

# Aprendizagem ativa de geometria com o Geogebra

Pedro Pimenta

Agrupamento de Escolas da Caparica, EDUNOVA.ISPA Portugal

pedropimenta@aecaparica.pt

António **Domingos** 

Universidade Nova de Lisboa, FCT NOVA, EDUNOVA.ISPA

Portugal

amdd@fct.unl.pt

Cristina Costa

Instituto Politécnico de Tomar, Ci2, EDUNOVA.ISPA

ccosta@ipt.pt

#### Resumo

O uso do GeoGebra no ensino da matemática é amplamente recomendado na literatura. Em Portugal, é recomendado no currículo, que inclui também ações estratégicas de ensino, com propostas de tarefas para implementar estas práticas na aprendizagem da matemática. A estratégia de aprendizagem ativa é apresentada na literatura como uma abordagem de aprendizagem significativa e eficaz para garantir o envolvimento dos alunos na aprendizagem. Neste trabalho, implementámos uma tarefa de aprendizagem ativa, utilizando o GeoGebra, em geometria, numa turma de alunos do 3.º ano, que nunca tinham utilizado esta ferramenta digital antes. Os resultados de aprendizagem são analisados, com uma metodologia qualitativa, comparando as avaliações anteriores dos alunos na mesma disciplina, sem o uso de tecnologia digital. Os resultados indicam que os alunos realizaram a atividade proposta com motivação, e que o seu desempenho com o GeoGebra foi melhor do que sem o GeoGebra.

*Palavras-chave:* Geogebra; Geometria; Aprendizagem ativa; Motivação; Tarefa; Implementação curricular; Ensino básico.

## Introdução

Em junho de 2024, numa turma do 3.º ano de uma escola primária em Portugal, o primeiro autor deste estudo organizou uma aula de geometria utilizando o GeoGebra (GGB) (em particular, o GGB Classroom), em linha com os currículos portugueses que mencionam, em particular, a necessidade de "Proporcionar o uso de um ambiente de geometria dinâmica para explorar (...) a reflexão de figuras planas", no contexto do objetivo de aprendizagem "Obter a imagem de uma figura plana simples por reflexão, a partir de eixos de reflexão (...)" (DGE, 2021). O uso do GGB no ensino da matemática é amplamente recomendado na literatura, e vários estudos têm demonstrado que ajuda a motivar os alunos a aprender matemática, bem como contribui para melhorar os resultados dos alunos (por exemplo, Zhang et al., 2023; Romero Albaladejo & García López, 2024). As tarefas realizadas no GGB, em que os alunos exploram determinadas aplicações ou fazem construções utilizando as suas ferramentas, são instrumentos de aprendizagem ativa, pois a aprendizagem depende da participação ativa dos alunos (Bakar & Ismail, 2020). Neste estudo, descrevemos e analisamos uma tarefa que promove a aprendizagem ativa utilizando o GGB, considerando "tarefas" como atividades de ensino e aprendizagem realizadas no ambiente escolar (Gimeno, 2000).

Propõe-se a seguinte questão de investigação: Os alunos estão mais motivados e podem melhorar o seu desempenho utilizando o GGB com uma abordagem de aprendizagem ativa? Uma vez que a maioria dos estudos nesta área tem sido realizada em níveis etários mais avançados, este artigo constitui um importante contributo, nomeadamente no que diz respeito à aprendizagem ativa e à utilização do GGB junto de alunos do ensino básico.

## Referencial teórico

Esta secção está organizada em duas subsecções: Aprendizagem ativa e Aprendizagem da Matemática com o GeoGebra.

