



El uso combinado de tecnologías en la resolución de un problema geométrico real motivado por el diseño de un juego

Diego **Lieban**

Instituto Federal do Rio Grande do Sul

Brasil

diego.lieban@bento.ifrs.edu.br

Resumen

En este artículo buscamos ejemplificar cómo cuestiones de carácter matemático (más particularmente, geométrico) pueden ser introducidas en la problematización de una situación real, surgida en la creación de materiales para la enseñanza. Así, utilizamos el ejemplo utilizado para ilustrar cómo la perspectiva de la Cultura Maker y la Educación STEAM pueden integrarse como prácticas que sitúan a los estudiantes en una condición activa en sus procesos de aprendizaje. También aprovechamos para reflexionar sobre la articulación de la formación tecnológica, pedagógica y de contenidos en la realización de actividades que incentiven a los participantes – profesores y futuros profesores de Matemática – en desarrollar su postura crítica y colaborativa delante de un problema práctico a resolver.

Palabras clave: construcción geométrica, hexágono, GeoGebra, Educación STEAM;

Introducción

La experiencia reportada y discutida en este artículo proviene de un proyecto de investigación desarrollado en el IFRS – Campus Bento Gonçalves, que tiene como premisa involucrar estudiantes de nivel medio-técnico y superior (en este caso, Licenciatura en Matemáticas), en la elaboración y adaptación de materiales para la enseñanza en general. De esta forma, buscamos identificar las Matemáticas que aparecen en este proceso, además de acercar el público participante a nuevas tecnologías como las cortadoras láser y las impresoras 3D. Este proyecto también pretende integrar diferentes áreas del conocimiento y promover la creatividad y el pensamiento crítico a través de actividades prácticas y acciones interdisciplinarias. Al combinar las disciplinas de STEAM – Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemática, el objetivo es explorar soluciones innovadoras a desafíos reales y desarrollar habilidades como la

resolución de problemas, la colaboración y la comunicación. El desarrollo de materiales físicos y digitales interactivos para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, con foco en la construcción y exploración dinámica de objetos, se introduce en este proyecto como un disparador para observar (y al mismo tiempo promover) la relación entre estudiantes, docentes en ejercicio y docentes en formación con el uso de las nuevas tecnologías. Así, el trabajo desarrollado busca también investigar el potencial y las limitaciones de GeoGebra como herramienta educativa y evaluar las perspectivas de introducción de recursos de impresión 3D y cortado láser en la educación.

Es en este contexto, surgió la invitación para presentar una actividad remota para una clase de un Programa de Posgrado en Enseñanza de las Matemáticas, en vista de la identificación del público participante con la herramienta. Sin embargo, es importante destacar que el manejo de tecnologías en la enseñanza de las Matemáticas no se limita, en este caso, a GeoGebra. Los programas de finalización de las piezas diseñadas sean para la confección en impresión 3D o cortado láser, también fueron considerados y suelen presentar buenas oportunidades de discusiones matemáticas, como ideas de proporcionalidad, porcentaje y unidades de medidas, por decir algunas. Esto cumple el importante papel de fortalecer el conocimiento tecnológico, pedagógico y de contenidos (TPACK) de una manera más articulada e integrada, como propone la visión transformadora y homogénea del TPACK (Niess, 2005). En este contexto, también se subraya el trabajo de involucrar a los participantes en los distintos niveles (especialmente en la formación docente) en entornos que favorezcan la creatividad, el pensamiento crítico, la colaboración y la comunicación (Harari, 2018).

