



## Ensino do conceito de função por nexos conceituais

Maria do Carmo de Sousa  
Universidade Federal de São Carlos  
Brasil  
[mcsousa@ufscar.br](mailto:mcsousa@ufscar.br)

### Resumo

Este texto apresenta dados referentes à pesquisa qualitativa, de cunho teórico, que se fundamenta na teoria histórico-cultural e está em andamento. O objetivo geral é estudar historiografias de matemática, com foco nos modos de ver e conceber os conceitos matemáticos dos autores que as escreveram. Tais estudos consideram que as vertentes historiográficas da História da Matemática descrevem o lógico de fatos históricos que ocorreram em diversos contextos, em determinados tempos e espaços, os quais são sistematizados, de tempos em tempos. Os resultados mostram que a historiografia de matemática elaborada por Karlson (1961), por exemplo, aborda a história do conhecimento do conceito de função. Ao estudá-la, tanto os licenciandos, quanto os professores de matemática podem delinear alguns nexos conceituais e elaborar situações desencadeadoras de aprendizagem para o Ensino Médio. O movimento lógico-histórico poderá fazer parte de suas práticas educativas e ser compreendido como unidade dialética entre ensino e aprendizagem.

*Palavras-chave:* Movimento lógico-histórico; Nexos conceituais; Conceito de função; História da Matemática; Ensino Médio; Pesquisas históricas; Ensino de função; Vertentes historiográficas; Formação de Professores; Teoria histórico-cultural.

### Definição e relevância do problema

Durante o desenvolvimento da pesquisa que está em desenvolvimento sobre o papel das historiografias no ensino de Matemática, com especial atenção para o ensino de funções, ouvimos constantemente, os professores de Matemática que atuam no Ensino Médio, das escolas brasileiras, pelo menos duas perguntas: 1) Por que ensinar o conceito de função a partir da História da Matemática? 2) Por que ensinar o conceito de função a partir de nexos conceituais?

Ao responder às perguntas destacamos as historiografias de Karlson (1961), Ríbnikov (1987), Eves (1997) e Caraça (1998). Defendemos a necessidade de se pensar em situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA) em atividades de ensino (AE) que considerem o movimento lógico-histórico, preconizadas por Moura (2010).

Nesse sentido, tal movimento, o lógico-histórico pode se configurar como didática para o ensino de Matemática. Ao analisarmos o papel das historiografias e do movimento lógico-histórico, tanto na formação dos professores, quanto nas SDA em AE, concordamos com Caraça (1998) que, quando se trata do ensino de Matemática, faz-se necessário romper com a ideia de que a Ciência e, conseqüentemente, os conceitos matemáticos são imutáveis, prontos e acabados, bastando-se por si só, como se fossem capítulos de livros harmônicos.

Essa forma de pensar promove um ensino de Matemática descolado da realidade, considerando-se que a realidade à qual estamos inseridos é mutável. Ou seja, as ações de sala de aula quando pensadas sobre o jugo do imutável priorizam as listas de exercícios prontas e acabadas. O foco do ensino e da aprendizagem está nas fórmulas. O ponto de partida do conceito de função está na teoria dos conjuntos.

A figura 1 exemplifica como os autores do currículo paulista – fundamentado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) elaborado pelo Ministério da Educação, publicado em Brasil (2017) e implementado em 2020 em todas as escolas brasileiras Educação Básica, incluindo-se o Estado de São Paulo – apresentam o conceito de função para os alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

## ATIVIDADE 2 – AS FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU.

### 2.1 Conceito de Função

Define-se por função a lei que relaciona cada elemento  $x$  de um conjunto  $A$ , denominado domínio da função, a um único elemento  $y$  de outro conjunto  $B$ , denominado contradomínio da função ou seja, para cada valor de  $x$ , há somente um valor correspondente  $y$ . Por esse motivo, dizemos que  $y$  está em função de  $x$ .

A ideia de função pode ser representada por meio de um diagrama de flechas. Por exemplo, a lei de função  $y = f(x) = 3x$ , que associa a cada elemento do Domínio  $A$ , um único elemento do Contradomínio  $B$

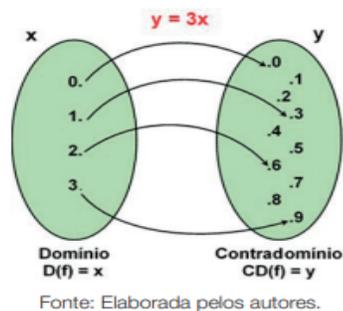


Figura 1. O conceito de função no Currículo Paulista

Após a definição do conceito de função, os autores do caderno apresentam mais definições sobre: 1) domínio, contradomínio e imagem; 2) tipos de funções: constante, identidade, linear, afim (função polinomial do 1.º grau); 3) fórmula para se encontrar o zero da função afim e 4)

representação gráfica da função afim. Em seguida, propõem exercícios. Vez ou outra, indicam quadros contendo fórmulas de determinadas funções para que os alunos os completem (SEDUC/SP, 2023).

