



Proposição de problemas no desenvolvimento profissional de professores de Matemática

Flávia Sueli Fabiani **Marcatto**
Universidade Federal de Itajubá
Brasil
flaviamarcatto@unifei.edu.br

Resumen

Essa investigação discute a implementação de resultados de pesquisas de Proposição de Problemas, no desenvolvimento profissional de professores de Matemática. A pesquisa tem cunho qualitativo e interpretativo com base empírica apoiada na pesquisa de implementação baseada em design. Os objetivos deste estudo são: implementar tarefas instrucionais de Proposição de Problemas, apoiar os professores na construção de novas crenças no que diz respeito à proposição de problemas e colaborar para a constituição de uma base de conhecimento. Os resultados revelam que as práticas de proposição de problemas foram gradualmente modificadas quando os professores se engajaram com a criação de problemas relevantes para o seu contexto pessoal, social, cultural e político, gerando oportunidades de aprendizagem profissional.

Palavras-chave: Pesquisa baseada em *design*; Comunidade de aprendizagem profissional; Crenças dos professores; Resolução de problemas; Proposição de problemas matemáticos.

Introdução

Este estudo foi concebido a partir de um projeto de pesquisa, onde interessa a aprendizagem profissional de professores de Matemática em pré-serviço e em serviço, sobre a implementação de resultados de pesquisas sobre Proposição de Problemas (PP) e Resolução de Problemas (RP), através de uma Comunidade de Aprendizagem Profissional (CAP). O projeto tem como questão de investigação: como podemos apoiar o professor de Matemática aprender a ensinar por meio da PP e da RP? Investiga-se o desempenho de professores com a PP e a RP, a criatividade na Proposição de Problemas Matemáticos (PPM) e o seu sistema de crenças formado

de suas crenças, hipóteses ou expectativas conscientes ou não (Pehkonen & Hannula, 2004). Para esta comunicação apresento uma experiência de implementação da PPM, realizada em uma CAP, apoiada pela Pesquisa Baseada em Design (Cobb *et al*, 2003).

De acordo com Cai e Rott (2024), ainda, possuímos uma compreensão menos refinada sobre como os professores e estudantes geram seus problemas matemáticos, diante de uma situação problema apresentada e, sobre aspectos relacionados ao afeto, motivação, crenças e dificuldades de contexto da Educação Básica.

Os objetivos desta comunicação são: (a) implementar tarefas de PPM em uma CAP, de forma colaborativa com a intenção de desenvolver a compreensão e a confiança dos professores sobre esta abordagem de ensino; (b) apoiar os professores de Matemática na construção de novas crenças, em especial, no que diz respeito à PPM; (c) colaborar para a constituição de uma base de conhecimento sobre PPM no desenvolvimento profissional de professores de Matemática.

Referencial teórico

O termo *implementação de Pesquisa em EM*, adotado neste estudo, é o de Jankvist *et al* (2021), entendido como uma perturbação ecológica de um determinado sistema educativo, neste estudo a formação em serviço, em comunidades de aprendizagem profissional, através do apoio gradual à inovação, em conjunto com um plano de ação destinado a resolver o que é percebido como um problema por pelos menos uma das partes.

De acordo com Brodie e Chimhande (2020), as comunidades de aprendizagem profissional (CAPs) são entendidas como uma forma de aproximar o desenvolvimento profissional das práticas dos professores em sala de aula reais. As CAPs são grupos de professores que se envolvem em ciclos regulares, sistemáticos e sustentados de aprendizagem baseada na investigação, com a intenção de desenvolver a sua capacidade individual e coletiva para o ensino.

Na implementação de uma nova perspectiva, é fundamental que professores estejam equipados com crenças correspondentes sobre o ensino e a aprendizagem. Para Yang, Kaiser e König (2020), as crenças dos professores sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática referem-se aos entendimentos sobre formas de ensinar Matemática e sobre como ela é aprendida, por exemplo, suas concepções de atividades de ensino em sala de aula, quais comportamentos e atividades estão envolvidos no aprendizado de Matemática, e o que constitui atividades de aprendizagem de Matemática apropriadas.