Las metodologías activas presentes en la Educación STEAM y en la Cultura Maker, sea con la producción de materiales didácticos o propuestas de aprendizaje basado en proyectos/solución de problemas reales, también son abordadas en este trabajo desde la perspectiva de la Génesis Instrumental y las Estrategias Heurísticas de Polya. Ejemplos de modelos que pueden ser desarrollados y explorados como recursos físicos y digitales complementarios son rompecabezas geométricos, cadenas de ADN, estructuras moleculares, sistemas de mecanismos y engranajes, entre otros. Como motivación inicial y ante la necesidad de incentivar a profesores y futuros profesores de Matemáticas con prácticas más cercanas suyas, el proyecto centra (aunque no de forma restrictiva) sus acciones en la investigación y desarrollo de materiales que puedan ser recreados con aspecto lúdico o artístico para la enseñanza de las Matemáticas. Algunos de estos materiales están en línea con otros proyectos de larga escala y los cuales cuentan también con materiales creados con GeoGebra (<https://www.geogebra.org/u/quebracabecas>).

La plataforma GeoGebra está ampliamente difundida entre los docentes y ya se utiliza ampliamente para la enseñanza de las Matemáticas. En este trabajo se considera la posibilidad de adaptar algunos de los materiales digitales producidos en material físico manipulable. Para ello, utilizamos el recurso de corte láser e impresión 3D, implementado en GeoGebra en 2018. Estes ejemplos realzan la posibilidad de combinar (o alternar) recursos físicos y digitales, dependiendo de las realidades y contextos en que se apliquen.

La integración de los universos físico y digital ha acompañado el frenético desarrollo tecnológico y ha evolucionado rápidamente en los más diversos ámbitos: desde los exámenes de

ultrasonidos 3D hasta simulaciones mecánicas en ingeniería, los diferentes modelos de representación dependen de conceptos clave de las Matemáticas, particularmente de su comprensión geométrica y espacial. A partir de esta premisa, algunas preguntas emergentes son “¿cómo se están preparando las escuelas para enfrentar la fusión de estos medios físicos y digitales?”, o “¿cómo se están preparando docentes y estudiantes para el uso de las tecnologías actuales en su formación y prácticas académicas o escolares (especialmente en lo referente a las Matemáticas como apoyo a otras áreas del conocimiento)?”. Estas preguntas y el desafío de cómo abordarlas nortean este estudio.

Los efectos del uso equilibrado de objetos manipulativos físicos y digitales han sido discutidos en investigaciones recientes en el sentido del desarrollo de las representaciones de los estudiantes en álgebra (por ejemplo, Suh y Moyer-Packenham, 2007) o el desarrollo de las habilidades de visualización y razonamiento espacial de los estudiantes de secundaria (Drickey, 2000). Además, hay sugerencias de algunos diseños de tareas sobre simetría de figuras geométricas planas y teselación que incluyen artefactos impresos en 3D para apoyar la comprensión de conceptos abstractos en diferentes niveles de educación (Donevska-Todorova, 2020; Leung y Donevska-Todorova, 2020). En Brasil, la nueva Base Curricular Nacional Común (BNCC, 2018) aboga por trabajar con el desarrollo de proyectos (modelos/prototipos) para que se pueda valorar el pensamiento crítico y creativo de los estudiantes (Peres et al., 2021; Harari, 2018; Robinson, 2019), además de destacar la importancia de recursos alternativos para diferentes registros de representación, con especial atención al uso de nuevas tecnologías.

Por otro lado, la resolución de problemas desde una perspectiva más interdisciplinaria implica la aplicación de habilidades matemáticas en nuevas formas o combinaciones que permitan una contextualización y utilización más pragmática de los conocimientos adquiridos. Con base en esto, se espera que los materiales creados puedan ser utilizados como herramientas de preparación para profesores en formación y en actividad.

Por último, conviene subrayar que parte de estas actividades o materiales refuerzan una tendencia a incorporar cada vez más el componente artístico en la Educación STEAM, en muchos casos. Además del aspecto creativo, la articulación de las artes con otras dimensiones contribuye al desarrollo de la comunicación o expresión, el pensamiento crítico y la sensibilidad frente a diferentes cuestiones presentes en las relaciones humanas. Mirar a través del lente de las artes no sólo amplía las capacidades reflexivas y perceptivas, sino que también alimenta la racionalidad, la afectividad y la emoción (Calil y Pugliese, 2017), ingredientes fundamentales para el desarrollo de la inteligencia intrapersonal e interpersonal (Teoría de las Inteligencias Múltiples, de Gardner).

