Estudio de la algebrización del lenguaje algebraico en un libro de texto gratuito mexicano de secundaria

José de Jesús **Maldonado-Gómez**
Universidad Autónoma de Zacatecas
México
42406435@uaz.edu.mx
Darly Alina **Kú** Euán
Universidad Autónoma de Zacatecas
México
ku.darly@gmail.com

Resumen

En los últimos años, estudios en México, Colombia, España y Perú destacan la importancia de mejorar la comprensión del lenguaje algebraico mediante metodologías innovadoras con puestas en escena, uso de tecnología y el análisis de libros de texto, identificando niveles de algebrización y el avance que los alumnos llegan a tener. La transición del lenguaje cotidiano al algebraico implica comprender códigos específicos. Este estudio analiza un libro de texto gratuito mexicano de matemáticas, evaluando su impacto en la enseñanza del álgebra y su relación con la algebrización. Se utilizó el enfoque cualitativo analizando el libro "saberes y pensamiento científico" de primer grado de secundaria. Por medio del análisis de contenido, se identificaron ejemplos con distintos niveles de complejidad y se concluye que el libro presenta un nivel básico de algebrización, así como áreas de oportunidad para fortalecer el aprendizaje.

Palabras clave: Aprendizaje; Didáctica de la matemática; Educación secundaria; Investigación documental; México; Pensamiento algebraico; Reforma curricular.

Antecedentes

En el contexto mexicano, durante los últimos doce años, se han desarrollado pocas investigaciones que analicen los libros de texto de secundaria específicamente en relación con el tópico del lenguaje algebraico, a pesar de que este constituye un recurso esencial para la

modelación de diversas situaciones. Para llevar a cabo la búsqueda de estudios relacionados con el tema de interés, se utilizó principalmente Google Académico, así como plataformas de revistas científicas reconocidas como SCIELO, Redalyc, entre otras.

Garriga (2012) realizó un estudio titulado El lenguaje algebraico: un estudio con alumnos de tercer curso de educación secundaria obligatoria, cuyo objetivo fue diseñar una propuesta didáctica alternativa a la enseñanza tradicional del lenguaje algebraico, que generalmente prioriza contenidos procedimentales. Los resultados mostraron que la propuesta implementada fue eficaz, aunque insuficiente, para mejorar la enseñanza del lenguaje algebraico en tercer curso de ESO. Se observó que los alumnos tendían a identificar las letras en los polinomios como variables, incógnitas o abreviaturas, y que, ante problemas más complejos, muchos recurrían al tanteo aritmético en lugar del método algebraico habitual.

Ruiz (2016), en un estudio con 30 estudiantes de octavo grado en Colombia, diseñó una propuesta metodológica para mejorar la comprensión del lenguaje algebraico, enfocándose en la interiorización de conceptos básicos. Los resultados indicaron que los alumnos lograron asociar expresiones literales a su representación algebraica, aunque presentaron dificultades para contextualizar el lenguaje literal, especialmente en el uso de signos de agrupación y jerarquización de operaciones. Además, el 43 % de los estudiantes mostró dificultades para diferenciar entre múltiplos de un número y su potencia.

En México, Lara (2017) trabajó con 18 alumnos de tercer grado de secundaria del Colegio Internacional Puebla S.C., en una investigación orientada a fortalecer la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico a través del aprendizaje autorregulado y la metacognición. Utilizando un enfoque cualitativo y el modelo de aprendizaje autorregulado, encontró una mejora significativa en los resultados de los estudiantes, tanto en la traducción de problemas verbales como en el razonamiento lógico. La investigación destacó la importancia del desarrollo de habilidades metacognitivas y autorregulativas en el aprendizaje de las matemáticas.

Por su parte, Rivas (2021) llevó a cabo un estudio cualitativo basado en el análisis de contenido para examinar los niveles de algebrización en las actividades propuestas en libros de texto de primer grado de secundaria en Perú, utilizando el enfoque ontosemiótico. Se concluyó que las tareas analizadas promovían un nivel intermedio de algebrización y que existía una correspondencia significativa entre las actividades del libro y los desempeños esperados en el Currículo Nacional, en el área de Regularidad, Equivalencia y Cambio.

De manera general, los estudios revisados se enfocan principalmente en propuestas didácticas y reflexiones sobre la práctica docente, evidenciando la importancia del lenguaje algebraico en la educación secundaria. Sin embargo, se identifica una oportunidad de investigación en el análisis de los libros de texto como herramientas fundamentales para los docentes, dado su impacto en la enseñanza y el aprendizaje.