### Aprendizagem ativa

"A Estratégia de Aprendizagem Ativa é uma abordagem de aprendizagem significativa e eficaz para garantir o envolvimento dos alunos na aprendizagem e melhorar a compreensão dos conteúdos" (Bakar & Ismail, 2020, p.1). Este envolvimento pode melhorar a motivação, o principal preditor de atitudes em relação à matemática (Mata et al., 2012). A investigação tem apontado vantagens no processo de aprendizagem em que o aluno assume um papel ativo e, por sua vez, o professor promove a aprendizagem ativa. De acordo com Gillispie (2016), a aprendizagem ativa aumenta o envolvimento e a compreensão dos alunos. A eficácia do ambiente pedagógico das tecnologias de aprendizagem ativa na motivação dos alunos foi verificada experimentalmente por Bochkareva et al (2020). As práticas ativas de aprendizagem observadas por Stieha et al (2024) foram correlacionadas com resultados positivos de aprendizagem, sendo o uso da tecnologia apontado como promotor dessa aprendizagem (Ally, 2009; Buckner & Kim, 2014).

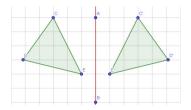
# Aprendizagem da Matemática com o GeoGebra

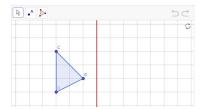
O GGB foi concebido, como descreve Hohenwarter (2013), para combinar a geometria dinâmica com a álgebra computacional, para o ensino e aprendizagem da matemática. A literatura aconselha amplamente o uso do GGB no ensino. Atualmente, é uma plataforma de ensino e aprendizagem que permite aos professores atribuir tarefas aos alunos, recolher o seu trabalho, combinar aplicações como geometria dinâmica com questionários, entre outras opções (www.geogebra.org). É uma ferramenta rica que pode contribuir para melhorar as práticas pedagógicas e aprendizagens mais significativas (Zengin, 2019; Weinhandl et al., 2020; Lyublinskaya & Cabral, 2023). Vários estudos têm demonstrado a influência positiva do GGB na aprendizagem. Por exemplo: García et al. (2020) demonstraram que os alunos valorizam positivamente as tarefas propostas e o uso do GGB para as desenvolver, o que facilitou a compreensão e o aprofundamento de conceitos geométricos; Zulnaidi e Zamri (2017) mostraram que os alunos que utilizam o GGB, em comparação com um grupo controle sujeito a métodos ditos convencionais, têm maior conhecimento matemático conceitual e processual; Zhang et al. (2023) demonstraram um efeito positivo do GGB como uma ferramenta de visualização dinâmica para melhorar o desempenho dos alunos; no trabalho de Romero Albaladejo e García López (2024), a introdução do GGB na aula ajudou a motivar os alunos a usar computadores, promovendo a perseverança, precisão e autonomia necessárias para sustentar processos de pensamento matemático de complexidade crescente; Martinez H. et al. (2025) mencionam que o uso da geometria dinâmica ajuda a fortalecer as habilidades cognitivas dos processos de pensamento que sustentam a resolução de problemas; por fim, Hidayat et al (2024) argumentam que o uso do GGB tem um impacto na relação entre a compreensão do conceito e o envolvimento do aluno na aprendizagem da matemática. Em Portugal, os novos currículos de matemática para o ensino básico (DGE, 2021) prescrevem a utilização de ambientes como o GGB na aprendizagem, apresentando "ações estratégicas de ensino" como "Executar construções em ambientes de geometria dinâmica que mobilizem lugares geométricos, polígonos regulares, relações entre ângulos e isometrias (...).".

#### Metodologia

Utilizou-se uma metodologia com enfoque num paradigma qualitativo e interpretativo (Cohen et al., 2018). Participaram no estudo 21 alunos de uma turma do 3.º ano, e a sua professora, experiente, reconhecida por seu empenho e competência pela comunidade escolar, incluindo pais e alunos. A tarefa (https://www.geogebra.org/m/gk2uppnb)\_foi elaborada na plataforma *geogebra.org* pelo primeiro autor deste estudo (formador de professores, nomeadamente na Sociedade Portuguesa de Matemática, certificado pelo Ministério da Educação, e autor de manuais escolares de matemática e recursos educativos digitais utilizados nas escolas portuguesas) e foi atribuída aos alunos através da *GGB classroom*.