De acordo com Pehkonen e Hannula (2004), na pesquisa sobre crenças em Educação Matemática, subcategorias foram distinguidas; por exemplo, crenças sobre a Matemática como disciplina (aprendizagem matemática e resolução de problemas e o ensino de Matemática em geral), crenças sobre si mesmo (autoeficácia, monitoramento, valor da tarefa e orientação para metas) e crenças sobre o contexto social (normas sociais e sociomatemáticas na classe).

As pessoas recebem continuamente percepções do mundo ao seu redor. Para Schoenfeld (2014) a Matemática é tipicamente conceituada e apresentada, na escola, como um corpo de

conteúdo a ser aprendido e processos a serem engajados. No entanto, a Matemática escolar pode ser vista como experiências de fazer sentido por meio de várias práticas, incluindo a PP e a RP. De acordo com suas experiências e percepções, as pessoas tiram conclusões sobre diferentes fenômenos e sua natureza.

O conhecimento pessoal dos futuros professores inclui suas crenças, que trazem consigo, que são um composto dessas conclusões. Como as crenças parecem se formar e mudar no ambiente social, as pessoas comparam as crenças anteriores com suas novas experiências e com as crenças de outros indivíduos e, portanto, suas crenças estão sob contínua avaliação e mudança (Pehkonen e Hannula, 2004).

Os professores, em sua maioria, têm pouca ou nenhuma experiência anterior com a PPM, podem necessitar de estímulos mais estruturados e explícitos para se envolverem eficazmente em atividades de PPM. Para Baumanns e Rott (2024), os professores, quando solicitados a elaborar problemas, observou-se que demonstraram inseguranças, não têm certeza do que se espera deles, não têm um autoconceito elevado da PPM e não têm certeza se os problemas que eles elaboraram são de boa qualidade.

Uma definição para a PPM, orientada para os professores, é fornecida por Klinshtern, Koichu e Berman (2015), onde a elaboração de um problema satisfaça três condições: (a) que seja de alguma forma diferente dos problemas que aparecem nos recursos disponíveis; (b) que não tenha sido abordado pelos alunos; e (c) que possa ser usado para satisfazer necessidades de ensino que de outra forma seriam difíceis de satisfazer. Isto é particularmente relevante para os professores, que muitas vezes precisam alterar determinadas tarefas ou conceber problemas únicos adaptados às suas salas de aula.

Ao integrarem as perspectivas de alunos e professores, Cai e Hwang (2020) definem a PPM como vários tipos de atividades relacionadas que envolvem ou apoiam professores e alunos na geração (ou reformulação) e na expressão de um problema ou tarefa com base em uma situação problema, em um contexto particular. Para Cai e Leikin, (2020) a PPM pode desempenhar dois papéis o de ensinar e aprender Matemática, em sala de aula, como ferramenta meio ou objetivo da instrução matemática. Como ferramenta, durante o ensino, os professores podem aprofundar o conhecimento do conteúdo e desenvolver a criatividade matemática dos estudantes. Por outro lado, como objetivo, os alunos podem desenvolver a sua competência através de atividades de PPM, em sala de aula.

Embora a PPM de estudantes e professores podem se sobrepor de alguma forma, existem algumas diferenças. Os professores não apenas levam as tarefas de PPM, para as salas de aula, mas planejam as experiências de aprendizagem nas quais os estudantes devem se envolver. Os professores devem antecipar os tipos de problemas que os alunos podem gerar com base em determinadas situações-problema. Nas atividades de PPM, tanto os alunos quanto os professores, geram problemas matemáticos baseados em determinadas situações-problema que podem incluir expressões matemáticas ou diagramas e geram problemas alterando (isto é, reformulando) problemas existentes. Além disso, geram situações de PPM para os estudantes elaborarem problemas, e elaboram problemas matemáticos para os alunos resolverem (Cai & Hwang, 2020).

Nesse sentido, a implementação da PPM na formação em serviço de professores é relevante para o desenvolvimento profissional de professores de Matemática.

