



Talleres para el desarrollo de habilidades matemáticas en alumnos de bachillerato

Tania Azucena **Chicalote**-Jiménez
Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México
México
tazjimenez@ciencias.unam.mx

Resumen

El éxito o fracaso de los estudiantes en la transición del bachillerato al nivel superior en Matemáticas está estrechamente relacionado con la calidad de aprendizajes, experiencias y habilidades matemáticas desarrollados en el nivel medio superior. Con el propósito de promover la incorporación de ambientes de aprendizaje activos que favorezcan el desarrollo de habilidades matemáticas, esta investigación exploratoria busca contribuir al diseño e implementación de metodologías de enseñanza activa, como los talleres para el desarrollo de habilidades matemáticas. Los resultados sugieren que la incorporación de estrategias y actividades didácticas como las propuestas, fomenta en los estudiantes una actitud de confianza ante la resolución de problemas matemáticos. Asimismo, se favorece el desarrollo de habilidades como el razonamiento matemático, la representación y construcción de modelos y patrones, y la comunicación de ideas y resultados matemáticos. Estas habilidades, en conjunto, les permitirán construir conocimientos matemáticos de manera significativa.

Palabras clave: Educación Matemática; Educación preuniversitaria; Enseñanza participativa; Enseñanza virtual sincrónica; Investigación exploratoria; Matemáticas; Mediación pedagógica; México; Zoom.

Definición y relevancia del problema

La transición del bachillerato a la licenciatura en Matemáticas representa un cambio importante que conlleva una serie de conflictos y una crisis inevitable para los estudiantes (Clark y Lovric, 2010). Durante este periodo, los estudiantes deben adaptarse en periodos relativamente cortos a diferentes formas de razonar y actuar con respecto de las rutinas que aprendieron y desarrollaron en bachillerato. Diversas investigaciones, muestran que un factor, que contribuye al

éxito o fracaso durante esta transición, concierne a la calidad de aprendizajes y experiencias desarrolladas en el nivel medio superior (Adelman, 2006; Di Martino y Gregorio, 2019).

Al respecto, las estadísticas de la OCDE muestran que los jóvenes mexicanos de 15 años de edad tienen un rezago de por lo menos dos años en el área de Matemáticas con respecto de sus pares de otros países que obtuvieron el puntaje promedio en las pruebas PISA (OECD, 2019). Por otra parte, en las pruebas diagnósticas de ingreso a la licenciatura se aprecia que los alumnos que ingresan al área de las Ciencias físico-matemáticas y de las ingenierías muestran un bajo rendimiento en el área de las Matemáticas (CODEIC-UNAM, 2020, p.56).

Dichas deficiencias no se dan únicamente por la mala adquisición de los conceptos matemáticos en uno u otro nivel educativo, sino también por la integración de metodologías de enseñanza basadas en la exposición y la presentación de contenidos rígidos y segmentados que dejan de lado el desarrollo de habilidades matemáticas como: argumentación, razonamiento lógico matemático, pensamiento deductivo, la representación y resolución de problemas, y la habilidad de comunicación en Matemáticas, entre otras. Esto no sólo genera un rezago escolar en el nivel medio superior, sino que dificulta de sobremanera el ingreso al nivel superior, pues los estudiantes ingresan con pocas habilidades matemáticas (OECD, 2019; CODEIC-UNAM, 2020).

Dado esto, es imprescindible promover medios y actividades que permitan a los estudiantes desarrollar estrategias y habilidades matemáticas dentro de su formación académica y que favorezcan la creación de puentes entre la educación de uno y otro nivel. Al desarrollar habilidades matemáticas como razonamiento matemático, el cuestionamiento inquisitivo, la exploración, la argumentación, la representación y la comunicación en Matemáticas, los estudiantes tendrán un mejor desempeño en los diferentes niveles académicos y en diversos contextos científicos y personales, con lo cual generarán una actitud de mayor confianza ante la resolución de problemas y su autopercepción como futuros profesionales.

