



Análisis de errores en la resolución de situaciones de contexto que requieren cálculos con números racionales

Vivian Libeth **Uzuriaga** López
Universidad Tecnológica de Pereira
Colombia

vuzuriaga@utp.edu.co

Cristian Mauricio **Arias** Aristizábal
Institución educativa “Cristo Rey”
Colombia

cmarias@utp.edu.co

Héctor Gerardo **Sánchez** Bedoya
Institución educativa “Iném Felipe Pérez”, Universidad Tecnológica de Pereira
Colombia

hgsanche@utp.edu.co

Resumen

Con el objetivo de analizar las dificultades que enfrentan los estudiantes al resolver problemas con números racionales, evidenciado en los bajos resultados en pruebas internas y externas en instituciones educativas colombianas, se realizó una investigación cualitativa basada en los errores de Newman. Participaron 17 estudiantes de último grado de educación media, quienes respondieron un cuestionario de cinco preguntas contextualizadas. Este instrumento permitió identificar los tipos de errores durante el análisis de procesos y desarrollos propuestos. Los hallazgos revelaron que los errores más comunes fueron de transformación y codificación, seguidos por lectura, habilidades de procesamiento y comprensión. Además, se observó que los estudiantes no lograron identificar los números racionales en su representación de proporcionalidad, lo que resultó en procedimientos de cálculo inadecuados. También mostraron dificultades para comprender los enunciados, como se comprobó en las entrevistas realizadas.

Palabras clave: Colombia; Educación Matemática; Errores de Newman; Pruebas nacionales; Resolución de problemas.

Definición y relevancia del problema

La enseñanza de los números racionales ha sido objeto de estudio en diversos niveles educativos, desde la educación básica hasta la universitaria, tanto en Colombia como a nivel internacional. Las investigaciones han abarcado desde la exploración de ideas iniciales hasta la comprensión del concepto y su aplicación en variadas situaciones y representaciones. Sin embargo, al enfrentar problemas relacionados con esta temática, los estudiantes suelen cometer errores tanto conceptuales como procedimentales. Estas dificultades han sido investigadas durante décadas (Abdullah, Zainal & Ali, 2015; Rosado, 2018) y son particularmente relevantes en las Instituciones Educativas (IE) de Colombia, ya que se reflejan en los bajos desempeños en pruebas estandarizadas internas y externas, como Saber-11, que evalúan la calidad de la educación en el país al abordar problemas contextualizados con números racionales (Arias, 2023).

Las dificultades persisten en la educación superior, especialmente en las primeras asignaturas de Matemáticas (Guarín, 2001; Silva, 2017). Esto se debe, en parte, a que las metodologías tradicionales empleadas por los docentes no facilitan una comprensión de los conceptos, propiedades y representaciones de los números racionales, como la relación entre fracción, razón y porcentaje. Además, la enseñanza se centra predominantemente en procesos algorítmicos, descuidando el enfoque en situaciones problemáticas o contextuales. Por lo tanto, es necesario investigar cómo los estudiantes perciben esta temática para proponer mejoras en las prácticas de enseñanza.

La problemática anterior llevó a la pregunta de investigación *¿cuáles son los errores que cometen los estudiantes de grado 11 de una institución educativa en Colombia cuando resuelven problemas que involucran números racionales?* A partir de la cual se formularon los objetivos: Estudiar los errores que cometen los estudiantes al leer problemas matemáticos (lectura), identificar errores por parte de los estudiantes en la comprensión de textos sobre resolución de problemas con números racionales (comprensión), describir procesos utilizados por los estudiantes de grado 11 en los que hacen uso de datos en problemas con números racionales (transformación), analizar los procesos utilizados en los que se incluyen errores de cálculo, o de manipulación de símbolos algebraicos y otros derivados de la ejecución de algoritmos (habilidad de proceso), y caracterizar los errores cometidos (codificación). Estos objetivos buscan profundizar en las dificultades que enfrentan los estudiantes para proponer estrategias que mejoren la enseñanza y por ende el aprendizaje de los números racionales.