Metodologia de pesquisa

Este estudo se apoia na Pesquisa de Implementação Baseada em Design - PIBD (Penuel *et al*, 2011). A PIBD preocupa-se com o desenvolvimento da teoria relacionada com a aprendizagem em sala de aula e com a implementação por meio da investigação sistemática. A PIBD tem foco em problemas persistentes da prática, fundamentado na perspectiva das várias partes interessadas e em sustentar a implementação ao longo do tempo. A implementação se estrutura de forma cíclica (Cobb *et al*, 2003), no ambiente de uma CAP.

Em cada ciclo, estruturamos a fase de estudos preparatórios, desenho, implementação, análise e reflexão. Na primeira fase, a ênfase está na leitura e estudo dos conhecimentos acadêmicos sobre PPM e envolveu um workshop de oito horas, sem considerações didáticas, com o objetivo de construir uma visão geral. Na segunda fase, a do desenho, a investigação buscou articular-se com a prática. Essa toma, como referência, o contexto das salas de aula de Matemática da educação básica, discutindo possíveis dificuldades da implementação da PPM com a produção coletiva de uma sequência didática, que pode ser considerada como um sistema de hipóteses de trabalho compartilhadas e assumidas pelos professores e o formador de professores. Na terceira etapa, a de implementação, a sequência desenvolvida é implementada. A quarta etapa é a do estudo crítico da implementação. Este experimento de design de implementação foi conduzido em uma CAP, com planejamento, intervenção e revisão da primeira versão da tarefa de PPM, ao longo de um semestre.

A estrutura interativa da CAP envolveu um docente pesquisador em Educação Matemática (EM), também formador de professores de Matemática (facilitador), quatro professores de Matemática atuantes na escola de educação básica, no Brasil e dois estudantes de doutorado em EM.

Descrição e análise de dados

Nessa comunicação, os resultados representam a forma como os professores dão significado à PPM, antes de terem contato com alguma orientação didático pedagógica sobre PPM. Com o objetivo de identificar crenças sobre a PPM, eles responderam a duas perguntas: (1) Você conhecia a PPM? (2) A quem cabe propor problemas em sala de aula?

As respostas, por meio do *google forms*, eram obrigatórias e todos afirmaram que não tinham conhecimento da *proposição de problemas* como uma abordagem para o ensino de Matemática. Com relação à segunda pergunta, todos responderam que cabe ao professor a tarefa de propor problemas em sala de aula.

Se reconhecermos a PPM como uma atividade intelectual importante na Matemática escolar, então devemos determinar se professores e alunos são capazes de propor problemas matemáticos importantes e valiosos. De fato, uma linha fundamental de pesquisa na elaboração de problemas tem sido explorar os tipos de problemas que professores e alunos podem criar. Nesta linha de pesquisa, uma situação-problema foi apresentada, solicitando aos professores que

elaborassem problemas que poderiam ser resolvidos usando as informações fornecidas na situação.

O estudo foi definido em três etapas principais, seguindo a perspectiva da PIBD. A primeira envolveu o planejamento da atividade (pela formadora), o estudo do conteúdo (PP na formação de professores), a seleção da tarefa (Quadros 1 e 2) adaptada ao contexto da CAP, que considerou o conhecimento e os interesses dos professores, tendo uma demanda cognitiva adequada e a antecipação (pela formadora) das principais estratégias que eles poderiam adotar para a resolução da tarefa. A segunda etapa abrangeu a apresentação da tarefa, os movimentos do formador em busca do compartilhamento colaborativo de ideias e a promoção do discurso matemático. Na terceira, há uma reflexão sobre o desenvolvimento de toda a atividade.

Apoiados em Cai *et al* (2015), propomos a seguinte situação para os professores de Matemática (Quadro 1).

Quadro 1

Situação inicial para a proposição de problemas - tarefa de PP

Imagine que você está ensinando divisão com frações. Para tornar isso significativo para as crianças, algo que muitos professores tentam fazer é relacionar a Matemática a outras coisas. Às vezes, eles tentam inventar situações do mundo real ou problemas de história para mostrar a aplicação de algum conteúdo específico. O que você diria que seria uma boa história ou uma situação do mundo real ou ainda um modelo para $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$?