Además, con las recientes reformas educativas impulsadas por la Nueva Escuela Mexicana (NEM), se ha generado una nueva familia de libros de texto gratuitos en México. Estos materiales presentan cambios significativos, ya que integran múltiples áreas del conocimiento en un solo volumen y abordan los contenidos de manera distinta a la que tradicionalmente se utilizaba, lo que representa un nuevo desafío para la práctica docente y el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes.

Justificación

El álgebra, entendida como la continuación y generalización del lenguaje aritmético, constituye una de las áreas en las que los estudiantes suelen cometer más errores, lo que genera dificultades que se mantienen a lo largo de su trayectoria educativa. La traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico implica particularidades que deben ser comprendidas para garantizar una codificación matemática lógica y correcta. Este proceso representa, además, uno de los primeros momentos en que los alumnos transforman información de situaciones cotidianas en códigos matemáticos específicos, los cuales pueden presentar diferentes interpretaciones.

Aunque en los antecedentes revisados se observa una tendencia marcada hacia la creación y evaluación de situaciones didácticas enfocadas en el abordaje del lenguaje algebraico, es igualmente relevante explorar el papel que desempeñan los libros de texto. Estos materiales suelen ser la primera fuente formal de acercamiento a los contenidos matemáticos para muchos estudiantes, por lo que su análisis resulta fundamental.

En este sentido, Serna et al. (2021) enfatizan que "en el contexto escolar, el lenguaje cotidiano y el lenguaje algebraico desempeñan una función como mediadores de la comunicación" (p. 455). Esta afirmación subraya la importancia de considerar ambos lenguajes como elementos esenciales en el desarrollo del razonamiento algebraico y matemático, habilidades consideradas básicas para los egresados de la educación básica.

Particularmente, se tomará como objeto de estudio el libro de texto gratuito en el área de "Saberes y pensamiento científico", emitido por la Secretaría de Educación Pública de México. Este material representa una propuesta innovadora tanto en su composición como en su enfoque didáctico, dado que, a diferencia de ediciones anteriores, ya no presenta ejercicios para su resolución inmediata durante la clase. En cambio, funciona como un texto de consulta que ofrece ejemplos sobre los temas tratados, otorgando al docente plena autonomía profesional para diseñar actividades, problemas o ejercicios adicionales, según considere pertinente para lograr un aprendizaje significativo de los contenidos.

Objetivo

Objetivo general: Identificar los niveles de algebrización con que cuenta un libro de texto gratuito de nivel secundaria “saberes y pensamiento científico” en el tema de lenguaje algebraico en primer grado.

Marco de referencia

Modelo de razonamiento algebraico elemental

El razonamiento algebraico elemental, considerado equivalente al Early Algebra, se aborda desde la perspectiva teórica del enfoque ontosemiótico, el cual proporciona herramientas conceptuales para analizar las prácticas matemáticas a partir de los procesos y objetos implicados (Rivas, 2021).

Dentro de este marco, el proceso de generalización matemática se establece como eje central del razonamiento algebraico. Al respecto, Godino y colaboradores (2012, citado en Rivas, 2021) señalan que dicho proceso implica "el estudio de situaciones en las que se pasa de considerar casos particulares de situaciones, conceptos, procedimientos, etc., a las clases o tipos de tales objetos" (p. 489). Esta generalización permite formular prácticas características de la matemática escolar que corresponden a distintos niveles de razonamiento algebraico.

Si bien existen niveles específicos de razonamiento algebraico pensados para la educación primaria, en el presente estudio se abordará exclusivamente el nivel correspondiente al análisis del libro de texto seleccionado, enfocado en el nivel medio superior.

Niveles de algebrización en secundaria

Para este nivel donde se tratan temas con mayor nivel de abstracción y con énfasis en enseñar esta rama de las matemáticas, los procesos algebraicos están presentes en cada uno de los grados que lo comprenden.

Asimismo, en los estándares que se dan profundizan en la identificación de proceso-objeto, que es el mayor reto en el desarrollo del álgebra escolar. Es por esto por lo que Rivas enfatizó en que "son usados como medio de generalización y estos pueden determinar familias de objetos. Además, el estudiante puede realizar un análisis de la noción de variable, donde se encuentra el sentido a las estructuras de las fórmulas algebraicas" (2021, p. 38).

En la tabla 1 se resume los últimos niveles algebraicos propios para los alumnos de secundaria.

Tabla 1.

Resumen de los niveles de algebrización para secundaria según el modelo RAE.

