Análisis estadístico de los libros de texto para la enseñanza de Álgebra Lineal y Geometría Analítica en carreras de ingeniería en Argentina entre 1810 y 2020

Pablo Agustín **Sabatinelli**
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario
Argentina
pablos@fceia.unr.edu.ar
Viviana Carolina **Llanos**
Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECYT), Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires
Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)
Argentina
vcllanos@niecyt.exa.unicen.edu.ar

Resumen

Esta ponencia surge de considerar el problema relativo a la enseñanza del Álgebra Lineal y la Geometría Analítica en carreras de ingeniería en Argentina. Se analizan 185 libros de texto que se registran entre 504 planes de estudio de ingeniería y 125 programas de las asignaturas que reúnen los saberes de Álgebra Lineal y Geometría Analítica durante el periodo 1810-2020 en Argentina. Nos focalizaremos en realizar un análisis estadístico a partir de las características generales y epistemológicas de los libros. Los resultados muestran que en la mayoría de los libros el estudio de Álgebra Lineal y Geometría Analítica se propone como dos partes separadas de una misma materia, y sólo pocos desarrollan estos temas de manera conjunta.

Palabras clave: Álgebra Lineal; Formación de Ingenieros; Geometría Analítica; Teoría de la Transposición Didáctica; Universidad.

Introducción

La formación de ingenieros en Argentina a lo largo de la historia dependió de diversos factores de índole política, social y económica entre otros. Políticas de industrialización nacional, por ejemplo, se tradujeron en creación de espacios de formación de profesionales con diferentes

perfiles y mayor matrícula de estudiantes en dichas carreras de ingeniería; el descubrimiento de recursos naturales estratégicos dio lugar a la creación de una carrera de ingeniería particular que pudiera agregar valor dentro de la cadena de producción y explotar comercial y socialmente esos recursos (Buchbinder, 2005). Además, procesos económicos nacionales de desindustrialización o cierre de fábricas restringe la matrícula en estas carreras (Rougier, 2021). Esta dinámica de permanentes transformaciones, afecta sin dudas a las decisiones de quienes piensan el fin social de las universidades y las demandas sociales, generando ofertas permanentes, con cambios en los planes de estudio y la generación de recursos que acompañen estas transformaciones.

A partir de una recopilación de 168 investigaciones acerca de la enseñanza del Álgebra Lineal (AL) y la Geometría Analítica (GA) en carreras de ingeniería (Sabatinelli, Llanos, y Otero, 2021) identificamos un problema relativo a la vinculación entre los saberes de AL y GA que forman parte de una misma materia del ciclo básico de la universidad. Este problema se presenta cuando los conocimientos de AL y de GA se estudian como dos partes separadas de una misma asignatura, que llamaremos AyGA. Esta separación tiene una justificación de nivel epistemológico (Sabatinelli y Llanos, 2022), y podría materializarse en el fenómeno que Chevallard describe como "pérdida de sentido" (Chevallard, 2013), porque los estudiantes desconocen el por qué y para qué del estudio de los saberes de AyGA. En un trabajo anterior, concluimos que los planes de estudio de las carreras de ingeniería en Argentina no son la causa de un estudio escindido de los saberes de AL y GA. (Sabatinelli y Llanos, 2024). Ahora buscamos analizar la propuesta de los libros de texto seleccionados de los programas de estudio de AyGA en carreras de ingeniería en universidades públicas de Argentina en el periodo 1810-2020. ¿Cuáles son las características de los libros de texto de AL y GA para la formación de ingenieros en Argentina? ¿Existe una vinculación entre AL y GA en la propuesta de los libros?

Marco teórico

Se adopta el referencial teórico la Teoría de la Transposición Didáctica (TTD) (Chevallard, 1985). Se reconoce por un lado una institución productora del saber, denominado *sabio*. El didacta adapta y transforma ese saber según la institución que requiere aprenderlo para convertirlo en un saber *a enseñar.* El saber a enseñar no es una copia del saber sabio, ni un saber "de mala calidad" sino que es la adaptación necesaria y se denomina este proceso Transposición Didáctica. Por otro lado, cada institución propone estudiar cierto saber y lo hace según sus propias consideraciones de validación y justificación. Instituciones diferentes pueden dar lugar a procesos transpositivos distintos y surge así el fenómeno denominado relatividad institucional simultánea de lo matemático y de lo didáctico, asumiendo la existencia de una transposición institucional (Donvito y Otero, 2019). La limitación más fuerte de este proceso ocurre cuando no se puede mantener o recrear una posible "razón de ser" de los conocimientos (Gascón y Bosch, 2007) que, en este caso, la universidad se propone transmitir. La noósfera es el lugar donde se vincula a la institución productora del saber con la de enseñanza (Chevallard, 1985) y entre las producciones de la noósfera, señalamos los diseños curriculares, los planes de estudio de las carreras, los programas de las asignaturas, y los libros de texto, entre otras. Todas estas producciones inciden en las transformaciones y en la naturaleza del saber en el aula. Los libros de texto de AyGA para carreras de ingeniería en Argentina son producto de la noósfera, y se incluyen en el análisis los elegidos por los profesores según los que figuran en los programas de AyGA de diferentes facultades de ingeniería en Argentina entre 1810-2020.