No primeiro item da tarefa, os alunos tiveram acesso a uma construção dinâmica (applet), precedida da seguinte instrução: «Mover os pontos A, B, C, D ou E e observar as mudanças na reflexão». No segundo item da tarefa, os alunos tiveram acesso a dois applets; em ambos, perante uma figura e um eixo de reflexão (horizontal e vertical, considerando os objetivos essenciais de aprendizagem constantes no currículo do 3.º ano), os alunos, dotados das ferramentas necessárias, deviam construir o respetivo transformado pela reflexão (Figura 1).





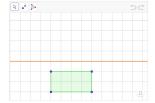
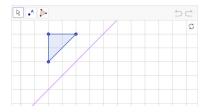


Figura 1. Itens 1, 2.1 e 2.2 da tarefa.

No terceiro ponto, propôs-se a construção de um transformado por um eixo de reflexão não horizontal nem vertical, indo além das aprendizagens essenciais referidas no currículo. No terceiro item, dado um eixo, os alunos tinham de construir um polígono à sua escolha e, em seguida, obter o polígono transformado por reflexão, relativo a esse eixo, usando a ferramenta automática do GGB.



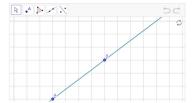


Figura 2. Itens 2.3 e 3. da tarefa.

No final da atividade, os alunos responderam a um questionário de satisfação, selecionando uma de três opções: Gostei (muito); Gostei (mais ou menos); Não gostei. As produções e respostas dos alunos foram armazenadas na respetiva área, na conta do autor, e depois analisadas do ponto de vista da investigação, sendo garantido o anonimato dos alunos (e da professora). Após a atividade, os resultados foram analisados com uma "*Informal conversational interview*" (Cohen et al., 2018) com a professora, complementada por uma troca de mensagens, por *e-mail*. O desempenho dos alunos nesta atividade foi comparado com o desempenho numa atividade proposta pela professora um mês antes, precedida de uma apresentação do conteúdo, na qual a professora explorou as tarefas propostas numa página do livro didático (Figura 3), e propôs a resolução de uma ficha de avaliação, em papel, que incluía dois itens referentes a reflexões.



Figura 3. Exemplo no manual de texto.

Na lição do livro, antes do exemplo, foi dada a seguinte definição de «reflexão da figura»: «Numa reflexão da figura, em relação a uma linha (eixo de reflexão), a figura e a imagem resultantes da reflexão são geometricamente iguais. Se dobrarmos a folha ao longo do eixo de reflexão, a figura original e a sua imagem sobrepõem-se ponto a ponto». Na ficha proposta pela

professora (Figura 4), no primeiro item, os alunos tinham de desenhar os eixos de simetria das figuras dadas, em papel, usando o lápis. Num segundo item, os alunos tiveram de desenhar o transformado de uma dada figura em relação a um eixo de reflexão.

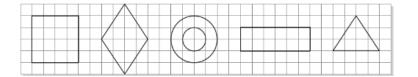




Figura 4. Primeiro e segundo itens da ficha da professora.

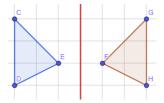
# Recolha e apresentação dos dados

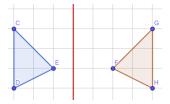
Os dados foram recolhidos por meio da observação participante (Cohen et al., 2018) da atividade pelo primeiro autor, análise das produções dos alunos e respostas ao questionário, entrevista com a professora e os dados apresentados pela professora, em relação às práticas já realizadas sobre o mesmo tema. A tarefa proposta começou com a professora apresentando o autor da tarefa à turma. Em seguida, a única instrução dada aos alunos sobre a atividade foi como aceder à tarefa na *GGB classroom*. O trabalho foi realizado individualmente, num computador portátil. Os professores envolvidos foram chamados pelos alunos para prestar alguma ajuda, mas apenas com questões técnicas, como acesso à internet ou manipulação de *hardware*. Em geral, os alunos começaram por explorar a primeira aplicação e depois passaram para as construções necessárias, sem dificuldades. Os resultados apresentados na Tabela 1 emergiram da análise das produções dos alunos.

