



Una mirada a la idoneidad epistémica del área de Estadística y Probabilidad en la Educación Primaria costarricense

Luis A. **Hernández Solís**
Universidad Estatal a Distancia
Costa Rica

lhernandez@uned.ac.cr

Cristian **Quesada** Fernández
Universidad Estatal a Distancia
Costa Rica

cquesadaf@uned.ac.cr

Resumen

Este trabajo ofrece una perspectiva global sobre el área de Estadística y Probabilidad dentro de los Programas de Estudio de Matemática para la Educación Primaria en Costa Rica. El objetivo del estudio es analizar el contenido de los documentos curriculares, en el marco la Teoría de Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico. Se emplea una metodología cualitativa descriptiva basada en el análisis de contenido (Andréu, 2011), mediante ésta se extraen y sistematizan las normas relacionadas con la faceta epistémica contenida en MEP (2012), a partir de las cuales se deducen indicadores de idoneidad epistémica. Entre los principales resultados del estudio, se destaca que los indicadores obtenidos evidencian una alta idoneidad epistémica en la enseñanza de la estadística y probabilidad, lo cual puede orientar la acción docente, al señalar claramente los objetivos a alcanzar. Estos resultados constituyen un recurso valioso para la formación inicial y la actualización continua de los educadores.

Palabras clave: Costa Rica; Educación Matemática; Educación primaria; Enseñanza presencial; Enfoque Ontosemiótico; Idoneidad epistémica; Implementación curricular; Investigación cualitativa; Ministerio de Educación Pública; Probabilidad y estadística.

Definición y relevancia del problema

Los documentos curriculares son los que orientan y estructuran las prácticas pedagógicas y los aprendizajes en las instituciones educativas. Sin embargo, su pertinencia y coherencia con los principios educativos no siempre se cumple, por ello es fundamental que se evalúen. En busca de garantizar que los currículos sean coherentes y metodológicamente sólidos, adaptándose a las realidades del contexto y las necesidades de los estudiantes, es inevitablemente preguntarse “¿Qué contenidos de Estadística y Probabilidad se deben enseñar en la educación escolar?”

Para iniciar esta reflexión, se analizarán los contenidos del área de Estadística y Probabilidad de los documentos curriculares costarricenses mediante la Teoría de Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiótico, la cual establece que para que un currículo sea idóneo, debe ser adecuado no solo a las necesidades de los estudiantes, sino también a los conocimientos y principios epistemológicos que subyacen en la disciplina.

Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es elaborar una síntesis de indicadores de idoneidad epistémica del componente regulativo de los contenidos del área de Estadística y Probabilidad para la Educación Primaria, que permita evaluarlo epistémicamente, a la vez que sirva como instrumento para orientar la acción educativa, la formación inicial y la capacitación docente.

Referencial teórico

Esta investigación adopta el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la enseñanza matemática (Godino, 2024), dado que este se alinea epistemológicamente con la base teórica del Currículo de Matemática Costarricense MEP (2012), principalmente debido al papel central que otorga a las situaciones-problema y las prácticas derivadas de ellas. Del EOS, este trabajo emplea los conceptos de significado institucional, la clasificación de tipos de objetos, la Teoría de idoneidad didáctica y, en particular, la idoneidad epistémica y sus indicadores.

El currículo costarricense de Matemáticas para la Educación Primaria

En Costa Rica, el currículo de Matemáticas para la Educación Primaria está dividido en dos ciclos que componen los cursos 1° a 3° (I Ciclo) y 4° a 6° (II Ciclo); niños entre 7 y 12 años. Los planes de estudio de Matemáticas están organizados de forma integrada del primero al último curso en torno a los conocimientos matemáticos y habilidades que se espera sean desarrollados. El área de Estadística y Probabilidad incluye, por un lado, la identificación, organización y presentación de la información (estadística descriptiva), y por otro la probabilidad. Los conocimientos de esta área matemática se desarrollan de manera paulatina; pero con una complejidad creciente del primero hasta el sexto grado.

En el Primer ciclo, se busca iniciar con la resolución de problemas vinculados a situaciones del entorno estudiantil. La recolección de la información se realiza mediante la observación e interrogación; resumiendo los datos primero mediante el concepto de frecuencia para datos cualitativos y datos cuantitativos discretos; en segundo año se introduce la moda y se emplean tablas de frecuencias; en tercero se incorporan los conceptos de máximo y mínimo, y se presenta la información por medio de gráficos de barras. En probabilidad se busca que los niños

comiencen a identificar las situaciones donde interviene el azar, como aquellas cuyo resultado no se puede predecir, y las diferencien de las deterministas. Se propone no solo realizar juegos con monedas, dados, ruletas y otros dispositivos, sino incluir situaciones cotidianas vinculadas a la incertidumbre, que acerquen al niño a estas experiencias. En este ciclo únicamente se desea generar nociones intuitivas sin estudiar la cuantificación de las probabilidades.