Referencial teórico

Una estrategia para que los estudiantes afiancen sus conocimientos matemáticos es mediante una enseñanza basada en la resolución de situaciones problemas o contextualizadas (Guarín, 2001). Estas situaciones deben ser significativas para los alumnos y generar desequilibrios cognitivos que favorezcan la comprensión de los conceptos, evitando así un enfoque de enseñanza y aprendizaje memorístico, rutinario y algorítmico. En esta investigación, las situaciones de contexto fueron tomadas de la guía de orientación examen Saber 11 año 2018.

El estudio, análisis e investigación de los errores contribuyen a la exploración de cuestiones abstractas relacionadas con la naturaleza de las Matemáticas, a las cuales resulta difícil acceder por otros medios (Rico, 1995). Por lo tanto, se convierte en un recurso para indagar sobre la práctica docente y mejorar su comprensión.

El análisis de los errores en la investigación se fundamentó en la teoría de Newman, que está diseñada como un procedimiento de diagnóstico para resolver problemas matemáticos presentados en forma de enunciado (Musyadad & Martadiputra, 2021). Newman definió cinco habilidades específicas de lectoescritura y aritmética como fundamentales para el desempeño en la resolución de problemas: lectura, comprensión, transformación, habilidad de proceso y codificación. Este marco proporciona una base para identificar las causas que conducen a que los estudiantes enfrenten dificultades con los problemas matemáticos, lo que a su vez ayuda a los docentes a determinar los puntos de confusión que surgen durante la resolución de ejercicios (Leslie, 2010).

Método y desarrollo conceptual

La investigación se desarrolló con una metodología cualitativa, de corte descriptivo e interpretativo (Hernández, Fernández & Baptista, 2010), en la que participaron 17 estudiantes de grado once, entre 16 y 18 años de edad, que es el último nivel de escolaridad antes de ingresar a la universidad, y quienes respondieron un cuestionario de cinco preguntas que fueron seleccionadas de las pruebas Saber 2018, cuya solución requirió de los números racionales en sus diferentes representaciones. Las respuestas fueron analizadas a partir del instrumento de valoración adaptado de (Musyadad & Martaduputra, 2021).

Al resolver los cinco problemas, se solicitó al estudiante que explicara por escrito y con sus propias palabras el procedimiento empleado, lo que permitió analizar los errores de acuerdo con la clasificación de Newman, asociando la respuesta del estudiante a uno o varios de los indicadores propuestos.

Además del proceso de codificación de las estrategias aplicadas por los estudiantes en las pruebas escritas, se llevó a cabo una entrevista semiestructurada con aquellos estudiantes que presentaron un mayor número de errores. El propósito de esta entrevista fue comprender la forma de pensar de los estudiantes y analizar en mayor profundidad los argumentos que justificaron la elección del método propuesto para resolver los problemas, así como los procedimientos de cálculo realizados.

Resultados

Para el análisis de los resultados, se seleccionaron las preguntas que presentaron los errores más frecuentes según la clasificación de Newman (1977) y que dan respuesta a los objetivos propuestos. La Tabla 1 muestra el porcentaje de errores cometidos por los estudiantes al resolver las cinco preguntas relacionadas con los números racionales en sus diversas representaciones.

Tabla 1

Resultados de errores según clasificación de Newman de las 5 preguntas.

Tipo de error	Porcentaje de error
Lectura	20.23%
Comprensión	10.11%
Transformación	26.59%
Habilidad de proceso	20.23%
Codificación	22.84%

Fuente: Arias, C.M. 2023.

De acuerdo con los resultados mostrados en la Tabla 1, se observa que la mayor cantidad de errores se presentó en las etapas de transformación (26.59%) y codificación (22.84%), mientras que los errores de comprensión tuvieron el menor porcentaje (10.11%). Estos hallazgos corroboran los resultados publicados por Abdullah et al. (2015), quienes encontraron que el 20.92% de los errores se debieron a factores de fluidez (lectura y comprensión), y el 79.08% a factores de procesamiento matemático (transformación, habilidades de proceso y codificación).

En consecuencia, para los fines de este reporte de investigación, se llevará a cabo un análisis de los errores identificados en los estudiantes al resolver la pregunta 4 del cuestionario.

Pregunta 4

En un club deportivo tienen 3 cubos numerados del 1 al 3, como se muestra en la figura, que se utilizan en el momento de entregar las medallas de oro, plata y bronce a los ganadores de cada competencia.

