del enunciado, resultó que el grupo talento inventó problemas con un promedio de 5,55 proposiciones; mientras que el grupo estándar registró un promedio de 4,00. Al realizar el análisis estadístico mediante el contraste de hipótesis de Kolmogórov-Smirnov se concluye que los datos no se distribuyen de forma normal ( $p=0$ ). Por tanto, mediante la prueba de Mann-Whitney se verificó que existen diferencias significativas entre la cantidad media de proposiciones que contienen los problemas de ambos grupos ( $p=0.00$ ).

En relación con la coherencia del enunciado, el 97% de los problemas de ambos grupos fueron evaluados como coherentes. De igual forma resultó con la variable flexibilidad numérica, ya que ambos grupos emplearon números naturales (97,42% grupo talento y 99,33 grupo estándar). Sin embargo, el grupo talento empleó más números racionales (19,33%) que el grupo estándar (9,4%). Con respecto al tipo de pregunta, predominaron las preguntas de asignación en ambos grupos (76,77% en el grupo talento y 84,56% en el grupo estándar).

#### Complejidad matemática

Los resultados muestran que los problemas del grupo talento requirieron un promedio de 4,23 pasos para resolverse, frente a los 2,32 pasos del grupo estándar. Al realizar la prueba de hipótesis de Kolmogórov-Smirnov se concluye que los datos no se distribuyen de forma normal ( $p=0.00$ ). Por tanto, al aplicar la prueba Mann-Whitney se verificó que existen diferencias significativas entre las medias de ambos grupos ( $p=0.00$ ). También resultó que ningún estudiante del grupo estándar incorporó ideas complejas en sus problemas y que solo el 8,44% de los problemas del grupo talento contienen al menos una idea compleja (13 enunciados).

En cuanto al nivel de complejidad según PISA, se encontró que el grupo talento formuló mayormente problemas de conexión (65,58%), que implican varias ideas o conceptos matemáticos, así como varios pasos para ser resueltos; mientras que el grupo estándar se inclinó por problemas de reproducción (79,19%), que suelen requerir un único procedimiento para resolverse. Además, ambos grupos propusieron pocos problemas de reflexión; aunque el grupo talento planteó una mayor cantidad de éstos. Al realizar el análisis estadístico se encontraron diferencias significativas en esta variable por grupos ( $\chi^2 = 105,91$ ,  $gl=2$ ,  $p<0,00$ ).

Con respecto a la demanda cognitiva, se encontró que el 55,84% de los problemas del grupo talento fueron clasificados como de algoritmo con conexión y el 12,99% como haciendo Matemática, lo que indica una alta demanda cognitiva. En el grupo estándar, el 93,96% se catalogaron de baja demanda cognitiva, centrados en la memorización o la aplicación de algoritmos sin conexión. Al realizar el análisis estadístico se encontraron diferencias significativas en esta variable por grupos ( $\chi^2 = 135,06$ ,  $gl = 3$ ,  $p < 0,00$ ).

### **Análisis según el pensamiento divergente**

La fluidez de ideas se estudió de acuerdo con la cantidad de proposiciones (Espinoza et al., 2016) no semejantes presentes en el enunciado del problema. Los resultados mostraron que el grupo talento tuvo un promedio mayor (3,64) que el grupo estándar (2,42). Al realizar la prueba de hipótesis de Kolmogórov-Smirnov se concluye que los datos no se distribuyen de forma normal ( $p=0.00$ ). Por tanto, al aplicar la prueba de Mann-Whitney resultó que existen diferencias significativas entre las medias de ambos grupos ( $p=0.00$ ).

3

La creatividad se analizó en función de fluidez, flexibilidad y originalidad (Kontorovich et al., 2011), pidiendo a los estudiantes que inventaran tres problemas a partir de la tarea 1 del cuestionario 2 que presentaba la imagen de tres niños corriendo alrededor de una plaza circular. En este análisis se valoraron 130 problemas de 135 posibles (65 por cada grupo). En cuanto a la fluidez, resultó ambos grupos crearon los tres problemas requeridos (91,3% grupo talento y 95,45% grupo estándar). En relación con la flexibilidad, que consiste en estudiar la capacidad de inventar tres tipos diferentes de problemas, resultó que el grupo talento generó una mayor variedad de problemas (63,33%) en comparación con el grupo estándar (40,9%). Por último, el 50% de los problemas del grupo talento fueron originales (enunciados que no son comunes con respecto a los demás) frente al 22,73% del grupo estándar

En relación con la conexión entre los hechos, se encontró que la mayoría de los enunciados del grupo talento presentan al menos una conexión (55,2%); mientras que el 34,23% de los problemas del grupo estándar presentan esta característica. Al realizar el análisis estadístico, se observan diferencias significativas, lo que evidencia que el grupo talento prefiere plantear problemas con al menos una conexión entre los hechos ( $\chi^2=12,66$ ,  $gl=2$ ,  $p<0,02$ ).