En el siguiente ciclo, se incluyen otras técnicas de recolección como la experimentación por medición y el cuestionario, así como frecuencias absolutas y porcentajes en tablas y nuevas representaciones gráficas como diagramas de puntos (cuarto año), circulares (quinto) y diagramas de líneas (sexto). También se amplía el uso de medidas estadísticas con la incorporación de la media aritmética para analizar la tendencia central de los datos cuantitativos y el recorrido como una primera aproximación para medir su variabilidad. En probabilidades se aprovecha la intuición desarrollada en el primer ciclo para profundizar en conceptos relacionados con eventos y sus representaciones. En el último año se introduce el cálculo de probabilidades según la regla de Laplace. En consecuencia, se da un salto cualitativo en la enseñanza, partiendo de ideas intuitivas y se llega a calcular probabilidades como una proporción de resultados favorables entre posibles.

Generalidades sobre EOS y la idoneidad epistémica

Conviene indicar que el EOS se fundamenta en una formulación ontológica de los objetos matemáticos, que define, a partir de la situación-problema, los conceptos de práctica, objeto (personal e institucional) y significado del objeto (Godino, 2024). El significado de los objetos matemáticos surge de las prácticas realizadas al abordar problemas relacionados con dichos objetos. Godino et al. (2007) clasifican los significados institucionales en Referencial, Pretendido, Implementado y Evaluado, y los personales en Global, Declarado y Logrado.

En la línea de valorar la calidad de los conocimientos que se enseñan y aprenden, es que para este estudio se analiza la idoneidad epistémica, en la cual según Godino (2024):

El sistema de significados institucionales parciales del contenido y las configuraciones de objetos y procesos ligadas a cada significado, implementado a lo largo del proceso instruccional, debería estar articulado, ser representativo del significado global de referencia y tener en cuenta las circunstancias contextuales y personales de los sujetos implicados. (p. 281)

Este trabajo se centra en dos tipos de significados institucionales que es necesario comparar para evaluar la idoneidad epistémica de un proceso de estudio: a) Referencial: sistema de prácticas utilizado como referencia para elaborar el significado pretendido, y b) Pretendido: sistema de prácticas contemplado en la planificación del proceso de estudio (Godino, 2013). De esta forma, se busca evaluar en qué medida el significado pretendido en MEP (2012) para el área de Estadística y Probabilidad es pertinente desde el punto de vista de la teoría estocástica aceptada en la comunidad matemática (es decir, el significado de referencia). Godino (2024) considera como componentes de la idoneidad epistémica los objetos primarios incluidos en el EOS y sus relaciones, y propone una serie de indicadores los cuales “deben entenderse como principios a seguir para que el proceso instruccional sea idóneo en cada una de sus facetas, atendiendo a sus componentes” (Godino, 2024, p.280).

De acuerdo con Godino (2024), para garantizar que el proceso de enseñanza posea idoneidad epistémica, el contenido matemático implementado debe poseer ciertas cualidades, lo que implica que las Matemáticas sean profundas y pertinentes en función de las condiciones contextuales de los estudiantes. Según el autor, para que un proceso de enseñanza tenga alta idoneidad epistémica, el diseño de tareas debe cumplir con las características de la tabla 1.

En este trabajo únicamente se analizará el componente regulativo (definiciones, proposiciones, procedimientos) mostrado en la tabla 2. Los demás componentes (Situaciones-problemas, Lenguajes, Argumentos y Relaciones) podrían ser más perceptibles mediante indicaciones referidas a de procesos matemáticos establecidos por el Currículo: Plantear y resolver problemas, Razonar y argumentar, Representar, Comunicar y Conectar.

Tabla 1
Criterios de idoneidad para subcomponentes del Nivel III de la faceta epistémica

Subcomponente	Criterios específicos
Situaciones-problema	- Presentar una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación y generación de problemas (problematización).
Lenguajes	- Usar una muestra representativa de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre las mismas. - Adecuar el nivel del lenguaje a los niños a que se dirige. - Proponer situaciones de expresión matemática e interpretación.
Reglas (definiciones, proposiciones, procedimientos)	- Proponer definiciones y procedimientos claros, correctos y adaptados al nivel educativo al que se dirigen. - Presentar correctamente los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado. - Proponer situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos.
Argumentos	- Proponer explicaciones, comprobaciones y demostraciones correctas y adecuadas al nivel educativo a que se dirigen. - Promover situaciones donde el alumno tenga que argumentar.