Tabela 1
Percentagem de alunos que completam corretamente as tarefas

| Item | 2.1 | 2.2 | 2.3 | 3   |
|------|-----|-----|-----|-----|
| (%)  | 76% | 90% | 71% | 71% |

Como exemplo, apresentam-se três produções de alunos relativas ao item 2.1.:





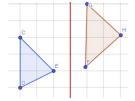


Figura 7. Construções dos alunos (item 2.1.)

Na construção correta (primeira da Figura 7), os alunos foram capazes de aplicar todas as propriedades de reflexão para obter a imagem transformada correta. Na segunda construção o aluno apenas não consegue preservar a igual distância de pontos correspondentes ao eixo de reflexão; à direita, o aluno apenas respeita a propriedade básica de que, numa reflexão, um

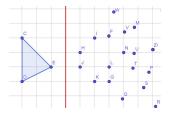
triângulo é transformado em outro triângulo, nem mesmo garantindo que o triângulo transformado seja geometricamente igual ao original.

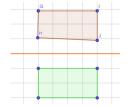
Os resultados do questionário de satisfação em relação à atividade foram os seguintes:

Tabela 2 Resultados do questionário de satisfação.

| Descritor      | Gostei (muito) | Gostei (mais ou | Não gostei |
|----------------|----------------|-----------------|------------|
|                |                | menos)          |            |
| Estudantes (#) | 18             | 2               | 1          |

Quanto ao único aluno que 'não gostou' de fazer a atividade, apresentam-se algumas das suas construções:





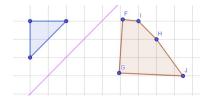


Figura 8. Construções do aluno que não gostou de fazer a atividade

Parece claro que as dificuldades desse aluno não estavam relacionadas com manipulação das ferramentas digitais, uma vez que foi capaz de marcar pontos e construir polígonos, mas sim ao domínio dos conceitos matemáticos necessários.

Em relação aos itens da ficha previamente aplicada pela professora, obtiveram-se os seguintes resultados:

Tabela 2 Resultados do questionário de satisfação

| Número                    | 1.° | 2.° |
|---------------------------|-----|-----|
| % de construções corretas | 50% | 61% |

Quando questionada sobre a opção metodológica seguida, nomeadamente se já tinham utilizado o GGB anteriormente, a professora disse: «Lemos esta matéria na página 137 (...) do livro didático; no final da página 138 fala do GGB; eu abri e fiz para que eles pudessem vê-lo através do projetor, mas numa passagem muito rápida. (...) Em geral, são bons alunos e não melhores, devido à distração constante e também porque há muito conteúdo para esta faixa etária e às vezes não há tempo para explorar mais, jogar, consolidar melhor no final.»

#### Análise dos dados

Comparando os resultados apresentados nas Tabelas 1 e 3, o desempenho dos alunos foi melhor na atividade em que utilizaram o GGB, quando comparados aos resultados obtidos na ficha de avaliação convencional, na qual não utilizaram essa tecnologia digital. Nos casos de

construções corretas, os alunos foram capazes de utilizar corretamente as ferramentas digitais e aplicaram corretamente as propriedades matemáticas, o que lhes permitiu obter a imagem correta por reflexão. Quanto aos alunos que não conseguiram completar a atividade corretamente, verificou-se, em geral, que os erros cometidos foram resultado da não aplicação correta das propriedades matemáticas, não havendo dificuldade em dominar as ferramentas digitais (Figura 7). Em relação ao caso apresentado na Figura 8, pode-se apenas concluir que as dificuldades não estavam relacionadas ao domínio das ferramentas digitais. A maioria dos alunos respondeu que tinha gostado (muito) de fazer a atividade. Verificamos que o aluno que não gostou e os dois alunos que não responderam foram alunos que não conseguiram concluir a atividade corretamente. Em geral, os alunos não tiveram dificuldade em utilizar a ferramenta, apesar de ser a primeira utilização, mesmo não tendo recebido qualquer explicação inicial ou quaisquer instruções para além daquelas para acesso à tarefa.