Niveles	Objetos	Transformaciones	Lenguaje
4	Variable, incógnita y parámetros; Familias de ecuaciones y funciones (objetos intensivos con tercer grado de generalidad)	Hay operaciones con variables, pero no con los parámetros.	Simbólico – literal; los símbolos son usados analíticamente, sin referir a información contextual.
5	Variable, incógnita y parámetros; Familias de ecuaciones y funciones (objetos intensivos con tercer grado de generalidad)	Hay operaciones con parámetros y, por tanto, con objetos con grado de generalidad.	Simbólico – literal; los símbolos son usados analíticamente, sin referir a información contextual.
6	Estructuras algebraicas abstractas. Relaciones binarias generales y sus propiedades (objetos intensivos con cuarto grado de generalidad)	Hay operaciones con los objetos que forman parte de las estructuras.	Simbólico – literal; los símbolos son usados analíticamente, sin referir a información contextual.

Fuente: Rivas (2021, p. 40)

Para estos niveles el lenguaje que implica en estos casos es el mismo, ya que se hace uso de conceptos y temáticas avanzadas para crear el razonamiento algebraico óptimo para el nivel educativo en el que se encuentre el alumno.

Metodología

Para el desarrollo de este trabajo se empleó una metodología de investigación cualitativa, con el objetivo de describir aspectos relevantes de un libro de texto gratuito destinado a escuelas secundarias mexicanas.

El propósito principal fue identificar los niveles de algebrización presentes en el tratamiento del tema de lenguaje algebraico dentro del libro Saberes y pensamiento científico,

distribuido por la Secretaría de Educación Pública (SEP). Cabe señalar que este libro constituyó la única fuente de datos utilizada en el estudio.

La técnica empleada para el análisis fue el análisis de contenido, aplicada a una lección específica del libro. Las categorías de evaluación se basaron en los objetos matemáticos propuestos en el segmento de idoneidad epistémica, conforme a la estructura determinada por D'Amore y Godino (2007), y adaptadas según las modificaciones presentadas en el trabajo de Rivas (2021).

La siguiente tabla fue la empleada para hacer el trabajo correspondiente a esta investigación.

Tabla 2.
Estructura para el análisis de contenido

Lenguaje
Definiciones
Procedimientos
Propiedades
Argumentos

Fuente: Rivas (2021, p. 49).

A partir de la caracterización de los aspectos previamente vistos, es posible determinar el nivel de algebrización que presenta el libro de texto gratuito seleccionado. Para ello, se consideran los objetos matemáticos, las transformaciones y el lenguaje empleados, los cuales permiten precisar el nivel de algebrización correspondiente a cada uno de los ejemplos analizados en el texto.

En este sentido, en la Tabla 3 se presenta el análisis del primer ejemplo relacionado con el tema de lenguaje algebraico, tomando en cuenta los componentes que integran los niveles de algebrización, conforme a los criterios establecidos en el marco de referencia.

Tabla 3.
Análisis del primer ejemplo en el libro de texto

Lenguaje
Verbal: Asignar, identificar, expresen, número, cantidad, menos, triple, diferencia, entre, desconocida. *Simbólico:* x como variable, -, ()
Definiciones
Propiedades aritméticas básicas y palabras que expresan operaciones.
Procedimientos
Designar la variable. Encontrar la diferencia de un número cualquiera y el 15. Sacar el triple de lo anterior mencionado. Lo que resultó del paso previo restando a 10.
Propiedades
Identidad multiplicativa.
Argumentos
Se utiliza el razonamiento inductivo, pues ir paso a paso permite llegar a la respuesta de manera clara.

Fuente: elaboración propia. 2024.

Resultados

1° Libro de texto: Saberes y pensamiento científico

De acuerdo con el nuevo modelo educativo que se está implementando en México las disciplinas tienen un campo formativo en el cual se ubican por áreas del conocimiento y matemáticas se encuentra en Saberes y pensamiento científico.

Los libros de texto gratuitos utilizados en estos momentos en las secundarias públicas mexicanas para esta materia tienen el mismo nombre del campo formativo y contiene la otra disciplina del área de las ciencias que en el primer grado de este nivel educativo es biología.

Estos libros son de la colección XIMHAI, que son distribuidos por la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG), y se encargan de que llegue a cada institución educativas para que puedan hacer uso de ellos los alumnos, que para los docentes es un apoyo importante en la realización de su deber.