Fuente: Godino (2024, p. 283)

Método y desarrollo conceptual

En Godino et al. (2012) se propone una metodología para la evaluación de la idoneidad de procesos de instrucción matemática mediante el análisis de contenido de propuestas curriculares. La ejemplifica estudiando los contenidos matemáticos generales de los Principios y Estándares del NCTM (2000a), centrándose específicamente en los que refieren al análisis de datos y probabilidad de los niveles de K a 8°. De este estudio se obtuvieron los siguientes indicadores inferidos ligados a la idoneidad epistémica del componente regulativo (p. 349):

- Se analizan, describen y comparan conjuntos de datos calculando estadísticos (media, mediana, moda, desviación típica, rango, rango intercuartílico y valor atípico), construyendo gráficos (histogramas y gráficos de barra, de línea, de sectores, de tronco, de caja y de nubes de puntos con líneas de ajuste) y estableciendo la relación entre las medidas de centralización en relación con la dispersión de una distribución.

- Se describen y evalúan las posibilidades de ocurrencia de un suceso como posible, imposible, probable o seguro, a partir de experiencias cercanas y de la observación de regularidades en experimentos aleatorios simples.
- Se introducen la regla de Laplace como un modelo que permite predecir el valor de la probabilidad de ocurrencia de un evento simple, sin realizar el experimento aleatorio.

Esta investigación adopta un enfoque cualitativo descriptivo, centrado en el análisis de contenido (Andréu, 2011). Mediante el empleo de esta técnica se pretendió identificar y organizar las normas relacionadas con el aspecto epistémico de MEP (2012), que se resumirán para derivar indicadores de idoneidad epistémica, conforme al método presentado por Godino et al. (2012). La metodología se realizó en 3 etapas:

- Primero, el texto se fragmenta en unidades de análisis, las cuales se clasifican según las facetas y componentes propuestos por la Teoría de la Idoneidad Didáctica, seleccionando aquellas que se refieren a la faceta epistémica, específicamente al componente de reglas.
- Posteriormente, las unidades seleccionadas se comparan entre sí y se reducen para eliminar repeticiones.
- Por último, se consignan las normas reducidas identificadas en el documento (MEP, 2012), redactándolas en forma de indicadores y presentando un resumen, que es comparado con los indicadores propuestos para el componente regulativo por Godino (2013) y Godino et al. (2012), donde se identifican limitaciones y complementariedades.

Resultados

A continuación, se muestran las normas generales y específicas asociadas a contenidos del área de Estadística y Probabilidad establecidas en MEP (2012), que en el marco del EOS son consideradas como epistémicas para el componente de reglas. Para no ser reiterativos, se entiende que todas las normas se deben leer comenzando con la expresión “se deben”, aunque esta expresión no se escribe al presentar cada una de ellas.

La tabla 2 presenta como ejemplo algunos enunciados (unidades de análisis) clasificados según su carácter de normas asociadas a conceptos, propiedades y procedimientos estadísticos (E) y probabilísticos (P) que han sido extraídas de MEP (2012):

Tabla 2
Unidades de análisis clasificadas según área

Probabilidad	Estadística
P1. Diferenciar entre una situación aleatoria y una determinista o segura (p. 146).	E1. Identificar información cuantitativa y cualitativa que se genera por medio de distintas fuentes en la sociedad e interpretar el mensaje que suministran (p. 147).
P2. Identificar eventos seguros o aleatorios, y dentro de las situaciones aleatorias aquellas que son más o menos probables de acuerdo con nociones intuitivas (p. 169).	E2. Reconocer el papel del dato como unidad básica para el tratamiento de información (p. 147).
P3. Identificar situaciones más probables o menos probables dentro del contexto estudiantil (p. 155).	E3. Identificar la variabilidad en los datos como la principal fuente de análisis dentro de los estudios estadísticos (p. 147).
	E4. Analizar e interpretar la información publicada mediante dibujos, diagramas, cuadros o gráficos que le sean proporcionados.