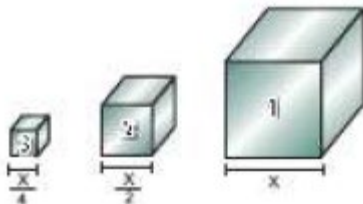


Imagen 1. Cubos para entrega de medallas.

Si se gasta un galón de pintura para pintar el cubo 3, ¿De qué manera se puede determinar el número de galones de pintura que se necesita para pintar los cubos 1 y 2?

- Contando el número de cuadrados de área $\left(\frac{x}{4}\right)^2$ que se necesita para formar una cara del cubo 1 y una cara del cubo 2.
- Contando el número de cubos de volumen $\left(\frac{x}{4}\right)^3$ que se necesita para formar los cubos 1 y 2.
- Sumando los valores de t que solucionan las ecuaciones $\frac{1}{6\left(\frac{x}{4}\right)^2} = \frac{t}{6\left(\frac{x}{2}\right)^2}$ y $\frac{1}{6\left(\frac{x}{4}\right)^2} = \frac{t}{6x^2}$
- Sumando los valores de t que solucionan las ecuaciones $\frac{1}{\left(\frac{x}{4}\right)^3} = \frac{t}{\left(\frac{x}{2}\right)^3}$ y $\frac{1}{\left(\frac{x}{4}\right)^3} = \frac{t}{x^3}$

Para cada tipo de error, se interpretaron las respuestas de los estudiantes, como se muestra en la Tabla siguiente.

Tabla 2

Respuestas a la pregunta No. 4 del cuestionario.

Tipo de error	Hallazgo
Lectura	No es específico en la información requerida para dar solución al problema.
Saber las caras del cubo las medallas cubos , numeros , medallas , ganadores	
Comprensión	Asume que, para un cuadrado, el aumento en la longitud del lado produce un aumento en la misma proporción para el área.
A. Contando el numero de cuadrados de area $(\frac{x}{4})^2$ y como a tener las areas y saber su longitud. El numero de cuenta de sus areas son representables de los cubos. Hay que tener en cuenta que en el segundo cubo hay $\frac{x}{2}$ lo que el primer representa como $\frac{x}{4}$ así que se duplica la ecuación para saber su area	
Transformación	Considera que elevando a una potencia de tres el lado del cubo 3, es posible encontrar los galones necesarios para los cubos 1 y 2.
3) Para mí la respuesta correcta es la B porque el Tercer cubo se gasta un galón entonces para saber cuanto se gasta el 1 y 2 es $(\frac{x}{4})^3$ porque son 3 cubos	
Habilidad de proceso	Relaciona la variable x como el número de cubos y así hallar los galones necesarios para pintar los cubos 1 y 2, además se equivoca al calcular la potencia.
$\frac{x^3}{4}$ $\frac{3^3}{4} = \frac{9}{4} = \frac{3}{2}$ Se necesitan $\frac{3}{2}$ para pintar los cubos 1 y 2	
Codificación	No hay argumentos que sustenten el porqué de la elección de la opción de respuesta.
A. Se puede determinar contando el numero de cuadros de area $(\frac{x}{4})$ que se necesita para pintar los cubos 1 y 2.	

Fuente: Elaboración propia. 2023

En el error de **lectura**, el estudiante no establece una relación entre las dimensiones de los cubos y los galones de pintura, ni menciona que la diferencia en tamaños está relacionada con la longitud del lado del cubo, que se reduce a la mitad entre un cubo y otro. Esta omisión se convierte en un factor fundamental que impide comprender la equivalencia entre el área y el volumen requerido de pintura para los cubos.

En problemas de este tipo, donde los estudiantes deben interpretar información presentada en figuras y relacionarla con la situación planteada, surge confusión al no tener claridad sobre el tratamiento adecuado de los datos. Musyadad y Martadiputra (2021) también destacan en su investigación que, existe confusión respecto a la información proporcionada en las figuras, lo que conduce a lecturas incorrectas y a cometer errores.

En el error de **comprensión**, se observa que el estudiante al interpretar la relación entre longitud y área, asume que: si la longitud del lado de un cuadrado se duplica, el área también se duplicará. Esta afirmación refleja un error conceptual y un mal manejo de las “fórmulas”.