### **Análisis según la riqueza en la formulación de problemas**

Se encontró que las puntuaciones oscilaron entre 11 y 19 en el grupo talento y entre 8 y 13 en el grupo estándar. Estas diferencias también se observaron en la media de la riqueza general en ambos grupos, ya que la media del grupo talento (14,92) fue significativamente mayor que la del grupo estándar (10,73). Al realizar el contraste de hipótesis mediante la prueba de Kolmogórov-Smirnov para determinar normalidad se concluye que los datos no se distribuyen de forma normal ( $p=0.00$ ). Por tanto, mediante el contraste de hipótesis de Mann-Whitney se verificó que existen diferencias significativas entre las medias citadas ( $p=0.00$ ).

También resultó que el 95,65% de los estudiantes del grupo talento obtuvieron una puntuación mayor o igual a 11,57 (percentil 75), mientras que el 25% del grupo estándar alcanzó ese puntaje. Por tanto, si consideramos con talento matemáticos a los estudiantes con

puntuaciones mayores al percentil 75 (Benavides, 2008), entonces el 95,65% del grupo talento (22 de 23 estudiantes) hubiesen sido identificados como tal. Por último, con respecto al nivel de riqueza general, resultó que el 87,10% del grupo talento formuló problemas con riqueza media o alta, mientras que el 68,5% del grupo estándar inventó problemas de riqueza baja. Estas diferencias fueron estadísticamente significativas ( $\text{Chi-cuadrado}=118,9$   $gl=2$ ,  $p<.0$ ).

### Conclusiones

El estudio evidencia que el grupo talento mostró características distintivas, en cuanto a su capacidad de invención de problemas, en comparación con sus compañeros del grupo estándar, ya que presentaron una mayor complejidad sintáctica y matemática, así como una demanda cognitiva más elevada. Además, demostraron una mayor fluidez, flexibilidad, originalidad y conexión en sus problemas, así como una formulación más rica en comparación con el grupo estándar. Este resultado coincide con Ruiz-Socolado y Lupiáñez (2022), quienes concluyen que las producciones de los sujetos con talento matemático tienden a ser más ricas, originales y complejas respecto a su nivel curricular. Es importante mencionar que estas diferencias no solo se reflejaron en la estructura de los problemas creados, sino también en la percepción de dificultad que generan, ya que sus problemas suelen requerir un mayor esfuerzo cognitivo para resolverlos.

Otro aspecto relevante es el resultado de las puntuaciones de riqueza general, ya que al tomar el grupo estándar como control e identificar con talento matemático a los estudiantes con puntuaciones superiores al percentil 75 de riqueza general, resultó que el 95,65% de los estudiantes del grupo talento hubiesen sido identificados como tal. Este resultado es importante, porque el estudio logró asignar un puntaje a las producciones de los estudiantes con el propósito de catalogarlos en diferentes niveles e identificar a chicos con talento matemático.

Por lo tanto, el uso de la invención de problemas como estrategia para identificar talento matemático representa un enfoque innovador y efectivo dentro de la Educación Matemática. Esta metodología evidencia algunas limitaciones de los test tradicionales de identificación del talento matemático, que usualmente se centran en medir habilidades matemáticas desde una perspectiva lógico-verbal y algorítmica; mientras que las tareas de invención de problemas permiten observar no solo el dominio conceptual de los estudiantes, sino también su pensamiento creativo, analítico y razonamiento lógico-matemático, que son aspectos fundamentales del talento matemático. De hecho, las tareas propuestas les permitieron a los estudiantes demostrar sus capacidades y habilidades en Matemáticas de manera efectiva, con una alta tasa de respuesta y una diversidad notable de problemas creados, lo que respalda la inclusión de este tipo de actividades en el proceso de identificación del talento matemático, en concordancia con investigaciones previas como las de Ellerton (1986), Kesan et al. (2010) y Krutetskii (1976).