Fundamentación teórica: una breve mirada a la Génesis Instrumental, las Estrategias Heurísticas de Polya y el Modelo TPACK

Según Bussi y Mariotti (2008), la estructura de la Génesis Instrumental, propuesta por Rabardel, está basada en la distinción entre artefacto e instrumento. Si bien el artefacto puede existir por sí solo, el instrumento es una composición del artefacto con esquemas de uso asociados. Para Stormowski (2015), la importancia de transformar un software, en nuestro caso GeoGebra, en un instrumento es una evolución resultado de la reorganización y modificación de los esquemas de quienes lo utilizan, la estructuración de las acciones de los docentes y las

relaciones con los conceptos matemáticos. En nuestro caso particular, los participantes vieron impactadas sus estrategias por los resultados proporcionados por el software en la medida en que el aspecto dinámico de sus construcciones dio lugar a ajustes en sus resultados. Observamos que GeoGebra contribuye a la reflexión de los participantes en tareas de simulación y a la reorganización de sus patrones de pensamiento, además de consolidar algunos conceptos matemáticos. Sin embargo, hay ocasiones en que estas transformaciones necesitan soporte externo de los mentores y, eventualmente, el apoyo de modelos físicos (Lieban y Lavicza, 2017).

El trabajo de Polya (1973) sobre resolución de problemas enumeró una variedad de estrategias heurísticas que pueden usarse para abordar una variedad de problemas, no sólo aquellos restringidos a las Matemáticas. En este trabajo consideramos como “el problema a resolver”, el reto de suavizar (redondear) las esquinas de las piezas hexagonales que se utilizarían en un juego de mesa. De hecho, identificamos diferentes estrategias que están fuertemente vinculadas al enfoque de Polya para el modelado geométrico y la resolución de problemas: estimar y verificar (ajustar a simple vista), usar simetría, pensar al revés (desde el final hasta el principio) y dividir el problema en problemas más pequeños, por ejemplo. Algunas de estas estrategias se ven favorecidas por el aspecto dinámico de la herramienta, como ya mencionado. Stender y Kaiser (2017) afirman que hay poca investigación empírica que explore cómo se pueden implementar estas estrategias heurísticas en la enseñanza en el aula. Sugieren que las estrategias heurísticas pueden ser “inducidas” por quienes realizan la actividad (docentes, mentores, tutores, etc.), haciendo referencia a su práctica pedagógica. Al considerar la llegada de la tecnología en este proceso, debemos recordar que no puede disociarse del conocimiento de contenido específico, y esto es precisamente de lo que trata el modelo TPACK.

Bueno et al. (2023) proponen que TPACK sea visto más como una mezcla homogénea de conocimiento que como una mezcla heterogénea. De esta forma, TPACK puede entenderse como una amalgama especial de conocimientos tecnológicos, pedagógicos y de contenidos. Esta percepción significa que TPACK es mayor que la simple suma de sus partes. Alguien que quiere enseñar geometría y que ha desarrollado TPACK no piensa, por ejemplo, en la discusión conceptual, seguida del enfoque didáctico para, finalmente, explorar el recurso tecnológico. Por el contrario, planifica las tres dimensiones en armonía, construyendo vínculos de conexión entre tecnología, pedagogía y contenidos. No hay necesariamente pasos preconcebidos a seguir, no hay un orden entre los tres dominios TPACK a tomar. Es un movimiento reflexivo de ida y vuelta que considera todo interconectado, a través de diferentes niveles de desarrollo de la enseñanza (pre-reconocimiento, reconocimiento, aceptación, adaptación, exploración y evolución) en relación a las tres dimensiones. Una discusión más detallada e ilustrada (<https://www.geogebra.org/m/ejrxak3h>) de este modelo se puede encontrar en el trabajo mencionado anteriormente (Bueno et al., 2023).