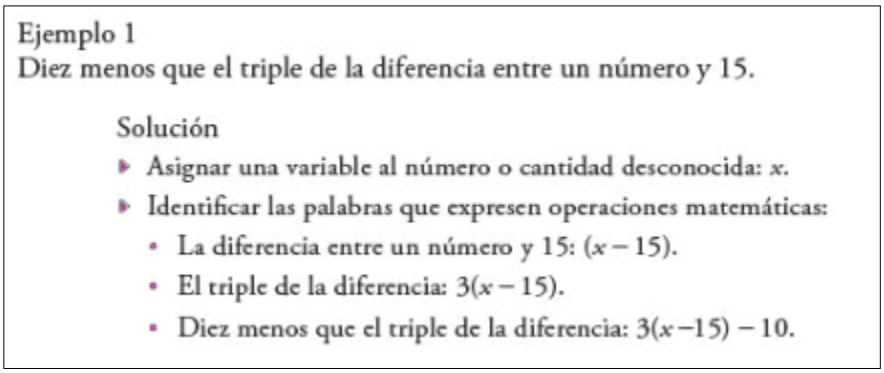
En este libro la lección utilizada es “lenguaje algebraico”, que comienza en la página #80 y en esta página hay una pequeña introducción al tema.

2° Situaciones de lenguaje común expresadas en el lenguaje algebraico

En este subtema se encuentra en el plan de estudios mexicano del 2022 en el contenido de introducción al álgebra y el proceso de desarrollo de aprendizaje (PDA) que se busca es “interpreta y plantea diversas situaciones del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa” (SEP, 2024, p. 59).

En la primera página del subtema se hacen aseveraciones concretas que se debe de tener en cuenta al tratar el tema del lenguaje algebraico. Se presenta es una serie de conceptos que son relevantes para el tema, pues hay una diferenciación entre literales, incógnitas, variables y constantes, pues estas son importantes al momento de formar un enunciado. En el caso de las expresiones algébricas se habla de signos de operación y relación, así como de operaciones y signos que se emplean.

A continuación, se presente el primer ejemplo:



Ejemplo 1
Diez menos que el triple de la diferencia entre un número y 15.

Solución

- Asignar una variable al número o cantidad desconocida: x.
- Identificar las palabras que expresen operaciones matemáticas:
  - La diferencia entre un número y 15: $(x-15)$.
  - El triple de la diferencia: $3(x-15)$.
  - Diez menos que el triple de la diferencia: $3(x-15)-10$.

Figura 1. Primer ejemplo mostrado

En este primer ejemplo se identifica que empieza con un nivel de complejidad medio ya que se indican varias operaciones a la misma vez, con el fin de que los alumnos puedan poner en práctica lo de la tabla anterior y la solución permite ir paso a paso hasta llegar a la respuesta.

En el ejemplo se encuentra en el nivel 1 de algebrización debido a la intervención de los objetos intensivos que hacen una función general, como es el caso de triplicar un producto y a la vez tener una resta. Además, para llegar a la conjetura final es necesario saber posicionar las operaciones aritméticas de las que se hablan e indicar lo que se menciona en este.

De acuerdo con el libro el segundo ejemplo menciona; "La suma de los cuadrados de dos cantidades en diferente a la raíz cúbica del cociente de 3 y z". Para este caso hay un nivel de dificultad mayor al anterior pues se utiliza el término de radicales y diferente, que para el primer grado de secundaria son un poco avanzados esos conocimientos que se piden. Se denota que hay un grado de dificultad intermedio en la conformación de la expresión que da sentido a lo que se enuncia en lenguaje algebraico y es por eso por lo que se ubica en el nivel 2. Así mismo, es necesario el uso de información del contexto de lo que se pide y algunos símbolos no son tan comunes usarlos en el lenguaje natural.

Para el tercer casi se enuncia "El total de siete veces un número y 14 veces la diferencia entre el número y 21". En esta situación hay un lenguaje más cotidiano que hace referencia a las operaciones a utilizar para llegar a la respuesta pues con un nivel básico de conocimientos es suficiente para entender lo que se plantea. Además, aquí se hace un cambio en la letra utilizada como variable lo que permite a los alumnos hacer uso de diferentes caracteres al momento de plantearse de lenguaje común al algebraico. A pesar del cambio de letra como variable en este ejemplo la frase utilizada es sencilla de entender y se denota al igual que en el primer ejemplo el uso del lenguaje simbólico-literal, lo que recae en el nivel 1 de algebrización. Es por esto por lo que utilizan pasos sencillos para llegar al resultado.

Como último ejemplo se declara "Seis menos un tercio de la suma de un número y nueve". Se plantea en el subtema incluye el uso de las fracciones que para muchos de los alumnos es algo complejo, aunque en el lenguaje cotidiano utilizado no exige un nivel de comprensión elevado. El nivel algebraico para este ejemplo es el 1, aunque pareciera que es otro por incluir fracciones se usan objetos intensivos propios del lenguaje algebraico y a su vez el empleo de operaciones básicas para llegar a la respuesta.