Metodología

Se identifican cuatro etapas en las que se puede dividir el periodo histórico 1810-2020 para explicar los cambios en las carreras de ingeniería en Argentina (Sabatinelli y Llanos, 2024):

- Etapa 1 (E1): periodo 1810 a 1920, caracterizada por la conversión de ingenieros con orientación militar a ingenieros con perfil dirigido a la producción y la industria, que actúan profesionalmente en el ámbito civil, y se los denomina ingenieros civiles.
- Etapa 2 (E2): desde 1921 a 1976, un periodo fuertemente orientado a la industrialización nacional que propulsó la creación y diseminación de carreras de ingeniería en todo el territorio nacional.
- Etapa 3 (E3): desde 1977 a 2002 corresponde a la etapa que se desestima la industria, etapa de desindustrialización, y como consecuencia, estancamiento y retroceso de la carrera de Ingeniero en el país.
- Etapa 4 (E4): desde 2003, corresponde a una nueva etapa de fomento a la industria y la producción, que como en la etapa E2 repercutió favorablemente en las condiciones para formar ingenieros en Argentina.

Hemos recopilado 504 planes de estudio de ingeniería y 125 programas de AyGA de 47 universidades nacionales y las 30 Regionales de la Universidad Tecnológica Nacional, todas ellas universidades públicas de Argentina, en el periodo 1810-2020. De esta recopilación se identifican 185 libros de textos, citados en dichos programas y planes. La selección de los libros no es intencional, sino que surge de los programas que los profesores universitarios en Argentina seleccionan para enseñar AyGA. Los libros seleccionados, son analizados según dos ejes.

EJE1 - Características generales del libro

- **Año de la primera edición (APE)**: se identifica el año de la primera edición del libro con las etapas definidas antes. Si un libro tuvo más de una edición, pero se conservan las mismas características y no presentan modificaciones sustanciales en términos praxeológicos respecto de la edición anterior, entonces se listan una única vez con su edición más antigua.
  - APE1: libros editados hasta 1920. Se identifican 21 libros;
  - APE2: libros editados entre 1921 y 1976. Se identifican 42 libros;
  - APE3: libros editados entre 1977 y 2001. Se identifican 75 libros;
  - APE4: libros editados entre 2002 y 2020. Se identifican 47 libros.

- **Permanencia en los programas de estudio (PPE)**: se identifican las etapas en las que el libro es incluido en un programa de AyGA:
  - Solo en una etapa (PPE1): Libros propios de una única etapa. (69 libros).
  - Dos etapas (PPE2): Se identifican libros con permanencia en dos etapas. (76 libros).
  - Tres etapas (PPE3): Libros que se citan en los programas en tres etapas diferentes. (40 libros).

- **Aplicaciones a la ingeniería (AI)**: se distinguen según si proponen o no aplicaciones.
  - Intramatemáticas (AI1): solo propone aplicaciones al interior de la Matemática. Se identifican 127 libros.

  - Mixtas (AI2): libros que proponen aplicaciones intramatemáticas e ingenieriles (de origen mecánico, dinámico, de materiales, tecnológicas u otras). Se identifican 58 libros.

- **Inicio del tema de estudio (ITE)**: hace referencia al modo que comienza el desarrollo del tema propuesto para el capítulo.
  - Problema o pregunta (ITE1): libros que introducen el tema a partir de una pregunta o un problema que motiva su estudio. Se identifican 4 libros.
  - Definiciones (ITE2): libros que comienzan empleando definiciones para introducir un nuevo conocimiento. Se identifican 152 libros.
  - Ejemplo (ITE3): libros que comienzan con ejemplos de casos particulares del tema a desarrollar. Se identifican 29 libros.