Fonte: Adaptado de Cai *et al* (2015, p. 4)

Os professores realizaram, individualmente, a primeira parte da tarefa de PP e, após uma semana, retornaram 12 PPs. Na sequência, dando continuidade à tarefa, os problemas foram reunidos em um quadro e compartilhados com todos. Por questão de espaço, apresento apenas quatro proposições (Quadro 2).

Quadro 2

Continuidade da tarefa de PP

No quadro abaixo estão as quatro PPs que vocês elaboraram para a situação proposta na tarefa de PPM. Agora, vamos verificar se todas as proposições apresentadas estão adequadas à situação apresentada inicialmente. Para isso, cada um pensará e organizará resoluções para todas as PPs, exceto a que você elaborou. Procurem pensar nas estratégias e resoluções que os alunos da Educação Básica possam fazer. Também reflitam sobre possíveis dificuldades dessas PPs.

Proposições

PP1: Carlos tem $1\frac{3}{4}$ de uma pizza e quer servir porções de meio pedaço $\frac{1}{2}$ para seus amigos. Quantas porções de $\frac{1}{2}$ pizza ela conseguirá fazer? Quantas pizzas serão necessárias para que seja possível realizar a divisão por meio? Que estratégia podemos utilizar para entender que além de um inteiro será adicionado mais $\frac{3}{4}$ de outra pizza? Como você pode pensar nesse valor em número decimal? Quantas porções de meia pizza ($1/2 = 0,5$) é possível dividir com a quantidade de $1\frac{3}{4}$ de pizzas ($1\frac{3}{4} = 7/4 = 1,75$)? Ainda sobra algum valor que não será inteiro a divisão em meia pizza para cada? Quantos que vai sobrar para a última (quarta) pessoa?

PP2: Uma receita de bolo indica que sejam usadas 1 xícara e $\frac{3}{4}$ de farinha de trigo. Ao procurar o recipiente você percebe que sua xícara tem metade da capacidade pedida na receita. Quantas xícaras você precisará nesse caso? Como você chegou a essa conclusão? Existe outro cálculo que daria o mesmo resultado? Explique.

PP3: Iniciamos com a leitura e discussão da notícia “*Brasileiro consome, em média, 154 litros de água por dia, aponta ONU*”, sobre o consumo de água no Brasil, para a contextualização do problema.

Proposição: Uma família consome $\frac{1}{2}$ caixa d’água por dia. Considerando que na casa da dessa mesma família possui um reservatório de $1\frac{3}{4}$ caixa, em quantos dias a família consumirá toda a capacidade de água disponível? Como você chegou a esse resultado?

A notícia relata que a média de consumo de água por dia por pessoa no Brasil é de 154 litros. Considerando que a família é composta por 5 pessoas, diariamente eles consomem mais ou menos que a média?

Observação: a capacidade da caixa d’água ficará em aberto para que o aluno pesquise e infira a partir das informações dadas no exercício e das coletadas na pesquisa.

PP4: Tomás e sua mãe estavam montando um armário para o quarto dele. O intuito será utilizar esse armário para guardar seus jogos de videogame. Para cortar e parafusar as peças, Tomás e sua mãe utilizam uma trena. Certa hora, eles precisam fazer uma marcação para o parafuso em $1\frac{3}{4}$ m de uma peça de madeira e adicionar parafusos a cada $\frac{1}{2}$ m do início da peça até a marcação feita por Tomás e sua mãe. Quantos parafusos Tomás e sua mãe utilizarão nesse espaço?

Fonte: Registros do pesquisador (2024).