Metodología

De carácter cualitativo, consideramos la metodología de investigación desarrollada como un proceso continuo, donde el diseño de experiencias de enseñanza y la reflexión sobre los resultados se complementan a lo largo del proceso. Con un enfoque exploratorio y experimental, el proyecto se centra en la integración física y digital para la Educación STEAM (énfasis en Matemáticas) y la Cultura Maker. En este caso, reportamos una actividad desarrollada con una

clase de posgrado. Estos ciclos iterativos de diseño y análisis en este estudio están alineados con la Investigación Basada en el Diseño, que sigue una secuencia recursiva de los siguientes pasos (Klapwijk, 2017):

- | | |
|---------------------------------------|--|
| I. Explorar y formular el problema; | IV. Construir prototipos; |
| II. Generar y seleccionar ideas; | V. Probar y optimizar; |
| III. Generar y seleccionar conceptos; | VI. Presentar (para refinar ideas y volver al principio) |

La naturaleza exploratoria del estudio requiere un enfoque interpretativo que incluye métodos cualitativos con observaciones, registro y análisis de datos (Cohen et al., 2011) tanto para el desarrollo de prototipos físicos como digitales. Para crear los materiales, fueron considerados los siguientes criterios, según CAPES (2019), mayoritariamente en el contexto educativo centrado en finalidades sociales y solución de problemas reales:

- Impacto: relacionado con los cambios provocados por la introducción del Producto en el entorno social;
- Aplicabilidad: se refiere a la facilidad con que el Producto puede ser utilizado y la posibilidad de replicabilidad en diferentes entornos y grupos sociales;
- Innovación: entendida aquí como la intensidad del uso de nuevos conocimientos utilizados para crear el producto. Un producto derivado de la adaptación de conocimientos existentes se considerará un producto técnico y no tecnológico;
- Complejidad: representa el grado de interacción entre los diferentes participantes, relaciones y conocimientos necesarios para la elaboración y desarrollo del producto.

La evaluación de los materiales didácticos se realiza observando su utilización por parte de los más variados públicos que interactúan con ellos y que son puestos a disposición para su uso común en ferias, eventos y en el propio makerspace de la institución.

Resultados del problema de redondear las esquinas de una pieza hexagonal

A partir de la invitación para participar de una clase (online) del curso Tecnologías Digitales en Educación Matemática PPGEMAT-UFRGS, la idea fue compartir una experiencia reciente que tuvo lugar en el proyecto: la tarea de redondear las esquinas de un hexágono regular. La motivación para esto surgió de la propuesta de adaptar un juego de estrategia (Hive) para llevar a escuelas, ferias u otros eventos de divulgación científica. Desde la perspectiva de la Educación STEAM, el juego permite, por ejemplo, conexiones con la ciencia, por su temática de bichos y puede, por ejemplo, promover discusiones de clasificaciones o investigaciones respecto al comportamiento de locomoción de los seres representados y cómo esto se relaciona con el movimiento de las piezas del juego. La representación de los seres en las piezas bien puede constituir una obra artística de expresión gráfica. Aunque se pueden considerar otras conexiones, nos limitaremos al aspecto matemático de la tarea. Para evitar las puntas de los vértices, ya que era un juego que se practicaba entre niños, el problema era redondear las esquinas. Un prototipo ya finalizado del juego (junto al juego original) se puede ver en la Figura 1, a continuación.



Figura 1. Copia del juego Hive, ya con esquinas ligeramente redondeadas

Si bien existen herramientas ya preparadas en los programas de dibujo vectorial para redondear esquinas, la tarea parece apropiada para aplicaciones geométricas con las que estamos acostumbrados a trabajar en aula, pero que raras veces se exploran en contextos fuera de ella.