- **Tipo de libro (TL)**: hace referencia al propósito para el que el libro es propuesto.
  - Libros que informan (TL1): libros que presentan un desarrollo relativamente completo de los temas de estudio (definiciones, teoremas y demostraciones, consecuencias, ejemplos con sus soluciones, actividades). Se identifican 170 libros.
  - Libros de actividades (TL2): se trata de libros que principalmente contienen actividades y problemas para resolver. Suelen identificarse algunas definiciones y teoremas sin demostración, a modo de referir al saber necesario para la solución de las actividades que se proponen. Se identifican 15 libros.

EJE2 - Características de la epistemología matemática

- **Tradiciones matemáticas (TM):** Estas tradiciones identificadas por Klimovsky y Boido (2005) aluden al proceder metodológico de quienes hacen la Matemática.
  - Axiomática (TM1): libros que explican los saberes a partir de la deducción y demostración de teoremas partiendo de la proposición de principios básicos. En esta tradición se está aludiendo a un carácter formal de la Matemática. Se incluyen 6 libros.
  - Computacional (TM2): libros que aluden a un carácter numérico de la Matemática y de las aplicaciones que de ella puedan derivarse. La metodología en esta tradición es algorítmica y es dominante en la Matemática aplicada. Se identifican 159 libros.
  - Estructural (TM3): libros que se ocupan del estudio de estructuras, o mejor "tipo de estructuras" por considerarlas a las que cumplen una misma serie de condiciones dadas. Si bien los libros de esta tradición podrían tener puntos de encuentro con la tradición axiomática, también presentan diferencias dado que en la tradición estructural los libros se ocupan de desarrollar y justificar las estructuras que conforman el tipo, con base en las mismas estructuras. Se identifican 20 libros.

- **Área (A):** se diferencian según el tratamiento de los saberes incluidos, pudiendo identificar entre un estudio conjunto de los saberes de AL y GA o una sectorización en temas. Los libros se clasifican según:
  - Geometría Analítica (A1): libros que se ocupan de temas propios de la GA, específicamente lugares geométricos a través de las ecuaciones que los representan. Se identifican con esta categoría 59 libros.

- Algebra Lineal (A2): libros que tratan temas de AL, específicamente de los espacios vectoriales. Se identifican 76 libros.
- Híbridos (A3): libros que se ocupan del desarrollo conjunto de temas de GA y de AL. Son 50 los libros que proponen una enseñanza híbrida de AL y GA.

El análisis de los 185 libros de texto se realiza a partir las categorías antes definidas, por medio de análisis cualitativo univariado y bivariado. Se busca dependencias entre las variables a través de la prueba de independencia χ^2 y los coeficientes *V* de Cramer y *C* de contingencia de Pearson para medir la asociación entre las mismas (Sheskin, 2000). Se analiza en este trabajo la vinculación de la variable APE, que refiere al periodo de edición de los libros, con el resto de las variables, para describir las transformaciones en el tiempo desde la propuesta de los libros.

Características de los libros de texto en cada período de edición

Como hemos sintetizado, la generación de las cuatro etapas (E1 a E4) que describen los cambios en la propuesta de formación de ingenieros desde 1810 a la actualidad (Sabatinelli, Llanos, y Otero, 2024) son claves para analizar las características de los libros en cada momento, y se han definido cuatro períodos para los libros coincidentes con estas etapas. En la tabla 1 se presenta la distribución de los libros respecto del inicio del tema de estudio (ITE) y el APE.

Tabla 1
Inicio del tema de los libros por etapas.

ITE (Inicio del tema de estudio) / APE	Problema o pregunta (ITE1)	Definiciones (ITE2)	Ejemplos (ITE3)	Totales
APE1 (1810-1920)	0	21	0	21
APE2 (1921-1976)	0	39	3	42
APE3 (1977-2002)	0	58	17	75
APE4 (2003-2020)	4	34	9	47
	4	152	29	185

Fuente: elaboración propia.

De la tabla se interpreta que solo 4 libros comienzan con un problema o una pregunta y éstos corresponden al último APE4. Los ejemplos como forma de ITE, aparecen desde el período APE2, pero principalmente en el APE3. En un 82% los libros primero colocan definiciones, aunque algunos de ellos proponen antes de la definición contextualización histórica del saber, a modo de introducción. Entre los que inician con una pregunta, no solo podría interpretarse que lo hacen para identificar una problemática asociada con el saber, sino que como la respuesta no está a continuación, es posible considerar distintos caminos para responder.