Essa forma de apresentar e ensinar o conceito de função no Ensino Médio prioriza três momentos distintos: definições, treinamentos de exercícios e avaliações.

Isso significa que ensinar os conceitos a partir de definições faz com que os alunos tenham dificuldades em compreender pelos menos três nexos conceituais da função: movimento, interdependência e variável, uma vez que a variável pode assumir pelo menos três papéis: incógnita, na equação; parâmetro, na inequação, e variável, na função.

É por esse motivo que, em nossa pesquisa, especialmente, no que diz respeito ao ensino de função, temos elaborado, a partir dos estudos de (Lima e Moisés 2000) e Grupo Caraça (2002). SDA em AE que tenham como ponto de partida o conceito de movimento, conforme mostra a figura 2

### **Pensando sobre o universo em movimento**

- a) Olhe em torno de você. Preste muita atenção! (p. 1).
- b) Anote tudo aquilo que você considera que está em movimento (p. 1).
- c) Reflita sobre suas anotações e suas ideias sobre o que é “movimento” (p. 1).

Figura 2. Pensando sobre o universo em *movimento*

Ao refletir sobre o universo em movimento, os alunos do Ensino Médio têm a oportunidade de constatar que todos os dias nos deparamos com movimentos irregulares e movimentos regulares, os quais, para serem estudados do ponto de vista da Matemática, necessitam de um instrumento que foi construído historicamente por diferentes povos e contou com a participação de diferentes áreas: a função.

### **Referencial teórico**

As pesquisas históricas (Radford, 2011) que fizemos sobre a história do conhecimento do conceito de função, fundamentam-se nas historiografias de Karlson (1961), Ríbnikov (1987), Eves (1997) e Caraça (1998). Procuramos indicar as diferentes formas que cada um dos autores tem ao ver e conceber: 1) a Matemática e seu ensino; 2) a História da Matemática; 3) a História do conceito de função e 4) os nexos conceituais da função.

Esses nexos, quando tratados didaticamente pelos professores da Educação Básica, podem fundamentar as SDA em AE e frequentar as salas de aula do Ensino Médio.

Ao desenvolvermos a pesquisa consideramos que os nexos conceituais, construídos historicamente, nas diversas práticas sociais, em diversos contextos políticos, culturais e sociais representam elos entre os conceitos, os quais são construídos, historicamente, em diversos

contextos e, quando tratados de forma didática podem orientar a elaboração de SDA, conforme os estudos de Moura (2010).

Tais nexos quando compreendidos pelos profissionais do ensino podem se constituir em elementos didáticos que orientam alunos e professores a compreenderem melhor parte do percurso das construções das ideias matemáticas que, foram elaboradas a partir das necessidades de cada povo, em suas práticas culturais, incluindo-se os povos africanos.

Há de se considerar ainda que, quando a formulação contemporânea dos conceitos se torna uma camisa de força para os professores, eles ficam sem escolhas para organizar o ensino. Restalhes investir em exercícios e problemas que primam pela memorização das regras e dos algoritmos que, os professores não sabem de onde vieram.

A partir do entendimento do movimento lógico-histórico do conceito de função, por exemplo, podemos elencar os nexos conceituais (internos e externos): movimento, movimento regular, interdependência, variável e campo de variação que, quando tratados didaticamente pelos professores, na forma de SDA podem ser utilizados nas aulas na Educação Básica, de forma que, especialmente, os alunos do Ensino Médio possam compreender o porquê, o conceito de função está presente em praticamente todas as áreas de conhecimento, dentre elas, a Matemática, a Física e a Química.

### **Método e desenvolvimento conceitual**

A pesquisa é qualitativa, de cunho teórico e fundamenta-se na teoria histórico-cultural. A metodologia para desenvolver o estudo se comporá dos seguintes momentos e estratégias:

1) Realização da análise lógica do conteúdo. Essa consiste em um estudo teórico sobre Historiografias de Matemática que se apresentam nas ementas das disciplinas de História da Matemática, dos cursos de licenciatura de Matemática, das universidades federais brasileiras. O estudo remete necessariamente a uma pesquisa bibliográfica que envolve tanto historiografias da Matemática, quanto as ementas das disciplinas dos cursos de licenciaturas de Matemática das universidades federais brasileiras e pesquisas que tratam da implementação de disciplinas de História da Matemática nos cursos de licenciaturas de Matemática brasileiros. Tem como resultado a elaboração de textos diversos sobre a temática.