Así, el problema fue compartido con el público participante, quienes tuvieron la oportunidad de realizar sus construcciones a través de GeoGebra Classroom, un recurso que permite la visualización simultánea de las tareas (por quien las proponen) a medida que las realizan. A continuación, se presentan algunas de estas construcciones y sigue una breve discusión.

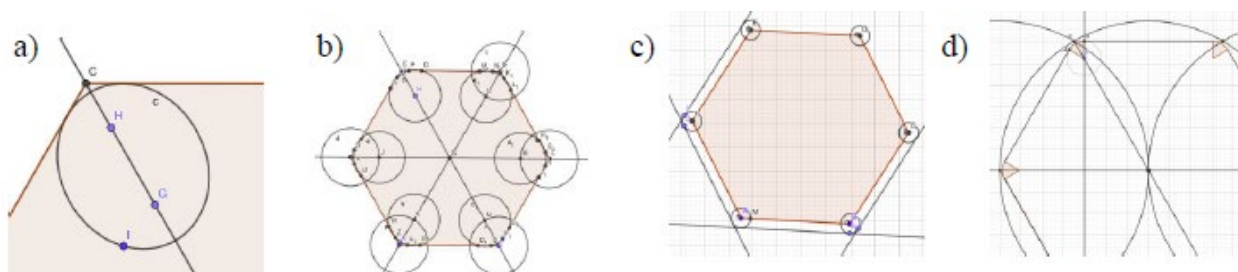


Figura 2. Construcción geométrica para reproducción del juego Hive con piezas redondeadas en las esquinas

En las construcciones a), b) y c), que fueron intentos originales de los participantes, con mínima intervención del docente, podemos identificar un aspecto muy común en el ejercicio de construcción geométrica, que es el ajuste, por deslizamiento, de puntos, para definir una condición necesaria (en este caso, la tangencia). Las construcciones a) y b) todavía comparten la estrategia de definir la bisectriz de uno de los vértices y luego repetirla para los demás. La idea de la bisectriz, según los participantes, surgió porque entendieron que el eje de simetría de la curva debía estar en esta línea (heurística de simetría y reducción a un problema menor). Curiosamente, en la solución a) se afirmó que el uso de elipses resolvería mejor el problema, lo que, desde el punto de vista de la construcción geométrica, implicaría definir dos puntos (los focos) en lugar de uno (centro del círculo). En b), es posible ver que el centro y el radio del círculo fueron elegidos arbitrariamente (aunque el centro está en la bisectriz). En detalle, se nota que no se cumple la condición de tangencia, aunque la solución parezca satisfactoria. En c), el pensamiento inverso (a partir de la “proyección” de la solución del problema) provocó que el hexágono construido inicialmente funcionara como un elemento auxiliar de la construcción y no como el que tendría esquinas redondeadas. Aun así, es posible notar que si bien se mantuvieron los radios del círculo para los diferentes vértices, la condición de tangencia también fue

establecida “a ojo” (de manera imprecisa). Para esta y otras construcciones, en cambio, cuando la etapa de construcción implicó transferir medidas, fueron planteadas diferentes estrategias correctas y parecían depender del nivel de familiaridad con la herramienta. Finalmente, en d), tenemos un registro de la construcción realizada luego de la discusión colectiva, observando las cuestiones de tangencia que parecían ser el mayor desafío del grupo. Cabe señalar que, en este caso, el hexágono inicial se construyó íntegramente utilizando los pasos de construcción clásicos con regla y compás y no utilizando el recurso de hexágono regular que ofrece GeoGebra. Definida la bisectriz de uno de los vértices y un centro en dicha recta, evaluamos qué condiciones necesitaríamos para garantizar la tangencia. Movilizado por la discusión, el grupo concordó (alguien sugirió y hubo consenso colectivo) que si la circunferencia debía ser tangente a los lados, entonces bastaba trazar la perpendicular a uno de los lados (que contenía el vértice de la bisectriz), pasando por el centro elegido. Así, tomando el centro previamente elegido, bastaría con crear una circunferencia con un extremo en el punto de intersección del lado del hexágono con la perpendicular construida, y tendríamos definida la curvatura de la esquina. Esta construcción también demostró que el centro podía reajustarse *a posteriori*, definiendo así una nueva curvatura para la esquina, pero respetando la misma condición de tangencia, por construcción.