En la tabla 2 se registra la distribución de los libros caracterizados por las diferentes tradiciones matemáticas (TM) según el APE. Como se puede interpretar, la mayoría de los libros responden a una tradición computacional (86%) en todos los períodos. Esto se explica por la preponderancia de los textos de AL basados en una *perspectiva matricial* (Sabatinelli y Llanos,

2022) que se corresponden con las recomendaciones para la redacción de libros de texto del grupo LACSG[1] (Carlson, D., Johnson, C. R., Lay, D. C. y Porter, A. D., 1993).

Tabla 2
Tradiciones de la Matemática en los libros por etapas.

Trad. Matem. / APE	Axiomática (TM1)	Computacional (TM2)	Estructural (TM3)	Totales
APE1 (1810-1920)	0	20	1	21
APE2 (1921-1976)	3	30	9	42
APE3 (1977-2002)	3	65	7	75
APE4 (2003-2020)	0	44	3	47
	6	159	20	185

Fuente: elaboración propia.

De la tabla 2 se interpretar también que en menor medida los libros se caracterizan con las tradiciones axiomática (TM1) y estructuralista (TM3), la mayoría de los cuales fueron editados en el periodo 1921-2002 (APE2 y APE3). Esto podría estar vinculado con una concepción de las Matemáticas como *la ciencia de las estructuras*, por el auge de las *Matemáticas modernas* en 1960 (Font, 2003; Kline, 1976). Sin embargo, y a pesar de la influencia de esta escuela de pensamiento, la tradición computacional fue preponderante siempre. Otra de las diferencias importantes está determinada por la inclusión o no de aplicaciones de la Matemática en otra disciplina. Como se muestra en la Tabla 3, principalmente libros que proponen aplicaciones al interior de la Matemática (67%). Sólo el 33% contiene aplicaciones tanto intramatemáticas como ingenieriles) y esto podría explicarse si se tiene en cuenta que los libros no fueron escritos necesariamente para enseñar AyGA en carreras de ingeniería, dado que son comunes a otras carreras y planes. Por tal motivo, la cantidad de libros intramatemáticos supera a los que incluyen los ejemplos y aplicaciones para ingenieros. En la tabla 3 que sigue se sintetiza la distribución de los libros según el área (A) para los que los libros han sido editados y APE.

Tabla 3
Área de los libros por etapas.

Área / APE	Geometría Analítica (A1)	Álgebra Lineal (A2)	Híbridos (A3)	Totales
APE1 (1810-1920)	7	13	1	21
APE2 (1921-1976)	15	19	8	42
APE3 (1977-2002)	24	25	26	75
APE4 (2003-2020)	13	19	15	47
	59	76	50	185

Fuente: elaborado propia

De la tabla se interpreta que en los dos primeros años de edición APE1 y APE2, AL y GA se conciben como partes separadas. Desde el APE3, la cantidad de libros editados en cada una de las modalidades no presenta diferencias, y el incremento de libros en la modalidad híbrida (AL y

[1] *LACSG Linear Algebra Curriculum Study Group,* grupo de investigadores en Educación Matemática cuyo objetivo fue mejorar la enseñanza del AL en las carreras de la universidad.

GA) podría explicarse por la normalización de los contenidos mínimos del ciclo básico de las carreras de todas las ingenierías del país. De las características identificadas antes, se genera la categoría para diferencias los libros que informan de las carpetas de actividades para completar y la distribución de los libros según estas características se sintetiza en la tabla 4.

Tabla 4
Tipo de libro por etapa.

Tipo de libro / APE	Libros que Informan (TL1)	Libros de actividades (TL2)	Totales
APE1 (1810-1920)	21	0	21
APE2 (1921-1976)	36	6	42
APE3 (1977-2002)	69	6	75
APE4 (2003-2020)	44	3	47
	170	15	185

Fuente: elaborado por los autores

Observamos que predominan los libros que informan por sobre los libros de actividades, y una prueba de χ^2 indica la independencia de las variables TL y APE; es decir, el periodo de edición de libro es estadísticamente independiente del tipo de libro editado.

Discusión y conclusiones

Del análisis se desprenden varias características de los libros según la variable APE. Las aplicaciones a la ingeniería si las propone el libro son principalmente intramatemáticas, el inicio del tema de estudio resulta a partir de definiciones y el tipo de libro corresponde a los que informan por sobre los que proponen actividades prácticas y ejercicios al lector. En cuanto a la tradición matemática, en las primeras etapas predomina la tradición axiomática pero en las últimas tres etapas, la tradición preponderante es la computacional. Finalmente, respecto de la variable área, observamos que la proporción de libros que proponen un enfoque híbrido para el estudio de AL y GA creció desde la etapa APE1 y se estabilizó alrededor del 35%. La tabla 5 resume las características del libro, por etapa y según las variables analizadas.