## Discussão e considerações finais

Verificou-se que os alunos realizaram a tarefa motivados, com o GGB (Tabela 2), satisfeitos por estarem a usar computadores, como nas experiências de García et al (2020) e Romero Albaladejo e García López (2024). Em geral, tiveram um bom desempenho, demonstrando que tinham aprendido e eram capazes de mobilizar as propriedades. Em média, quando comparados os resultados de avaliação obtidos na atividade GGB com a atividade convencional, o desempenho dos alunos foi 22% superior. Estes resultados estão em consonância com as conclusões de Zulnaidi e Zamri (2017). Parece, portanto, que a exploração inicial do applet, manipular a figura original ou o eixo de simetria e verificar as mudanças no transformado, foi vantajosa para a aprendizagem, quando comparada à visualização do exemplo e da definição do livro didático, como nos resultados de Zhang et al (2023) e Hidayat et al (2024). No entanto, não consideramos estes resultados determinísticos, pois há limitações, nomeadamente o facto de os itens propostos para a tarefa GGB não serem os mesmos que os itens propostos na ficha de trabalho do professor (embora equivalentes quanto à complexidade) ou o facto de os alunos terem tido contacto com o conteúdo antes de realizarem a tarefa, o que pode também ter contribuido para a melhoria dos resultados. Ainda assim, parece razoável interpretar que a utilização do GGB teve um efeito positivo na aprendizagem e permitiu que os alunos realizassem a atividade com motivação. Houve também uma relação entre o gosto de realizar a atividade e o sucesso na sua realização, com uma relação entre o gosto e a competência na realização da atividade, o que evidencia a importância da motivação para o sucesso em matemática (Mata et al., 2012). Parece coerente, de acordo com os resultados obtidos, afirmar que os alunos utilizaram as ferramentas disponibilizadas no GGB sem dificuldade, num primeiro contacto com esta ferramenta, com motivação, e com uma influência positiva na aprendizagem. A professora mostrou-se satisfeita com o sucesso da tarefa, notando que os alunos "absorvem tudo", mas não recorre a esta prática com mais frequência devido a limitações de tempo, sugerindo que acredita poder impedir a cobertura curricular completa. Em suma, afirmamos que os alunos estão mais motivados e podem melhorar o seu desempenho utilizando o GGB com uma abordagem de aprendizagem ativa. Sugerimos, por fim, que mais pesquisas sejam realizadas neste campo, com uma prática mais contínua deste tipo de tarefas, para que os casos em que os alunos não conseguem aprender possam ser mais bem analisados.

## Referências e bibliografia

- Ally, M. (2009). Mobile Learning: Transforming the Delivery of Education and Training. Athabasca University Press.
- Bakar, M. A. A., & Ismail, N. (2020). Mathematical Instructional: A Conceptual of Redesign of Active Learning with Metacognitive Regulation Strategy. *International Journal of Instruction*, 13(3), 633–648. https://doi.org/10.29333/iji.2020.13343a
- Bochkareva, T. N., Akhmetshin, E. M., Zekiy, A. O., Moiseev, A. V., Belomestnova, M. E., Savelyeva, I. A., & Aleynikova, O. S. (2020). The Analysis of Using Active Learning Technology in Institutions of Secondary Vocational Education. *International Journal of Instruction*, 13(3), 371–386. ERIC.
- Buckner, E., & Kim, P. (2014). Integrating technology and pedagogy for inquiry-based learning: The Stanford Mobile Inquiry-based Learning Environment (SMILE). *PROSPECTS*, 44(1), 99–118. https://doi.org/10.1007/s11125-013-9269-7
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). Research Methods in Education. Routledge.
- Direção Geral de Educação (2021). Aprendizagens Essenciais | Articulação com o perfil dos alunos.