2) Realização de estudos sobre os nexos conceituais (internos e externos) que se apresentam em conceitos matemáticos propostos nas ementas das disciplinas de História da Matemática, das universidades federais brasileiras.

Todos os momentos do processo acima fazem parte do diário de campo da pesquisadora para a configuração dos dados da investigação.

Destacamos dois tipos de instrumentos a serem usados na pesquisa, aqueles que contribuirão para a construção dos fatos: os textos teóricos que serão produzidos e a explicitação dos nexos conceituais (internos e externos) que se apresentam em conceitos matemáticos tratados nas disciplinas. Esses instrumentos possibilitam considerar o movimento mais geral da pesquisa.

Os textos teóricos se configuram em artigos e contribuirão com reflexões que envolvem estudos de historiografia da Matemática e suas relações com os diferentes modos de ver e conceber conceitos matemáticos dos autores que as escreveram.

A análise dos dados segue uma linha interpretativa cuja característica é a particularização, ao invés da generalização de resultados.

A busca não é de universais abstratos, aos quais se chega, segundo Moreira (1990), através de generalizações estatísticas, mas sim de universais concretos, que se atinge através do estudo detalhado de um caso específico, localizado culturalmente.

Pensamos em deduzir e organizar categorias que representem os diferentes modos de ver e conceber conceitos matemáticos de autores que frequentam os cursos de licenciaturas de Matemática, das universidades federais brasileiras, a partir das historiografias indicadas e estudadas em disciplinas de História da Matemática. Esses modos diferentes de ver e conceber os conceitos matemáticos podem nos auxiliar a configurar os possíveis dos nexos conceituais (internos e externos) que são lógicos e históricos.

### Resultados e discussão

Ao nos apropriarmos das ideias que se apresentam nas quatro historiografias de Karlson (1961), Ríbnikov (1987), Eves (1997) e Caraça (1998), poderíamos nos perguntar: quais são os nexos conceituais comuns que se explicitam no movimento lógico-histórico do conceito de função descritos pelos autores?

Explicitamente, podemos indicar que são pelo menos quatro: variável, campo de variação, relação e representação. Implicitamente, movimento e infinito. Entendemos que tais nexos podem ser utilizados pelos professores da Educação Básica na elaboração de SDA para ensinar o conceito de função no Ensino Médio, uma vez que estão presentes nos movimentos do universo, portanto, fazem parte das nossas vidas. Vimos que, para estudar os movimentos, os matemáticos de diferentes grupos sociais criaram um instrumento, denominado função. Ou seja, o conteúdo das funções tratadas no Ensino Médio é decorrente dos estudos dos movimentos gerais das nossas vidas e a forma que materializa tal conteúdo é a expressão  $f(x)$ . Faz-se necessário que os alunos do Ensino Médio e professores da Educação Básica compreendam tanto os nexos conceituais, quanto o conteúdo e a forma da função. Para tanto, faz-se necessário o estudo de historiografias da Matemática.

Ao descrever de uma forma poética e divulgar o pensamento dos conhecimentos matemáticos na década de 1940, o matemático Karlson (1961) pretendeu divulgar a história dos conceitos matemáticos para todos aqueles que, de alguma forma, desprezavam e odiavam a Matemática.

Tinha como propósito escrever o movimento dos conceitos matemáticos de uma forma simples, para que todas as pessoas pudessem compreendê-los. Não é à toa que, para alguns matemáticos ou não, a historiografia de Karlson pode ser enquadrada como de divulgação científica. É como se fosse um texto não muito sério, em termos de aprofundamento matemático

e, por esse motivo, não deve frequentar as aulas de Matemática no Ensino Superior, o que, do nosso ponto de vista, é um grande equívoco.

No entanto, quando começamos a ler a historiografia, constatamos que o autor não deixa nada a desejar, no que diz respeito às argumentações que fundamentam as histórias dos conceitos matemáticos, ainda que não tenha preocupações em apenas enfatizar as demonstrações lógicas e formais. As demonstrações estão lá. O movimento lógico-histórico dos conceitos estão presentes para que, leigos no assunto, professores e, por que não, os matemáticos possam ter acesso aos nexos conceituais dos números, da álgebra, do cálculo, da geometria, e, principalmente, do que denomina reino das funções.