Consideraciones finales

Este proyecto tiene como objetivo evaluar (con el desarrollo de prototipos físicos o digitales) el potencial de las innovaciones en tecnologías educativas para abordar cuestiones relacionadas con los usos actuales y futuros de estas tecnologías en la Educación Matemática y la educación STEAM/Cultura Maker. En concreto, estos objetivos pretenden abordar las siguientes cuestiones:

- Abordar el creciente énfasis en los entornos de aprendizaje interdisciplinarios y transdisciplinarios que vinculan las Matemáticas más estrechamente con otras disciplinas dentro de STEAM, y más recientemente la inclusión de las artes (Fenyvesi, 2016);
- Desarrollar y evaluar enfoques teóricos y metodológicos para fomentar habilidades, en particular la creatividad, cada vez más identificadas como inclusiones necesarias en el futuro de la educación (Burnard et al., 2016);
- Adoptar, desarrollar e integrar nuevas tecnologías innovadoras, incluidas la impresión 3D, el corte por láser y las tecnologías de aprendizaje adaptativo, cada una integrada en el entorno GeoGebra (Lavicza et al., 2018);
- Desarrollar cursos y recursos de formación docente, tanto en línea como fuera de línea, que permitan a los docentes utilizar las tecnologías de inmediato y considerar cómo se pueden integrar las innovaciones digitales en la enseñanza en el futuro.

Con este trabajo reforzamos la idea de que las metodologías de enseñanza (y de investigación) deben adaptarse para ajustarse a los rápidos cambios tecnológicos. Además, defendemos que el desarrollo profesional docente también debe enfatizar la asistencia continua para mantenerse al día con los cambios en las prácticas y pedagogías relacionadas a la tecnología.

Trabajar con nuevas tecnologías sin duda requiere enfrentarse a varios desafíos, desde cuestiones técnicas y de infraestructura hasta la resistencia de los participantes, ya sean

profesores o estudiantes. Es un hecho que, muchas veces, dicha resistencia puede estar motivada precisamente por las dificultades inicialmente mencionadas, como son la no disponibilidad de dispositivos al alcance del público, falta de espacio adecuado para instalaciones, insuficiente conexión a la red, escasez de recursos para mantenimiento, entre otras. Sin embargo, los obstáculos no pueden detenernos en busca de alternativas para que planteemos tareas que conecten la formación específica al contexto real. Para tanto, es fundamental que estas cuestiones no queden aisladas y se articulen con políticas públicas (inversiones en recursos y formación) que no se restrinjan a soluciones paliativas y para minorías.

Lamentablemente, la realidad en la que nos encontramos aún está muy lejos de un escenario ideal y es sabido que los recursos no siempre son de fácil acceso. Si bien la Cultura Maker y la Educación STEAM no necesariamente requieren de impresoras 3D o cortadoras láser, estos y otros recursos similares pueden ser cruciales para prácticas innovadoras que fomenten la creatividad y tienen un potencial significativo para fines educativos, además de ser un componente fundamental para la formación tecnológica de la sociedad. Por lo tanto, es fundamental que exista una estrecha colaboración entre los distintos sectores de la sociedad o entre las distintas instituciones educativas (universidades, escuelas primarias y secundarias e institutos de formación técnica y tecnológica) para facilitar el acceso a estos recursos y fortalecer la relación entre la investigación y la docencia.