  <a href="https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens">https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens</a> Essenciais/3 ciclo/ae mat 7.o ano.pdf .

  <a href="mailto:Consultado24/02/2024">Consultado24/02/2024</a>
- García, M. J., Eguia, I., Etxeberria, P., & Alberdi, E. (2020). Implementation and assessment of interdisciplinary activities through dynamic applets for the study of geometry. *Formacion Universitaria*, 13(1), 63–70. Scopus. <a href="https://doi.org/10.4067/S0718-50062020000100063">https://doi.org/10.4067/S0718-50062020000100063</a>
- Gillispie, V. (2016). Using the flipped classroom to bridge the gap to generation Y. *Ochsner Journal*, 16(1), 32–36. Hidayat, R., Noor, W. N. W. M., Nasir, N., & Ayub, A. F. M. (2024). The role of GGB software in conceptual understanding and engagement among secondary school student. *Infinity Journal*, 13(2), 317–331. Scopus. https://doi.org/10.22460/infinity.v13i2.p317-332
- Hohenwarter, M. (2013). GGB 4.4 from Desktops to Tablets. *Indagatio Didactica*, 5(1), Artigo 1. https://doi.org/10.34624/id.v5i1.4296 s
- Lyublinskaya, I. & Cabral, M. (2023). Effect of GGB explorations combined with art-based practices on in-service teachers' understanding of geometric transformations. In P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztonyi, & E. Kónya (Eds.), *Proceedings of the Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME13) (pp. 2720–2727). Alfréd Rényi Institute of Mathematics and ERME.
- Martinez H., L. J., Paloma P., L. L., & Ruiz O., F. J. (2025). Learning the Parabola Mediated by Problem-Solving, Semiotic Representations, and Applets in GGB. *International Journal of Mathematics and Computer Science*, 20(1), 101–108. https://doi.org/10.69793/ijmcs/01.2025/hernandez
- Mata, M. de L., Monteiro, V., & Peixoto, F. (2012). Attitudes towards Mathematics: Effects of Individual, Motivational, and Social Support Factors. Child Development Research, 2012, 1–10. https://doi.org/10.1155/2012/876028
- Romero Albaladejo, I. M., & García López, M. D. M. (2024). Mathematical attitudes transformation when introducing GGB in the secondary classroom. *Education and Information Technologies*, 29(8), 10277–10302. Scopus. <a href="https://doi.org/10.1007/s10639-023-12085-w">https://doi.org/10.1007/s10639-023-12085-w</a>
- Stieha, V., Earl, B., Hagens, H., Haynes, M., Ulappa, A., Bond, L., & Oxford, J. T. (2024). An exploration of the relationship between active learning and student motivation in STEM: A mixed methods study. *Advances in Physiology Education*, 48(3), 621–638. <a href="https://doi.org/10.1152/advan.00247.2022">https://doi.org/10.1152/advan.00247.2022</a>
- Weinhandl, R., Lavicza, Z., Hohenwarter, M., & Schallert, S. (2020). Enhancing Flipped Mathematics Education by Utilising GGB. International *Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 8(1), 1–15.
- Zengin, Y. (2019). Development of mathematical connection skills in a dynamic learning environment. *Education and Information Technologies*, 24(3), 2175–2194. <a href="https://doi.org/10.1007/s10639-019-09870-x">https://doi.org/10.1007/s10639-019-09870-x</a>
- Zhang, Y., Wang, P., Jia, W., Zhang, A., & Chen, G. (2023). Dynamic visualization by GGB for mathematics learning: A meta-analysis of 20 years of research. *Journal of Research on Technology in Education*. <a href="https://doi.org/10.1080/15391523.2023.2250886">https://doi.org/10.1080/15391523.2023.2250886</a>
- Zulnaidi, H., & Zamri, S. N. A. S. (2017). The Effectiveness of the GGB Software: The Intermediary Role of Procedural Knowledge on Students' Conceptual Knowledge and Their Achievement in Mathematics. Eurasia *Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 13(6), 2155–2180. https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01219a