P4. Inducir que es igualmente probable obtener un escudo (E) o una corona (C) al lanzar una moneda y por ende que los eventos obtener un escudo y una corona (EC) y obtener una corona y un escudo (CE) al lanzar dos monedas son igualmente probables. (p. 167).	E5. Definir los conceptos de máximo y mínimo, además profundizar en su interpretación, así como en el de la moda (p. 158).
P5. Generalizar la idea de que una situación es más probable que otra si tiene más posibilidad de ocurrir, o sea ocurre con mayor regularidad (p. 154).	E6. Utilizar diferentes estrategias para el proceso de recolección de datos: observación, interrogación, medición y cuestionario (p. 247).
P6. Intuir hechos que tienen una mayor probabilidad de ocurrencia y de este modo favorecer sus decisiones (p. 146).	E7. Combinar el uso de estrategias para resumir datos: tabular, gráfica o medidas de resumen (p. 247).
P7. Definir el concepto de probabilidad como la proporción de casos favorables de un evento entre el total de casos. Aquí debe quedar claro que esta definición es válida siempre que todos los resultados sean igualmente probables (p. 261).	E8. Utilizar herramientas tecnológicas para simplificar los análisis que se deben realizar (p. 251).
	E9. Identificar en un gráfico las principales medidas de posición estudiadas hasta el momento, pues dichas medidas tienen su interpretación gráfica (p. 265).
	E10. Diseñar y ejecutar una investigación que requiera de la recolección y análisis de información (p. 269).
	E11. Formular las preguntas que se deben responder o llevar a cabo procesos para la recolección, el resumen, la presentación de datos y el análisis descriptivo de la información cuantitativa y cualitativa, además de generar las conclusiones correspondientes (p. 269).

Fuente: MEP (2012)

Las normas anteriores, como también otras que contienen ideas similares, pueden ser sintetizadas en las siguientes asociadas a elementos regulativos.

- Reconocer la importancia del dato y la variabilidad en los análisis estadísticos.
- Diseñar y ejecutar investigaciones simples que requieran de la recolección, organización, resumen e interpretación de la información para responder preguntas planteadas.
- Integrar diferentes estrategias que permitan analizar el patrón de variación de los datos.
- Utilizar herramientas tecnológicas que simplifiquen la construcción de gráficos y el cálculo de medidas, con el propósito de centrarse más en su interpretación.
- Diferenciar entre fenómenos deterministas y fenómenos aleatorios y entre sucesos más o menos probables, para favorecer la toma de decisiones.
- Estimar y calcular probabilidades de acuerdo con el significado de probabilidad (intuitivo, clásico, y de manera indirecta frecuencial) propuesto según nivel educativo

Síntesis de indicadores de idoneidad epistémica

De la sistematización de las anteriores normas extraídas de MEP (2012), se infieren los siguientes indicadores de idoneidad epistémica para el componente regulativo el área.

- Se reconoce la importancia del dato y la variabilidad en los análisis estadísticos.
- Se diseñan y ejecutan investigaciones simples que requieran la recolección, organización, resumen, presentación e interpretación de información para responder preguntas planteadas.
- Se integran diferentes estrategias que permitan analizar el patrón de variación de los datos.
- Se utilizan herramientas tecnológicas que simplifiquen la construcción de gráficos y el cálculo de medidas, para centrarse en su interpretación.

- Se diferencian los fenómenos deterministas de los fenómenos aleatorios y los sucesos más o menos probables, para favorecer la toma de decisiones.
- Se estiman y calculan probabilidades de acuerdo con el significado de probabilidad (intuitivo, clásico y de manera indirecta frecuencial) propuesto según nivel educativo y las características de la situación o experimento aleatorio planteado.

Respecto a las reglas, los indicadores de Godino (2013) están contemplados, en cuanto a que los alumnos deben emplear conceptos y procedimientos estocásticos fundamentales en la resolución de problemas y situaciones acordes con el nivel educativo dado. Por otro lado, todas las reglas citadas por Godino et al. (2012) se incluyen en los indicadores del currículo costarricense, aunque centrándose en la comprensión del dato y la variabilidad como elemento esencial de los estudios estadísticos. Sin embargo, se encuentran algunas diferencias en los indicadores asociados a contenidos estadísticos, por ejemplo, aunque se analizan, describen y comparan grupos de datos empleando distintas medidas y representaciones; algunas de las citadas no se estudian en la Educación Primaria costarricense, como es el caso de la mediana, el rango intercuartílico y valor atípico; tampoco los histogramas y gráficos de tronco, de caja y de nubes de puntos con líneas de ajuste. En cuanto a probabilidad, aunque no aparece de manera directa el significado frecuencial de probabilidad, se introduce de manera intuitiva mediante situaciones o fenómenos que tienen una mayor probabilidad de ocurrencia que otros. No obstante, se debe considerar que Godino et al. (2012) analizó los niveles de 7° y 8° del NCTM, los cuales no fueron contemplados para este trabajo.