Referencias y bibliografía

- BNCC (2018) *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação. Brasil. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>, acessado em 23.09.2019
- Bueno, R. W. S.; Niess, M. L.; Engin, R. A.; Ballejo, C. C.; Lieban, D. (2023) Technological Pedagogical Content Knowledge: exploring new perspectives. *Australasian Journal of Educational Technology* - AJET
- Burnard, P., Ross, V., Dragovic, T., Powell, K., Minors, H., Mackinlay, E. (2017) (Eds) *Building Interdisciplinary and Intercultural Bridges: Where Practice Meets Research and Theory*. eBook: BIBACC Publishing ISBN 978-0-9957727-0-0 (see www.bibacc.org)
- Bussi, M. G. B., & Mariotti, M. A. (2008) Semiotic mediation in the mathematics classroom: artifacts and signs after a Vygotskian perspective. *Handbook of International Research in Mathematics Education*, New York, p. 746–783.
- Calil, B. M.; Pugliese, G. P. STEM ou STEAM: Para que serve o ensino de Arte? Porvir: inovações em educação, 2 de outubro de 2017. Disponível em <https://porvir.org/stem-ou-steam-para-que-serve-o-ensino-de-arte/>. Acesso em: 22.03.2023
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education*, (7th ed.) London ; New York: Routledge.
- Donevska-Todorova, A. (2020). Problemorientiertes Lernen zur Leitidee Raum und Form in der Sekundarstufe mit Hilfe von DGS und 3D Druck. Beiträge zu Mathematikunterricht. GDM Jahrestagung (accepted).
- Drickey, N. A. (2000). *A comparison of virtual and physical manipulatives in teaching visualization and spatial reasoning to middle school mathematics students* (pp. 1-138). Utah State University.
- Fenyvesi, K. (2016) Bridges: A World Community for Mathematical Art. *Mathematical Intelligencer*.
- Harari, Y. N. (2018) 21 lições para o século 21. Companhia das Letras.
- Klapwijk, R. (2017). Creativity in Design. In C. Benson & S. Lawson (Eds.), *Teaching Design and Technology Creatively* (1st ed., pp. 5172). <https://doi.org/10.4324/9781315623153-5>
- Lavicza, Z., Hohenwarter, M., Fenyvesi, C., Prodromou, T., Diego-Mantecon, J. M., & P Lieban, D. (2018). Mathematics learning through arts, technology and robotics: multi-and transdisciplinary STEAM approaches. p. 110-122. *Proceedings of the 8th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education* 7-11 May 2018, Taipei, Taiwan.
- Leung, A. & Donevska-Todorova, A. (2020). The Role of Technology in the Pragmatic-Abstract Continuum in Mathematics Curriculum Development and Task Design. In: Clark-Wilson, A., Donevska-Todorova, A.,

- Fagianno, E., Trgalova, J. & Weigand, H.-G. (Eds.) *Mathematics Education in the Digital Age: Learning, Practice and Theory*. ERME Series Routledge (2020, accepted).
- Lieban, D., & Lavicza, Z. (2017). *Instrumental Genesis and Heuristic Strategies as frameworks to Geometric Modeling in connecting Physical and Digital Environments*
- Niess, M. L. (2005). Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. *Teaching and Teacher Education*, 21, 509–523.
<https://doi.org/10.1016/j.tate.2005.03.006>
- Peres, A.; Bertagnolli, S C.; Okuyana, F. Y. (2021) *Fabricação digital em espaços criativos educacionais*. Pimenta Cultural. São Paulo.
- Polya, G. (1973). *How to solve it. A new aspect of mathematical methods* (2nd ed.). Princeton University Press.
- Sinclair, N. and Rob
- Robinson, K. (2019) *Somos todos criativos - Os desafios para desenvolver uma das principais habilidades do futuro*. Benvirá.
- Stender, P., & Kaiser, G. (2017). The Use of Heuristic Strategies in Modelling Activities. Presented at the CERME 10.
- Suh, J., & Moyer-Packenham, P. (2007). Developing students representational fluency using virtual and physical algebra balances. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 26(2), 155-173