Esta investigación exploratoria pretende contribuir, por medio de una propuesta didáctica que busca incorporar nuevas metodologías y actividades de enseñanza en modalidad virtual, en la resolución de las siguientes problemáticas: 1) Deficiencias en habilidades matemáticas por parte de los alumnos de bachillerato, lo cual tiene impacto tanto en el aspecto actitudinal (falta de motivación y de sentido ante lo que se aprende) como en el académico; 2) Falta de vinculación entre el tipo de contenidos estudiados y las habilidades desarrolladas dentro del bachillerato y aquellos aspectos formativos que son básicos para continuar con una formación superior.

Referencial teórico

El desarrollo de la propuesta presentada toma como marco conceptual, por un lado, estudios relacionados con la definición del término habilidad matemática o competencia matemática, cuando se les considera como sinónimos dentro de la literatura, con el fin de establecer los objetivos de enseñanza-aprendizaje que se tuvieron para y dentro de los talleres propuestos. Además, se recuperan propuestas pedagógicas que consideran al taller como una metodología de enseñanza, con el fin de establecer los aspectos metodológicos a considerar para el diseño de los talleres de esta propuesta.

Considerando las acepciones brindadas por el diccionario de la Real Academia de la Lengua Española, se define un taller como un lugar o escuela en la que se trabaja una obra relativa a las ciencias o las artes de forma colaborativa y en conjunto de un maestro.

Gutiérrez (2009) establece que en el ámbito pedagógico el taller es una forma de enseñar y sobre todo de aprender, mediante la realización de actividades que en gran medida se llevan a cabo conjuntamente y con la guía de un maestro. La autora afirma que esta metodología activa puede desarrollar la habilidad de pensar de manera responsable y de emitir juicios apropiados acerca de lo que se ve o se oye, pues interactúan los procesos de comunicación como parte de un proceso centrado en la argumentación. En el mismo sentido, Uriarte (2014) establece que los talleres favorecen la integración en el proceso de aprendizaje de la práctica y la teoría sin priorizar alguna en particular pues ambas son valiosas para la construcción de conocimientos.

Por otra parte, Karsenty (2020) afirma que el término habilidad matemática dentro de la Educación Matemática adquiere diversos matices. Krutetskii (1976) sugirió que la habilidad Matemática está compuesta por habilidades como: usar lenguaje formal y operar dentro de estructuras formales, generalizar, pensar de manera lógico-secuencial, realizar simplificaciones (atajos) al resolver problemas, cambiar de dirección en el pensamiento, mostrar flexibilidad entre procesos mentales y recordar conceptos y generalizaciones previamente adquiridos.

Vilkomir y O'Donoghue (2009, tomado de Karsenty, 2020) sugieren, a partir del trabajo de Krutetskii, que es necesario propiciar un entorno e instrucción adecuados para que los estudiantes desarrollen las componentes de la habilidad matemática, y con ello una mentalidad matemática (Krutetskii, 1976), en la que se integren una percepción del entorno a través de relaciones matemáticas y lógicas, el interés por resolver problemas matemáticos desafiantes y una buena concentración durante las actividades matemáticas.

De acuerdo con Karsenty (2020), las principales características que se presentan al tener un bajo dominio de habilidades matemáticas son dificultades para establecer conexiones entre los elementos matemáticos de un problema; incapacidad para generalizar a partir de atributos matemáticos esenciales, aún cuando se recibe ayuda o después de realizar una serie de ejercicios; la falta de capacidad para deducir algo a partir de otras cosas o de encontrar el principio común de una serie de números; evitar el uso simbólico de notaciones matemáticas; y la memoria a corto plazo de los procedimientos matemáticos.