Karlson (1961) nos mostra sua paixão para com as funções. Das 608 páginas, 239 delas, o que equivale a 39% da historiografia, foram dedicadas ao movimento lógico-histórico do conceito de função. Ao nos apresentar a história do conhecimento sobre o conceito de função, o autor nos indica que há um reino que luta insistentemente para representar os movimentos da vida.

A partir de um tratamento didático do que apresentamos até aqui, podemos indicar o primeiro nexo conceitual da função: movimento. Quais movimentos? Aqueles que se apresentam todos os dias em nossas vidas e nas diferentes realidades a que somos expostos.

Quando aceitamos o convite de Karlson (1961) para adentrarmos esse reino e nos apropriarmos da ferramenta que nos faz conhecer os movimentos da vida – regulares e irregulares –, somos informados que se faz necessário considerar que, “se existisse uma taquigrafia especial para os matemáticos, onde as palavras mais frequentes estivessem representadas por símbolos particulares, deveríamos começar por uma palavra e somente uma: a palavra função” (Karlson, 1961, p. 375-376), considerando-se que, desde que os conceitos: infinito, vida, movimento, ação e reação passaram a dominar o mundo, a palavra-chave da matemática passou a ser: função. Vale a pena ressaltar que a taquigrafia é um modo de escrever, de forma sintética, resumida, por símbolos especiais.

Assim, ao nos apresentar o reino das funções, o autor, além de nos chamar a atenção para os movimentos da vida e para o conceito de infinito, indica-nos que há um “segredo da variação” (Karlson, 1961, p. 373) e se faz necessário não ignorar a importância que o conceito de infinito passa a ter, a partir da Renascença.

É nesse período que “Giordano Bruno finalmente arranca o véu que até então cobria o infinito, proclamando a existência de miríades de outros mundos”. Ou seja, é durante o Renascimento que se quebra a “harmonia e a paz, pois tudo era de natureza divina. Luta, litígio e discórdia ficavam circunscritos à baixa esfera terrestre, domínio dos homens, que perdera a felicidade divina pelo pecado original” (Karlson, 1961, p. 375).

Se nos atentarmos de forma didática à descrição do autor, podemos constatar que a função não se desvencilha dos números. Podemos considerar mais dois nexos conceituais que fazem parte do movimento lógico-histórico da função: infinito e variação.

Em seguida, por meio de uma poesia, define o conceito de função. Convida-nos a pensar sobre “o sentido matemático da ação”, que envolve um possível movimento da vida: a caminhada de um “viandante distraído na floresta” e de um “soldado em férias que tem no sangue a cadência constante das marchas” (Karlson, 1961, p. 376). Chama a nossa atenção para que possamos aprender “alguns vocábulos” que se apresentam nessa ação, tais como: função; variável independente ou variável arbitrária; representação formal; valores admissíveis para uma função; gráfico da função (representação concreta da função).

Ao tratar das “funções e suas representações” (Karlson, 1961, p. 380), chama atenção para a “imagem” e as “relações” que podem ser descritas por meio das funções que chamam a atenção dos trajetos de pessoas ou de trens; guaritas dos guarda-chaves; funcionamento das grandes estações ferroviárias; movimento dos comboios de cargas; movimentos durante a escalada de montanhas; problemas de economia; movimento de altura e pressão atmosférica nos aviões.

Didaticamente, conseguimos detectar a explicitação de mais dois nexos conceituais: representação (analítica e gráfica) e campo de variação.

Para o autor, faz-se necessário que: “consideremos as funções como seres vivos, e procuremos familiarizar-nos com os seus costumes” (Karlson, 1961, p. 387).

O mesmo autor nos convence de que as funções descrevem leis que representam os movimentos das nossas vidas, os quais não se podem, facilmente, generalizar. Podem ser representadas na forma de expressões algébricas. Tais expressões, quando dissociadas dos movimentos que as originaram, parece que têm vida própria. Logo, faz-se necessário que os alunos do Ensino Médio estudem os movimentos mais gerais da vida e suas leis para que possam representá-los de forma sintética, ou seja, analiticamente ou graficamente. Se fizermos um primeiro tratamento didático à historiografia de Karlson (1961) para elencarmos os nexos conceituais presentes no movimento lógico-histórico do conceito de função e que podem nos ajudar a elaborarmos SDA em AE, consideraremos: os movimentos mais gerais das nossas vidas, o infinito, a variação, o campo de variação, a representação (analítica e gráfica) e a relação. Consequentemente, os professores atuantes do Ensino Médio, juntamente com os estudantes, podem definir, com as ferramentas que têm, não necessariamente nessa ordem, o que vem a ser: movimento regular, movimento irregular, variável dependente, variável independente, lei, imagem, domínio, contradomínio e relação entre função e polinômio. Eis aqui uma proposta que pode promover a criação de várias SDA em AE pelos professores da Educação Básica para o conceito de função destinada ao Ensino Médio, uma vez que os nexos conceituais se relacionam com a vida de todos nós.