De certa forma, observando as proposições apresentadas (Quadro 2), pode-se afirmar que os professores participantes dessa experiência foram capazes de propor problemas interessantes e importantes. No entanto, a capacidade de propor problemas válidos parece estar ligada a outros fatores. A tendência de propor problemas sem explorá-los ou resolvê-los, foi uma prática inicial identificada nos professores. Elaboraram seus problemas sem que eles mesmos tivessem resolvido, o que pode indicar a falta de compreensão do potencial matemático e pedagógico da situação-problema apresentada. Das 12 PPs apresentadas, quatro não correspondiam à expressão $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$, duas correspondiam à expressão $1\frac{3}{4} \div 2$ e duas à expressão $1\frac{3}{4} \times 2$ levando-nos a inferir que as habilidades dos professores em PP, a partir da situação acima (Quadro 1), pode estar associada à sua falta de compreensão do significado da divisão de frações.

Reações semelhantes à de professores em início de carreira também foram identificadas nas PPs dos professores e em seus relatos reflexivos. Assim como Crespo (2003a), Crespo e Sinclair (2008) apresentaram em seus estudos, os professores sugerem uma preocupação em evitar que os alunos (da escola) fiquem confusos, obtenham respostas incorretas e gastem muito tempo com os problemas. Isso pode ser observado na PP1 ao inserir uma informação restrita e diretiva com relação ao número misto e a conversão da representação fracionário para a decimal. Nessa mesma direção, PP1, PP2 apresentam problemas com uma tendência mais tradicional, com perguntas diretas que sugerem resoluções computacionais e/ou procedimentais.

Por outro lado, a PP2 solicitou aos alunos (seus possíveis resolvidores) explicações para suas estratégias ou resoluções. O que pode sugerir que eles se aventuraram a propor problemas com várias abordagens e soluções, mais abertos e exploratórios e cognitivamente mais complexos. Em seus registros, foram identificadas ações para ajudar os alunos a superarem conflitos cognitivos, como por exemplo, o uso de recursos manipulativos e tecnológicos.

Para Yao, Hwang e Cai (2021) o envolvimento dos professores de Matemática com tarefas de PP parece encorajá-los a explorar a situação-problema em busca de conhecimento conceitual (saber tanto o que fazer e por que fazer), portanto, é uma atividade que tem o potencial de desenvolver, nos professores, a compreensão conceitual e sua inclinação em desenvolver a mesma compreensão em seus alunos. Os professores foram capazes de propor problemas (como as PP3 e PP4) para a divisão de fração com base em outros entendimentos do conceito (modelo de medida, modelo partitivo, fatores e produto). Os mesmos autores defendem ainda, que a compreensão matemática dos professores tem impacto na compreensão matemática dos alunos.

Em suas pesquisas com professores do Ensino Médio, Cai et. al (2015) revelaram que eles eram capazes de propor problemas, contudo, apenas de forma parcial, e que o sucesso em elaborar problemas válidos pode estar relacionado à sua experiência e formação. Os professores participantes dos seus estudos tiveram mais sucesso ao reformular os problemas. Isso também foi constatado em experiências que sucederam a essa comunicação.

Conclusões

A concepção que prevalecia, entre os professores, antes de iniciarmos a implementação de tarefas de PP, era de que o papel do professor é propor problemas, enquanto o dos alunos é resolver problemas. Um dos problemas percebidos era a crença de que os estudantes não deveriam participar da PPM. O estudo sugere a necessidade de se levar em conta os conhecimentos sobre PP, que os professores trazem para suas formações, bem como abordar de forma cuidadosa a PP, a fim de ajudá-los a desenvolverem e reorganizarem o significado da PP.

Investigações iniciais sugerem que proporcionar aos professores oportunidades para explorar e discutir o potencial matemático e pedagógico dos problemas elaborados, por eles, pode ser um passo importante, no sentido de prepará-los para conceber oportunidades de aprendizagens para seus alunos, no decorrer do processo de PP nas aulas de Matemática e mudanças nas suas crenças.

Ainda no que diz respeito ao primeiro objetivo, um resultado significativo foi a aparente desconexão entre o conhecimento do conteúdo matemático dos professores e sua prática de instrução. Independentemente de sua confiança e competência em Matemática, todos os professores, deste estudo, apresentaram no início, práticas limitadas e limitantes de PP. Pode-se inferir que mais atenção tenha sido dada à capacidade de RP dos professores e pouca atenção à de (re)elaborar problemas *para e com* seus alunos. Porém, este estudo sugere que proporcionar uma experiência de PP aos professores através de CAPs, pode ser uma estratégia poderosa e um catalisador para que eles repensem suas tendências de PP, com baixo desafio cognitivo.