Niss (2003, tomado de Kilpatrick, 2020) presenta un marco de competencias matemáticas en el que se establecen ocho tipos de competencias a desarrollar: 1) Pensar matemáticamente, 2) Plantear y resolver problemas matemáticos, 3) modelar matemáticamente, 4) Razonamiento matemático, 5) Representar entidades matemáticas, 6) Manejar símbolos y formalismos matemáticos, 7) Comunicarse en, con y sobre las Matemáticas, 8) Utilizar ayudas y herramientas. Las cuatro primeras se refieren a la habilidad (capacidad) de plantear y responder preguntas en y con las Matemáticas, las últimas cuatro se refieren a la habilidad (capacidad) de afrontar y utilizar el lenguaje y las herramientas matemáticas. Niss (2003, tomado de Kilpatrick, 2020) establece que cada una de estas competencias tiene un lado analítico (referente a la comprensión e indagación de las Matemáticas) y otro productivo (referente a aplicar las Matemáticas).

Desde el marco teórico de la Resolución de Problemas, Polya establece que la resolución de problemas es una habilidad matemática que los estudiantes desarrollan o aprenden a través de la observación o imitación de cómo otros (incluyendo profesores y pares) resuelven problemas y por medio de la práctica de resolver problemas. Desde este marco, se enfatiza la necesidad de que los estudiantes desarrollen estrategias como identificar conceptos claves, buscar patrones, considerar casos especiales, examinar el significado de procedimientos y operaciones, establecer conexiones, interpretar soluciones, examinar diferentes enfoques para resolver problemas y generalizar soluciones, entre otras (Santos-Trigo, 2020).

Así, considerando estos marcos de referencia se establecieron como habilidades a ser desarrolladas por parte de los estudiantes durante la realización de los talleres las siguientes:

Tabla 1
Habilidades por desarrollar dentro de los talleres

Habilidad a desarrollar	Estrategias a desarrollar
Resolución de problemas	Identificar conceptos claves Buscar patrones Considerar casos especiales
Razonamiento matemático	Establecer conexiones Interpretar soluciones Generalizar soluciones
Flexibilidad de pensamiento	Examinar diferentes enfoques para resolver problemas
Manejar símbolos matemáticos	Usar notación matemática
Comunicarse en, con y sobre las Matemáticas	Explicar el significado de procedimientos Describir las soluciones y los procesos de solución

Fuente: elaboración propia. 2025.

Con esto en mente, partimos de que el diseño e implementación de los talleres propuestos brindará a los estudiantes la oportunidad de explorar y desarrollar sus habilidades matemáticas al mismo tiempo que construye métodos de resolución y conocimientos en conjunto de sus pares y con la guía del facilitador (profesor).

Método y desarrollo conceptual

Considerando los aspectos teóricos antes mencionados se diseñó una serie de talleres con el objetivo general de promover el desarrollo e implementación de metodologías de enseñanza, diferentes a la expositiva o tradicional, como estrategia didáctica que favorezcan el desarrollo de habilidades matemáticas en estudiantes de bachillerato.

Aspectos metodológicos para el diseño de los talleres

El diseño de cada uno de los talleres considera los siguientes aspectos:

- Problema inicial: Se plantea un problema abierto que involucre una situación recreativa o interesante para los participantes.

- Con el fin de que los participantes resuelvan el problema se proponen actividades que fomentan la construcción colaborativa de soluciones, el intercambio oral de ideas y la comunicación escrita de resultados y procedimientos matemáticos.
- Cada taller se organiza en tres fases: 1) Apertura: se presentan la dinámica del taller, facilitadores y participantes para promover un ambiente de apertura y confianza, de igual forma se presenta la actividad o problema detonante; 2) Desarrollo: se trabajan habilidades como la formulación de conjeturas, la resolución de problemas, la generación de argumentos, la comunicación matemática escrita y oral, y la construcción de modelos y representaciones matemáticas. Se refuerzan conocimientos a través de preguntas guía y realimentación; 3) Cierre: se realiza conclusión el trabajo realizado por las y los estudiantes, para ello se proponen actividades de reflexión o extensión sobre lo realizado antes.
- Se enfatiza el rol del profesor como guía y facilitador de recursos, cuestionamientos y realimentación para el estudiante, minimizando su papel como expositor.
- Para cada uno de los talleres diseñados se planteó una trayectoria hipotética de cuestionamientos para orientar a los estudiantes en sus razonamientos, evaluar estrategias de solución y analizar soluciones.
- El diseño se realizó de manera colaborativa con estudiantes de la licenciatura en Matemáticas que participaron en el Seminario sobre enseñanza de las Matemáticas impartido por la autora.
- Cada taller tiene una duración de dos horas. Cabe destacar que en el diseño del primer ciclo de implementación se consideró una modalidad de trabajo presencial, mientras que para el segundo ciclo se adaptaron para una modalidad virtual sincrónica.