En los errores de **transformación**, se evidencia una gran dificultad en los estudiantes para proponer procedimientos de solución en ejercicios que involucran cálculos de proporcionalidad. Presentan estrategias que incluyen consideraciones no válidas, procedimientos incoherentes e incompletos, así como un manejo inadecuado de variables y unidades. Los estudiantes no logran identificar que los cálculos deben basarse en el área superficial de los cubos, en lugar del volumen. En algunos casos, realizan comparaciones directas entre la información presentada en las imágenes y las opciones de respuesta, sin especificar los criterios o análisis realizados.

Los hallazgos anteriores, respaldados por Rosado (2018), indican que los errores se originan en un aprendizaje deficiente de destrezas y conceptos previos. Lo que se manifiesta en procedimientos y resultados con una interpretación limitada de los números racionales, evidenciando la incapacidad para identificar la proporcionalidad y la ejecución de cálculos erróneos. En esta investigación, se observó que las dificultades estaban relacionadas con la comprensión de los conceptos de área de la superficie de un cuadrado y el número de cuadrados que conforman un cubo, lo cual es esencial para establecer la proporcionalidad entre el área y el volumen. Además, los procedimientos matemáticos requeridos para resolver el problema fueron inadecuados. Estos resultados son consistentes con los hallazgos de Musyadad y Martadiputra (2021), quienes concluyeron que entre los errores de transformación cometidos por los estudiantes se encuentra el uso incorrecto de operaciones aritméticas o “fórmulas”, lo que les impide distinguir entre la regla que define el área superficial y la del volumen.

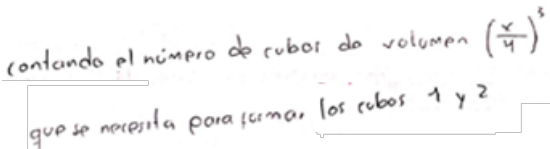
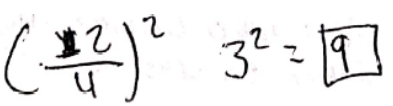
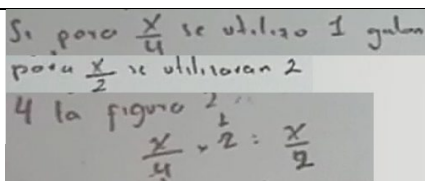
En cuanto a los errores relacionados con las **habilidades de proceso**, los estudiantes no solo eligen un método de cálculo incorrecto, sino que, cometen errores en los procedimientos matemáticos. Por ejemplo, en el caso presentado, el estudiante no utiliza adecuadamente el concepto de potencia al considerar que 9 es el resultado de 3^3 . Este tipo de problemas, que requieren un análisis dimensional de la información presentada en figuras, dificulta la interpretación por parte de los estudiantes y afecta su capacidad para tomar decisiones sobre el procesamiento correcto de los datos.

Por otro lado, en los errores de **codificación**, los estudiantes no argumentan adecuadamente la elección de la opción de respuesta que consideran correcta, y los resultados obtenidos no coinciden con la respuesta seleccionada, además de ser incompletos. Por ejemplo, el estudiante afirma que $\frac{x}{4}$ representa un área, lo cual es incorrecto, ya que debería estar elevado al cuadrado. Además, este planteamiento es incompleto porque no considera los galones de pintura.

Con el objetivo de comprender mejor el razonamiento de los estudiantes al resolver los ejercicios, se hicieron entrevistas para indagar sobre las decisiones y procesos realizados.

Tabla 3

Resultados de las entrevistas realizadas a los estudiantes.

Respuesta del estudiante	Transcripción entrevista
	“Pues yo lo puse así porque el 4 es de los lados que tiene el cubo y el 3 es de los números de cubos que había ahí en el problema”
	“En el momento yo consideré que era como lo adecuado para resolver este problema, que era sumar todos los lados del cubo y dividirlos por cada lado. El 12 son los 4 lados de los 3 cubos y lo dividí por 4 lados. Como son 2 cubos que tengo que saber qué cantidad de pintura tengo que utilizar, yo dije lo elevo a la 2”
	“El ejercicio decía que $x/4$ era lo que se utilizaba para..., ósea el galón que se utilizaba para pintar el cubo en sí. Para pintar $x/2$ se utilizan 2 galones porque es el doble, porque al multiplicar $x/4$ por 2 da $x/2$”

Fuente: Elaboración propia. 2023

De acuerdo con los resultados presentados en la Tabla 3, se puede corroborar que gran parte de las dificultades que llevaron a los estudiantes a cometer errores se deben a la falta de conocimientos previos necesarios para la resolución del problema. Por ejemplo, algunos afirmaron incorrectamente que un cubo tiene cuatro lados, otros creen que una potencia, en el contexto del ejercicio, representa la cantidad de cubos involucrados. Además, se observó que los alumnos consideran erróneamente que la longitud y el área de un cubo aumentan de manera proporcional; es decir, si la longitud del lado de un cubo se duplica, su área también se duplicará, lo que constituye un error dimensional.