### Considerações finais

Ao retomarmos as perguntas: 1) Por que ensinar o conceito de função a partir da História da Matemática? 2) Por que ensinar o conceito de função a partir de nexos conceituais? podemos pensar em pelo menos três respostas.

A primeira estaria no fato de que o movimento lógico-histórico descrito pelos quatro pesquisadores em suas historiografias nos mostram que o pensamento teórico da função é muito mais amplo do que suas representações nas formas: analítica,  $f(x)$  e gráfica e, dos tipos de função tratados no Ensino Médio das nossas escolas.

Por esse motivo, entendemos que os professores da Educação Básica devem ampliar o estudo das funções, incorporando os nexos conceituais que levam ao entendimento do pensamento teórico da função, a partir de sua gênese conceitual que é a compreensão da realidade, enquanto movimentos da vida, os quais, quando isolados, para serem estudados com maior profundidade, podem ser transformados em leis: qualitativas, quantitativas, analíticas e geométricas, por exemplo. Tais leis regem os conhecimentos científicos, os quais se manifestam em diversas áreas do conhecimento, denominadas Exatas e das Humanidades, por exemplo.

Isso quer dizer que áreas como a Medicina fazem uso do conceito de função quando precisam compreender determinados fenômenos, tal qual a Economia, a Física, a Química, a História, a Geografia, dentre outras. Ou seja, o conceito de função é interdisciplinar. Eis aí a segunda resposta possível à mesma pergunta: a interdisciplinaridade do conceito de função.

Com a função podemos: 1) analisar e compreender movimentos regulares da vida; 2) elaborar leis de formação que regem tais movimentos; 3) compreender um poderoso instrumento de leitura e compreensão das infinitas variações que insistem em dominar a nossa realidade e 4) pensar cientificamente, de forma a elaborarmos pensamento teórico sobre a realidade que nos cerca. Alunos e professores da Educação Básica têm a possibilidade de entrarem em atividade ao refletirem sobre as SDA que nos mobilizam, conforme indicam os estudos de Moura (2010).

Podemos compreender melhor o que vêm a ser os pares dialéticos: teoria e prática; interdisciplinaridade e disciplinaridade; regularidade e irregularidade; fluência e permanência, dentre outros. E esse não seria o principal papel das escolas: educar para compreender a realidade que nos cerca?

Temos aí a terceira resposta. Ou seja, defendemos que os professores que ensinam matemática, durante seu desenvolvimento profissional – incluindo-se aí os licenciandos matriculados nos cursos de licenciatura de Matemática – sejam convidados continuamente a analisar, elaborar e desenvolver SDA em AE que se fundamentem nos nexos conceituais dos conteúdos que ministrarão na Educação Básica. Dessa forma, o movimento lógico-histórico poderá fazer parte de suas práticas educativas e ser compreendido como unidade dialética entre ensino e aprendizagem e, conseqüentemente, contribuir com a inserção de novos elementos que podem vir a compor a Didática da Matemática.

### Referências e bibliografia

- Brasil (2017). *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME.
- Caraça, B. J (1998). *Conceitos fundamentais da Matemática*. Portugal – Gradiva.
- Eves, H (1997). *Introdução à história da matemática*. Campinas: Editora da Unicamp.
- Grupo Caraça (2002). Apostila Pensando sobre vida e movimento; variação e função.
- Karlson, P. (1961). *A magia dos números*. Rio de Janeiro: Globo.
- Lima, L. C; Moisés, R. P (2000). *A variável – ser e não ser*. São Paulo: CTEAC.
- Moreira, M. A. (1990). *Pesquisa em Ensino: o vê Epistemológico de Gowin*. S.P.: E.P.U.
- Moura, M. O. (Org) (2010). *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural*. São Paulo: Liber.
- Ríbnikov, K. (1987) *Historia de las matemáticas*. Editorial Mir Moscú.
- Radford, L (2011). *Cognição matemática: história, antropologia e epistemologia*. São Paulo: Livraria da Física.
- SEDUC/SP (2023). *Currículo em ação. Matemática e Ciências da Natureza e suas Tecnologias*. Primeira série. Ensino Médio. Caderno do estudante – Volume 1.