Con el fin de ejemplificar los aspectos anteriores y debido al espacio disponible se describe y analiza únicamente el taller titulado π t-Goras (Pit-Goras). Dicho taller se implementó en modalidad virtual sincrónica.

Objetivo general del taller: Las y los participantes construirán ternas pitagóricas por medio de triángulos rectángulos y relacionarán este concepto con el teorema de Pitágoras.

Objetivos específicos del taller: Las y los participantes identificarán el concepto de ternas pitagóricas por medio de la manipulación de triángulos rectángulos; construirán ternas pitagóricas por medio de la construcción y verificación interactiva; y relacionarán el concepto de ternas pitagóricas con el teorema de Pitágoras por medio del armado de un rompecabezas.

Habilidades por desarrollar: Razonamiento matemático, Identificación de patrones, Comunicación oral y escrita.

En la siguiente figura se muestran las actividades a desarrollar durante el taller:

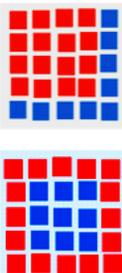
Taller: Pit-Goras		
Actividad	Algunas preguntas que guían la actividad	Posibles respuestas
<p>A1. Los participantes tienen 25 fichas, 16 de color rojo y 9 azules, con dichas fichas los participantes tienen que construir un cuadrado considerando las reglas:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Deben utilizar las 25 fichas. ➤ Las fichas de color rojo deben permanecer en contacto y compartir al menos uno de sus lados con otra ficha roja. ➤ Al menos ocho fichas azules deben compartir un lado con alguna ficha roja. ➤ Al menos siete fichas azules deben compartir dos de sus lados con otras fichas azules. 	<p>¿Cuántos cuadrados se pueden formar cumpliendo las reglas presentadas?</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Considerando únicamente las fichas rojas, ¿se puede formar un cuadrado? ● Considerando únicamente las fichas azules, ¿se puede formar un cuadrado? ● A partir del cuadrado rojo, ¿cómo colocarían las otras fichas para tener un cuadrado? ● A partir del cuadrado azul, ¿cómo colocarían las demás fichas para tener un cuadrado? 	
<p>A2. Se solicita a las y los participantes escribir la cantidad de fichas que conforman al cuadrado a través de una expresión aritmética, es decir, una suma.</p>	<p>¿Cómo podemos representar la cantidad de fichas que conforman el cuadrado a través de una expresión aritmética?</p> <ul style="list-style-type: none"> ● ¿Cuál es el área del cuadrado construido? ¿Por medio de qué operación se puede representar dicha área? ● ¿Cómo podemos expresar la cantidad de fichas que conforman al cuadrado rojo? ● ¿Cuántas fichas hay que no sean de color rojo? <p>Con las medidas 3 cm, 4 cm y 5 cm ¿se puede construir un triángulo? En caso afirmativo dibújelo y especifiquen las medidas de cada uno de sus lados. ¿Qué tipo de triángulo es?</p>	
<p>A3. Las y los participantes deben construir triángulos rectángulos de forma tal que las longitudes de sus lados sean tres números enteros distintos. Posteriormente deberán verificar si esos valores forman una terna pitagórica.</p>	<p>¿Pueden construir triángulos rectángulos donde la medida de sus lados sean números enteros?</p> <p>Applet: <i>Construyendo triángulos rectángulos:</i> https://www.geogebra.org/m/bdmnfpwm</p> <ul style="list-style-type: none"> ● ¿Cómo obtuviste los valores para construir los triángulos? ● ¿Qué relación hay entre los triángulos (valores) obtenidos? <p>Applet: <i>Comprobando ternas:</i> https://www.geogebra.org/m/swpseabb</p>	
<p>A4. Se proporciona un applet de GeoGebra en el cual los alumnos deben armar un cuadrado con las piezas proporcionadas.</p> <p>Posteriormente se hace un discusión y reflexión guiada relativa al armado del cuadrado, las ternas pitagóricas y el teorema de Pitágoras</p>	<p>¿Se pueden acomodar estas piezas de tal forma que se construya un cuadrado?</p> <ul style="list-style-type: none"> ● ¿Cuál es la figura que tomarían como base para formar el cuadrado que se les pide? ¿Cuál sería el lado de dicha figura que también sería lado del cuadrado a construir? ● ¿Por qué se puede formar el cuadrado grande a partir de los otros dos cuadrados más pequeños? ● Si construyéramos dos cuadrados usando las ternas que obtuviste, ¿se puede formar el cuadrado grande? <p>¿Para cualesquiera tres valores se puede construir el cuadrado grande?</p> <ul style="list-style-type: none"> ● ¿Por qué no es posible construir el cuadrado más grande? ● ¿Existe alguna relación entre los lados de los cuadrados y los triángulos rectángulos? ¿Cuál? ● ¿Recuerdas algún resultado matemático que relacione triángulos rectángulos con sus medidas? ● ¿Recuerdas qué establece el Teorema de Pitágoras? 	
<p>Cierre: Los facilitadores hacen una conclusión a partir del trabajo de los estudiantes y los contenidos revisados.</p>	<p>Después de la conclusión grupal, los facilitadores proporcionan el link del video <i>Pit-goras:</i> https://youtu.be/k36Ftsc3H0k</p>	