O conhecimento dos professores, de um modo geral, é fragmentado e processual. O objetivo principal é oportunizar a compreensão das razões conceituais dos tópicos de Matemática e os procedimentos no currículo escolar. Dessa forma, as CAPs parecem ser o ambiente apropriado para o aperfeiçoamento da competência de PP, desafiando e revisando o conhecimento e as crenças matemáticas dos professores em serviço.

É importante destacar ainda que a implementação de estudos que envolvam a PP como abordagem instrucional, no desenvolvimento profissional, é promissora pois está em conexão com a escola básica, envolve a pesquisa baseada em design, contempla uma perspectiva prospectiva e reflexiva, afasta-se de estudos lineares e busca compreender apenas o que funciona ou não. Tão importante quanto o planejamento de aulas, a experiência de ensino e a posterior reflexão sobre a PP, quando envolve a pesquisa baseada em design, é a formação de teorias locais associadas a estes estudos e a constituição de uma base de dados que seja utilizável pelos professores. A limitação deste estudo se dá por ter sido realizado em apenas um semestre. No entanto, é fonte de dados para o projeto maior ao qual está vinculado.

Referências e Bibliografia

- Baumanns, L. & Rott, B. (2024). Problem-posing tasks and their influence on pre-service teachers' creative problem-posing performance and self-efficacy. *The journal of mathematical behavior*, v. 73, p. 101-130.
- Brodie, K. & Chimhande, T. (2020). Teacher talk in professional learning communities. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology (IJEMST)*, 8(2), 118-130.
- Cai, J. & Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*. V. 102, 8p.
- Cai, J. & Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing: conceptualization, advances, and future directions for research. *Educ Stud Math*, n. 105, p. 287–301.
- Cai, J., et al. (2015). Problem-Posing Research in Mathematics Education: Some Answered and Unanswered Questions. In: Singer F., F. Ellerton N., Cai J. (eds) *Mathematical Problem Posing*. Research in Mathematics Education. Springer, New York.
- Cai, J. & Rott, B. (2024). On understanding mathematical problem-posing processes. *ZDM Mathematics Education* 56, 61–71.
- Cobb, P. et al. (2003). Design Experiments in Education Research. *Educational Researcher*. V.32, no. 1, p. 9-13, jan/fev.
- Crespo, S. & Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *J Math Teacher Educ*, 11, 395–415.
- Crespo, S. (2003a). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 243–270.
- Jankvist U. T. et al (2021). Launching Implementation and Replication Studies in Mathematics Education (IRME), *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, Leiden, v. 1, n. 1, p. 1-19.
- Klinshtern, M., Koichu, B., & Berman, A. (2015). What Do High School Teachers Mean by Saying “I Pose My Own Problems”? In F. M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical Problem Posing*. From Research to Effective Practice (pp. 449–467). Springer.
- Pehkonen, E., & Hannula, M. (2004). Mathematical belief research in Finland. *NOMAD Nordic Studies in Mathematics Education*, 9(2), 23–38. <https://doi.org/10.7146/nomad.v9i2.147118>
- Penuel, W. R. et al. (2011). Organizing Research and Development at the Intersection of Learning, Implementation, and Design. *Educational Researcher*, 40(7), p. 331-337.
- Schoenfeld, A.H. Reflections on learning and cognition. *ZDM Mathematics Education* 46, 497–503 (2014). <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0589-8>
- Yang, X., Kaiser, G. & König, J. (2020). Relationship between pre-service mathematics teachers' knowledge, beliefs and instructional practices in China. *ZDM Mathematics Education* 52, 281–294.
- Yao, Y.; Hwang, S. & Cai, J. (2021). Preservice teachers' mathematical understanding exhibited in problem posing and problem solving. *ZDM Mathematics Education* n.53, p. 937–949.