En resumen, estos ejemplos contienen distintas definiciones que se utilizan en el lenguaje natural. Pero, para el caso del lenguaje en todos solo aparece el simbólico y verbal, ya que son los principales que ayudan en la conversión al algebraico.

También en el caso de los argumentos en su totalidad hay un uso del razonamiento inductivo que va de los casos particulares a poder generalizar algo que es lo que se da como respuesta. Para el caso específico solo el ejemplo tres tuvo el nivel dos de algebrización pues recae en lo que menciona Godino, *et al*., 2014, pues se forma una igualdad que ahí se presentó como dos expresiones no iguales.

Conclusiones

Una vez hecha esta indagación en un libro de texto se evidencia que como herramienta que utiliza el docente se necesita que el material esté supervisado por profesionales de la matemática educativa, ya que presenta áreas de oportunidad al presentar muy poco contenido de relevancia para que los alumnos puedan tener un aprendizaje significativo.

En el caso de los niveles de algebrización son muy básicos y esto se debe a que solo se presentan ejemplos, más no ejercicios para que el alumno los conteste y que ya lo había declarado la SEP que estos textos sólo son de consulta pues se da la autonomía profesional para que el docente pueda expandir los horizontes de aprendizaje con sus educandos.

De acuerdo con los resultados de Rivas (2021), es cierto que el nivel de algebrización muchas veces depende del empleo de ciertos objetos y en esta investigación sale a resaltar que los intensivos son los más usados en los ejemplos que agregan en el libro.

Al mismo tiempo, se reconoce que de acuerdo con el contexto que se da en el lenguaje natural puede suceder que a los alumnos se les dificulte el uso de signos de agrupación y jerarquización de las operaciones como ya lo había encontrado en la puesta en escena que hizo en su investigación Ruiz (2016).

Finalmente, es importante recalcar el hecho de que no solo es que el libro vaya a aportar todo el conocimiento al alumno pues ayuda y es una de sus bondades, pero si solo se deja este como único recurso sería una desventaja dejarlo. Ya que el tema da para trabajar en muchas disciplinas que trabajan bajo el mismo campo formativo de acuerdo con la NEM que son la biología, física y química, que naturalmente usan un lenguaje simbólico para referirse a conceptos específicos.

Referencias y bibliografía

CONALITEG. (2024). *Colección Ximhai. Saberes y pensamiento científico. Primer grado*. Ciudad de México: Consejo Nacional de Libros de Texto Gratuito. https://libros.conaliteg.gob.mx/2024/S1SAA.htm

D´Amore, B. y Godino, J. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME, 10* (2), 191-218. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33500202

Garriga, J. J. (2012). *El lenguaje algebraico: un estudio con alumnos de tercer curso de educación secundaria obligatoria* [Tesis de Doctorado, Universidad de Zaragoza]. https://acortar.link/GxAy0e

Godino, J., Aké, L., Gonzato, M., & Wilhelmi, M.R. (2014). Niveles de algebrización de la matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las ciencias, 32*(1), 199- 219. https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/287515

Godino, J., Neto, T., Wilhelmi, M.R., Aké, L., Etchegaray, S., & Laza, A. (2015). Niveles de algebrización de las prácticas matemáticas escolares. Articulación de las perspectivas ontosemiótica y antropológica. *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 117-142. https://doi.org/10.35763/aiem.v1i8.105

Lara, J. (2017). *Aprendizaje autorregulado y metacognición para potenciar la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico en escolares de secundaria* [Tesis de Maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla]. https://acortar.link/8sClRp

Rivas, M. F. (2021). *Niveles de algebrización en las actividades propuestas para la adquisición del lenguaje algebraico en los libros de texto de 1° secundaria (EBR, Perú)* [Tesis de Licenciatura, Universidad de Piura]. https://acortar.link/Hc3LNA

Ruiz, M. (2016). *Diseño de una propuesta metodológica que contribuya al lenguaje algebraico, su precisión e importancia para la enseñanza-aprendizaje del álgebra* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]. https://acortar.link/UsLXzK

SEP, (2024). Programa de Estudio para la Educación Secundaria: Programa Sintético de la Fase 6. Secretaría de Educación Pública. https://acortar.link/vIKWdF

Serna, T. M., Cardona, E. I., & Carmona, J. A. (2021). Propuesta para la enseñanza de las expresiones algebraicas en educación secundaria mediante la asociación del lenguaje cotidiano y el lenguaje algebraico integrando la tecnología digital Scratch. En E. Serna (Coord.), *Revolución en la Formación y la Capacitación para el Siglo XXI,* (pp. 452-468). https://acortar.link/DRSTb3