Figura 1. Actividades que conforman el taller Pit-Goras.

Aspectos metodológicos para la implementación de los talleres:

La plataforma utilizada y recomendada para llevar a cabo los talleres es Zoom, debido a que se trabaja en grupos de tres integrantes cada uno, pues el trabajo dentro de las actividades se realiza en todo momento de manera colaborativa.

Las actividades y enlaces que conforman los materiales se presentan en un cuadernillo generado con diapositivas digitales. Esto permite trabajar de manera colaborativa y simultánea.

Se solicita a cada equipo que siempre haya algún estudiante compartiendo pantalla, de forma que todos puedan observar el avance grupal. Dado esto, es deseable que los participantes ingresen a los talleres utilizando computadora o laptop en lugar de teléfono móvil.

Para cada uno de los talleres se cuenta con tres o cuatro facilitadores, cuyo rol es ser un guía que plantea preguntas respecto a las ideas y soluciones brindadas por los participantes o bien para esclarecer dudas y brindar retroalimentación. Se sugiere que al inicio del taller, cada facilitador sea asignado a una sala o equipo de estudiantes para proporcionarles los materiales necesarios.

Resultados y Conclusiones

Durante la implementación del taller *Pit-Goras*, participaron 22 estudiantes de bachillerato. El análisis de los datos obtenidos muestra que la mayoría de los participantes (18 de 22) comprendieron y aplicaron correctamente el enunciado del Teorema de Pitágoras. En particular, identificaron con precisión que la relación entre los catetos y la hipotenusa se expresa mediante la ecuación $a^2 + b^2 = c^2$ (con hipotenusa c). Además, argumentaron que el significado geométrico de esta expresión radica en la comparación de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos con la del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Por otra parte, 54% de los estudiantes reconoció que a partir de las ternas pitagóricas es posible construir triángulos rectángulos y por lo tanto cumplen con la relación del teorema de Pitágoras.

Por otra parte, la mayoría de los estudiantes afirmaron haber desarrollado habilidades matemáticas útiles para su formación académica. Las respuestas del cuestionario aplicado destacan que el taller les ayudó a recordar conceptos básicos, fortalecer el razonamiento geométrico y mejorar la resolución de problemas. Sin embargo, algunos participantes (3 de 22) indicaron que no percibieron un beneficio significativo o útil para su formación.