Por otro lado, es relevante acotar que la incorporación de tecnologías digitales como herramienta para simplificar cálculos y construcción de gráficas, el papel del pensamiento probabilístico en la cuantificación de la aleatoriedad en todos los niveles y la importancia de hacer preguntas a lo largo del proceso de resolución de problemas estadísticos son normas consistentes con las directrices que propone el NCTM (2020b) en GAISE II.

Por último, a partir del análisis del currículo y los indicadores obtenidos, se determinó que existen temas centrales que se van desarrollando paulatinamente con un nivel de profundidad creciente a lo largo de los cursos; algunos son: el dato, la variabilidad, la recolección y presentación de la información, las medidas de resumen, la distinción entre lo aleatorio y determinista, experimentos y eventos aleatorios, y los significados de la probabilidad; lo cual es consistente didácticamente con que existen ideas estocásticas fundamentales que pueden ser enseñadas en distintos niveles de formalización, en función de las edades y de los conocimientos previos que tengan los estudiantes (Batanero y Borovcnik, 2016).

Conclusiones

A partir de los indicadores de idoneidad epistémica inferidos de los contenidos del área de Estadística y Probabilidad, se realiza un primer acercamiento a la pregunta “¿Hacia dónde queremos ir?”; donde se evidencia un deseo por trascender la enseñanza tradicional que se viene dando en esta área, basada en el aprendizaje y aplicación de procedimientos, fórmulas y técnicas. En síntesis, la educación escolar costarricense se dirige hacia el desarrollo paulatino de una alfabetización estocástica centrada en la comprensión de fenómenos y situaciones del entorno. Más allá del cálculo de medidas y construcción de representaciones, interesa desarrollar

habilidades para la interpretación de estas; es por esto que se fomenta el uso de tecnologías digitales con el propósito de centrar esfuerzos en la interpretación del mensaje que éstas comunican, que puedan ser útiles para la toma de decisiones y resolución de problemas.

Se deduce, además, una alta idoneidad epistémica en el componente regulativo de los MEP (2012) para la enseñanza de la estadística y probabilidad en la Educación Primaria costarricense; se evidencia un buen acoplamiento del significado institucional pretendido con el significado institucional de referencia para la enseñanza de la estadística y probabilidad. Sin embargo, se debe tener presente el alcance de este estudio, y tal como indican Batanero y Hernández (2023), se debe considerar que puede haber una diferencia entre lo propuesto en las orientaciones curriculares y lo implementado en el aula, de modo que la idoneidad epistémica final de la enseñanza dependerá de cómo se traduzca el currículo a la acción de aula.

Se advierte que en este documento no aparecen el resto de los componentes de la idoneidad epistémica, ni las demás facetas que propone la *Teoría de la Idoneidad Didáctica*, cuyo análisis quedaría pendiente para nuevos trabajos. No obstante, y para finalizar, se considera que este análisis presenta una síntesis que puede orientar al docente en el diseño, implementación y evaluación de procesos de enseñanza del área de Estadística y Probabilidad. Además, puede constituir un recurso valioso para la formación inicial docente y como material para procesos de capacitación en conocimiento didáctico-matemático.

Referencias y bibliografía

- Andréu, J. (2011). *Las técnicas de análisis de contenido: una revisión actualizada*. Fundación Centro de Estudios Andaluces.
- Batanero, C. y Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Batanero, C.; Hernández, L. A.; (2023). Indicadores de idoneidad epistémica de los contenidos de Probabilidad del currículo de Matemática Costarricense. *PadiUAQ*, 6(11), 1-18. <https://revistas.uaq.mx/index.php/padi/article/view/742>
- Godino, J. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.
- Godino, J. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática: Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. McGreawHill.
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J., Rivas, H., y Arteaga, P. (2012). Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. *Praxis Educativa*, 7(2), 331-354. <https://doi.org/10.5212/PraxEduc.v.7i2.0002>
- Ministerio de Educación Pública (MEP). (2012). *Programas de Estudio de Matemáticas. I, II Y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. MEP.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000a). *Pre-K–12 Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education II: A Framework for Statistics and Data Science Education report (GAISE II)*. The Council.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000b). *Principles and standards for school mathematics*. The Council.