Lo anterior confirma los hallazgos obtenidos por Musyadad y Martadiputra (2021), quienes concluyeron que los estudiantes no identifican adecuadamente la información del texto, no saben cómo transformar el problema en un procedimiento matemático, carecen de claridad en la comprensión de la situación planteada y presentan deficiencias en sus conocimientos de conceptos matemáticos.

Conclusiones

Los resultados permitieron identificar, de acuerdo con el propósito formulado para las preguntas y las respuestas de los estudiantes, que los errores se producen inicialmente por la falta de conocimientos previos para abordar la solución de los problemas, reflejando los porcentajes más altos de error en las etapas de transformación, habilidad de proceso y codificación. Además, se observan dificultades para elegir un método adecuado para el procesamiento de la información. Asimismo, los estudiantes no identificaron los números racionales en su representación de proporcionalidad, no lograron dar significado a las fracciones y, aunque realizaron operaciones, presentaron dificultades para comprender los enunciados de los problemas y aplicar las fracciones en su resolución.

Dado que los errores se originan por una base conceptual débil, es fundamental que la metodología de enseñanza incluya un diagnóstico claro de conocimientos previos y una secuencia de actividades que parta de conceptos básicos, como el significado de la fracción como parte-todo, hasta llegar a representaciones más complejas como la proporcionalidad. Esto implica diseñar rutas de aprendizaje gradual que asegure la construcción significativa de los conceptos relacionados con los números racionales. Las dificultades en la comprensión de enunciados y en la elección de métodos adecuados para resolver problemas indican la necesidad de integrar estrategias didácticas orientadas al desarrollo de habilidades de lectura matemática y razonamiento lógico. Esto incluye, por ejemplo, la resolución de problemas contextualizados, el uso de organizadores gráficos y la explicitación de los pasos de resolución, fomentando la metacognición. El hecho de que los estudiantes no logren dar significado a las fracciones ni las identifiquen en contextos proporcionales evidencia la necesidad de usar recursos didácticos que hagan visible lo abstracto. El empleo de materiales manipulativos y representaciones visuales puede facilitar la interiorización del concepto y su conexión con situaciones reales.

Referencias

- Abdullah, A.H., Abidin, N.L.Z. & Ali, M. (2015). Analysis of Students Errors in Solving Higher Order Thinking Skills (HOTS) Problems for the Topic of Fraction. *Asian Social Science*, 11(21), 133–142.
- Arias, C.M. (2023). *Errores que cometen los estudiantes de grado once de la Institución Educativa Nazario Restrepo cuando resuelven problemas con números racionales* (Tesis de Maestría; Universidad Tecnológica de Pereira). <https://hdl.handle.net/11059/15060>.
- Guarín, J.M. (2001). Sistemas de representación de números racionales positivos, un estudio con maestros en formación. *Contextos educativos*, vol. 4, pp. 137–159.
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación* (5ª ed).
- Leslie, A. (2010). Numeracy, Literacy and Newman's Error Analysis. *Journal of Science and Mathematics*. 33(2), 129–148.
- Musyadad, M.A. & Martadiputra, B.A. (2021). Error type analysis based on Newman's theory in solving mathematical communication ability of junior high school students on the material of polyhedron. *Journal of Physics: Conference Series*, vol.1806, 1–6.
- Newman, N.A. (1977). An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks. *Victorian Institute of Educational Research Bulletin*, vol. 39, 31–43.
- Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En *Educación matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica, 69–108.
- Rosado, T.A. (2018). *Operaciones básicas de números racionales aplicados en el planteamiento y resolución de problemas de ciencias en los grados sexto y séptimo de la Institución Educativa Virgen del Carmen*, (Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia). <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/63413>.