El análisis de las percepciones de los estudiantes durante el taller muestra que, si bien muchos se sintieron asombrados y motivados, también hubo quienes experimentaron confusión, aburrimiento y frustración. Estos sentimientos negativos podrían estar relacionados con el nivel de dificultad de las actividades propuestas y el tiempo limitado para realizar las actividades.

El taller fue valorado positivamente en términos de dinamismo, interactividad y relevancia. La mayoría de los estudiantes lo calificaron como entretenido, interesante y útil. Los materiales visuales y la manipulación de figuras fueron bien recibidos, ya que facilitaron la comprensión de las actividades y la expresión de ideas entre compañeros de equipo.

Los comentarios vertidos por los participantes muestran que es complejo o difícil para ellos integrarse a dinámicas en las que el profesor no explicita inicialmente el tema y procedimientos a realizar durante la actividad, esto sugiere que los estudiantes están acostumbrados a métodos de enseñanza basados en la exposición y la repetición de procedimientos algorítmicos brindados por el profesor, lo cual reafirma la necesidad de incorporar más experiencias de aprendizaje activo.

Por otra parte, también se observa que es crucial que el o la facilitadora se exprese de manera clara al brindar retroalimentación o guía a los estudiantes para evitar generar confusiones. De igual manera, se sugiere incorporar más ejemplos prácticos y aplicaciones reales. Así como, mejorar la distribución del tiempo en el taller para asegurar la realización adecuada de todas las actividades, evitando la frustración por la limitación del tiempo y favorecer un aprendizaje significativo.

Concluimos que al incorporar metodologías activas enfocadas en el desarrollo de habilidades matemáticas, los alumnos generarán una actitud de mayor confianza ante la resolución de problemas y habilidades de razonamiento, argumentación, representación y comunicación que les permitirán construir de manera significativa conocimientos matemáticos, pues se promueven espacios para vivenciar de forma activa la labor matemática.

Agradecimientos: La realización de esta investigación contó con el apoyo económico y de infraestructura por parte del programa UNAM-DGAPA-PAPIME con número de proyecto PE103321. El diseño del taller Pit-Goras fue idea original de Sergei Giovanni Quintero Villeda, participante del proyecto, y contó con la colaboración de Amayrani Ramírez Moreno para su adaptación en la modalidad virtual. La planeación de los talleres puede ser consultada [aquí](#).

Referencias y bibliografía

- Adelman, C. (2006). *The Toolbox Revisited: Paths to Degree Completion From High School Through College*. U.S. Department of Education.
- Clark, M., Lovric, M. (2010). Suggestion for a theoretical model for secondary-tertiary transition in mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 20, 25–37 (2008). <https://doi.org/10.1007/BF03217475>
- CODEIC-UNAM. (2020). *Exámenes para el diagnóstico de conocimientos. Resultados de los alumnos que ingresan a nivel licenciatura 2020*, CODEIC-UNAM, México. <https://cuaed.unam.mx/descargas/evaluacion/Publicacion-licenciatura-generacion-2020-version-F.pdf>
- Di Martino, P. y Gregorio, F. (2019). The Mathematical Crisis in Secondary–Tertiary Transition. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17, 825–843. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9894-y>
- Gutiérrez, D. (2009). El taller como estrategia didáctica. *Razón y Palabra*, 66(14). <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=199520908023>
- Karsenty, R. (2020). Mathematical Ability. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd ed., 494-497). Springer.
- Kilpatrick, J. (2020). Competency Frameworks in Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd ed., 110-113). Springer.
- Krutetskii, V. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. University of Chicago Press.
- OECD. (2019). *México-Nota País, PISA 2018-Resultados*, PISA, Dirección de Educación y Competencias, México. https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_MEX_Spanish.pdf
- Santos Trigo, M. (2020). Problem solving in mathematics education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd ed., 686-693). Springer.
- Uriarte, F. (2014). *Seminario de Pedagogía universitaria*. Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Perú.