Tabla 5
Prototipo de libro por etapa.

APE	Aplicaciones a la ingeniería (AI)	Inicio del tema de estudio (ITE)	Tipo de libro (TL)	Área (A)	Tradición Matemática (TM)
APE1 (1810-1920)	Predominan las aplicaciones intramentemá-ticas	Predomina la introducción del tema a partir de definiciones	Predomina el libro que informa por sobre los libros de actividades	62% corresponden a AL, 33% a GA y 5% Híbridos.	Tradición axiomática
APE2 (1921-1976)				45% corresponden a AL, 36% a GA y 19% Híbridos.	Tradición computacional
APE3 (1977-2002)				33% corresponden a AL, 32% a GA y 35% Híbridos.	
APE4 (2003-2020)				40% corresponden a AL, 28% a GA y 32% Híbridos.	

Fuente: elaboración propia

De la tabla 1, inferimos que el saber que se incluye en libros de textos para la enseñanza de AyGA responde a una idea de un saber acabado y finalizado. No hay posibilidades a preguntas y cuestionamientos acerca del por qué y para qué de su estudio, porque los libros tienen por propósito informar. Con la tabla 2, además reducimos el estudio a una algoritmia más o menos sofisticada para dar respuesta a problemas, actividades y ejercicios. Es decir, pareciera que no sólo el saber a estudiar está propuesto como la única respuesta a preguntas, sino que además estas respuestas se dan de manera eficiente a partir de algoritmos y respuestas numéricas: circunscribimos el estudio de AyGA al estudio de una selección de algoritmos inconexos cuando en realidad, las respuestas que dan estos saberes tienen desde su génesis una profunda conexión de índole epistemológica (Sabatinelli y Llanos, 2022).

Por otra parte, la proporción de libros con un enfoque "híbrido" que se sostiene desde 1977 por encima del 30% en los programas de estudio de AyGA parece alentador en relación con el problema de la escisión de los saberes de AL y GA en la formación de ingenieros, pues los libros son las referencias privilegiadas del profesor. A futuro queda el análisis exhaustivo de los libros de texto incluyendo el estudio estadístico del resto de los posibles entrecruzamientos entre las variables definidas como así también un análisis praxeológico de los libros que permita identificar y describir las praxeologías presentes en cada etapa como así también su evolución.

Referencias y bibliografía

Buchbinder, P. (2005). *Historia de las universidades argentinas.* Sudamericana.

Carlson, D., Johnson, C. R., Lay, D. C. y Porter, A. D. (1993). The Linear Algebra Curriculum Study Group Recommendations for the First Course in Linear Algebra. *The College Mathematics Journal*, *24*(1), 41–46. https://doi.org/10.1080/07468342.1993.11973504

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée sauvage.

Chevallard, Y. (2013). Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana: Alegato a Favor de un Contraparadigma Emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, *2*(2), 161–182. https://doi.org/10.4471/redimat.2013.26

Donvito, A. y Otero, M. R. (2019). Why do adults go to adult secondary school? *IKASTORRATZA. e-Revista de Didáctica*, 23, 81-93. https://doi.org/10.37261/23_alea/3

Klimovsky, G. y Boido, G. (2005). *Las desventuras del conocimiento matemático.* a-Z editora.

Rougier, M. (Ed.). (2021). *La Industria Argentina en su tercer siglo. Una historia multidisciplinar (1810-2020).* Ministerio de Desarrollo Productivo.

Sabatinelli, P., Llanos, V. y Otero, M.R. (2021). Álgebra Lineal y Geometría Analítica en carreras de Ingeniería: reporte de investigaciones. *Ikastorratza, e-Revista de didáctica*, *26*, 21–51. https://doi.org/10.37261/26_alea/2

Sabatinelli, P. y Llanos, V. (2022). La escisión de la geometría analítica y el álgebra lineal en la enseñanza universitaria: ¿problema epistemológico o didáctico? *Revista Internacional de Pesquisa em Didática das Ciências e Matemática*, *3*, e022002 1–22. https://periodicoscientificos.itp.ifsp.edu.br/index.php/revin/article/view/638

Sabatinelli, P. y Llanos, V. (2024). Álgebra Lineal y Geometría Analítica en la formación de ingenieros en Argentina desde 1810 a la actualidad: análisis macrodidáctico. *Revista Educación Matemática, 36*(1), 121–156. https://doi.org/10.24844/EM3601.05

Sheskin, D. (2000). *Handbook of parametric and nonparametric statistical procedures.* Chapman & Hall CRC.