### Referencias

- Ayllón, M. F., Castro, E. y Molina, M. (2011). Invención de problemas y tipificación de problema difícil por alumnos de educación primaria. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco, y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 277–286). SEIEM.
- Ayllón, M. F. y Gómez, I. (2014). La invención de problemas como tarea escolar. *Escuela Abierta*, 17, 29–40.
- Balka, D. S. (1974). Creative ability in mathematics. *Arithmetic Teacher*, 21, 633-636.

- Benavides, M. (2008). *Caracterización de sujetos con talento en resolución de problemas de estructura multiplicativa* (Tesis doctoral, Universidad de Granada). Repositorio Institucional de la Universidad de Granada.
- Cohen, L. M., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education*, (6th ed). Routledge Falmer.
- Díaz, E., Aleman, H. y Hernández, C. (2013). Un modelo pedagógico para desarrollar el potencial de estudiantes talentosos en matemática en Costa Rica. *Uniciencia*, 27, 51–66.
- Ellerton, N. (1986). Children's made-up mathematics problems: A new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 17(3), 261–271.
- Espinoza, J., Lupiáñez, J. L. y Segovia, I. (2016). La invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 14(39), 368–392.
- Espinoza, J. (2018). *Caracterización de estudiantes con talento matemáticos mediante tareas de invención de problemas*. (Tesis doctoral, Universidad de Granada). Repositorio Institucional de la Universidad de Granada.
- González, M. y Domingues, F. S. (2015). ¿Existen indicadores para identificar el talento? *Aula*, 21, 21–32.
- Kaba, Y. & Şengül, S. (2016). Developing the Rubric for Evaluating Problem Posing (REPP). *International Online Journal of Educational Sciences*, 8(1), 8–25.
- Kesan, C., Kaya, D., & Güvercin, S. (2010). The Effect of Problem Posing Approach to the Gifted Student's *Mathematical Abilities*, 2(3), 677–687.
- Kontorovich, I., Koichu, B., Leikin, R., & Berman, A. (2011). Indicators of creativity in mathematical problem posing: How indicative are they? En M. Avotina, D. Bonka, H. Meissner, L. Ramaña, L. Sheffield, y E. Velikova (Eds.), *proceedings of the 6th International Conference: Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students* (pp. 120–125). Latvia University.
- Koichu, B., y Kontorovich, I. (2013). Dissecting success stories on mathematical problem posing: A case of the Billiard Task. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 71–86. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9431-9>
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. Universidad de Chicago Press.
- Leikin, R. (2018). Giftedness and high ability in mathematics. En S. Lerman (Eds.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9\\_65-4](https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_65-4)
- Pasarín, M. J., Feijoo, M., Díaz, O. y Rodríguez, L. (2004). Evaluación del talento matemático en educación secundaria. *FAISCA: Revista de Altas Capacidades*, 11, 83-102
- Prieto, M. D., Bermejo, M. R y López, O. (2000). Procedimientos de evaluación e identificación de los alumnos superdotados. En M. D Prieto y J. L Castejon (Eds), *Los superdotados: Esos alumnos excepcionales* (pp. 45-75). Ediciones Aljibe.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1990). La estructura de los problemas aritméticos de varias operaciones combinadas. *Cuarta Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*, 8–10. <http://www.uv.es/puigl/acapulco90.pdf>
- Raven, J. C., Court, J. H. y Raven, J. (1993). *Test de matrices progresivas. Escalas Coloreadas, General y Avanzadas*. Paidós.
- Ruiz-Socolado, G. R y Lupiáñez, J. L (2022). Análisis de una tarea de invención de problemas realizada por alumnos con talento matemático. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 519-527). SEIEM.
- Singer, F. M., Ellerton, N. & Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: New questions and directions. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 1–7. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9478-2>.
- Silver, E. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.
- Ureña, J., Beltrán-Meneu, M. J. y Ramírez, R. (2024). Rasgos de talento matemático en estudiantes de secundaria. Generalización en un contexto funcional. *PNA*, 19(1), 53-79. <http://doi.org/10.30827/pna.v19i1.28279>.