



Estratégias de proposição de problemas: procedimentos, processos cognitivos e produções matemáticas

Cristina de Jesus **Teixeira**

Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília
Brasil

cristina.j.teixeira@gmail.com

Geraldo Eustáquio **Moreira**

Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília
Brasil

geust2007@gmail.com

Resumo

A diferenciação dos procedimentos das estratégias de proposição de problemas pode constituir um ponto de partida teórico para a compreensão dos processos cognitivos envolvidos nessas estratégias e, com base nesta compreensão, favorecer melhores oportunidades de aprendizagem aos estudantes. Assim, este estudo objetivou diferenciar as estratégias de proposição de problemas: resolução, reformulação, elaboração e formulação de problemas. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, de natureza teórica, caracterizada como exploratória, com procedimentos bibliográficos, descritivo-interpretativos, fundamentados na Taxonomia Revisada de Bloom. A análise das produções com base nas teorias de representação de Duval e Vergnaud, foi de caráter somente ilustrativo. Os achados sugeriram que a proposição está associada a elevados níveis de complexidade cognitiva. Esse achado pode viabilizar a oferta diversificada de tarefas e fornecer subsídios iniciais para construções teóricas sobre os processos cognitivos envolvidos na proposição de problemas.

Palavras-chave: Proposição de problemas; Processos cognitivos; Taxonomia revisada de Bloom; Produção matemática; Teorias de representação; Brasil.

Ideias introdutórias

Com o objetivo de melhorar a aprendizagem da Matemática, nas últimas décadas, matemáticos e educadores matemáticos, como Pólya (1977), Kilpatrick (1987), Brown e Walter (2005), Silver (1994), Cai e Hwang (2020), passaram a explorar outras estratégias de uso de

problemas, além da resolução. Surge o termo *problem posing* (proposição de problemas), referindo tanto à criação de novos problemas quanto à modificação de problemas existentes (Silver, 1994).

Nesse período, as pesquisas aumentaram consideravelmente, especialmente associada à resolução. Sua importância tem sido destacada por um aumento nos estudos empíricos (Cai et al., 2022), principalmente no âmbito internacional (Brown & Walter, 2005; Kilpatrick, 1987; Silver, 1994), refletindo uma variedade de tópicos, incluindo os processos cognitivos (Cai et al., 2022).

Apesar do aumento na pesquisa e do interesse em integrar a proposição de problemas à sala de aula, a compreensão dos processos cognitivos nela envolvidos ainda é limitada. As pesquisas nesse âmbito estão em estágios iniciais (Cai et al., 2022), e as conceituações sobre o termo variam entre pesquisadores e educadores matemáticos, refletindo compreensões e práticas distintas. A ausência de definição e estrutura claras, destaca a necessidade de sistematização (Cai et al., 2022) e a importância de estabelecer uma base teórica e estrutura que possibilitem a distinção entre diferentes tipos e níveis de complexidade de tarefas de proposição de problemas (Cai & Hwang, 2020). Com o intuito de contribuir, este estudo concentrou-se em diferenciar as estratégias de proposição de problemas na perspectiva de Teixeira e Moreira (2022, 2023, 2024, 2025).

Percurso metodológico

A pesquisa qualitativa, de natureza teórica (Demo, 2012), caracterizada como exploratória, procedimentos bibliográficos e descritivo-interpretativos, teve como objetivo diferenciar as estratégias de proposição de problemas: resolução, reformulação, elaboração e formulação. A diferenciação foi realizada com base na: descrição dos procedimentos elementares exigidos em cada estratégia; identificação do processo cognitivo mais proeminente nesses procedimentos; e ilustração, por meio de uma produção matemática, das estratégias de proposição de problemas.

Quadro teórico

Este estudo, com foco no processo cognitivo das estratégias de proposição de problemas, foi fundamentado na Taxonomia Revisada de Bloom (TRB). A dimensão do processo cognitivo utilizada descreve o “como” desse processo e é estruturada em seis categorias: lembrar, entender, aplicar, analisar, avaliar e criar. A TRB fornece uma estrutura que pode ser utilizada para avaliar o nível de complexidade envolvido na proposição de problemas.

Além da análise do nível de complexidade das diferentes estratégias de proposição de problemas, foram apresentadas produções ilustrativas de cada uma dessas estratégias, a partir das quais foram feitas inferências pontuais, sem pretensão de análise aprofundada, com base em elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval (2012), e da Teoria das Representações para a Educação Matemática, de Vergnaud (1998).

A proposição de problemas é apresentada na perspectiva de Teixeira e Moreira (2022, 2023, 2024, 2025). A literatura especializada sobre a proposição de problemas também é abordada, tanto a internacional (1977; Brown & Walter, 2005; Kilpatrick, 1987; Silver, 1994;

Cai & Hwang, 2020; Cai et al., 2022) quanto a nacional (Andrade, 1998, 2017; Possamai & Allevato, 2023).

Pesquisas sobre processos cognitivos envolvidos na proposição de problemas

Em relação aos processos cognitivos envolvidos na proposição de problemas, poucos estudos abordaram essa temática, entre os quais se destacam Stickles (2011), Silver e Cai (1996), Zhang et al. (2022), Christou et al. (2005) e Teixeira e Moreira (2023, 2024, 2025).

Esses estudos identificaram processos cognitivos relacionados à proposição de problemas, mas são limitados os que diferenciam os processos cognitivos envolvidos nas estratégias de proposição de problemas. Christou et al. (2005) e Teixeira e Moreira (2023, 2024, 2025) acrescentam neste aspecto. Eles se assemelham na abordagem aos processos cognitivos, mas Christou et al. (2005) concentram-se em tarefas realizadas por estudantes, enquanto Teixeira e Moreira (2023, 2024) exploram os processos cognitivos envolvidos na proposição de problemas, foco deste estudo.

Quanto às pesquisas sobre a proposição de problemas no contexto nacional brasileiro, alguns autores adotam esse termo, destacando Andrade (1998, 2017), Possamai e Allevato (2023) e Teixeira e Moreira (2022, 2024, 2025). Embora atribuam funções e significados distintos à proposição, os autores se aproximam, especialmente no que se refere à importância de vincular a proposição de problemas à resolução. Na literatura nacional e internacional, exceto Teixeira e Moreira (2023, 2024, 2025) não foram encontradas pesquisas sobre diferenciação de procedimentos ou demanda cognitiva da proposição. Essa lacuna justifica o objeto investigado: a diferenciação das estratégias de proposição de problemas, abordada em sequência à concepção desses autores sobre a proposição de problemas.

Concepção sobre proposição de problemas adotada neste estudo

Para desmistificar o problema como tarefa cujo objetivo é apenas encontrar uma solução, emprega-se também *situação* ou *tarefa* orientada por uma estratégia. Uma estratégia pode ser concebida como um conjunto de procedimentos elementares que sustentam e estruturam as ações necessárias à realização de uma tarefa específica. A sinergia entre diferentes estratégias estrutura o que se denomina *proposição de problemas*: termo utilizado para referir ao uso do problema conforme uma estratégia, por exemplo: *resolução*, *reformulação*, *elaboração* e *formulação*.

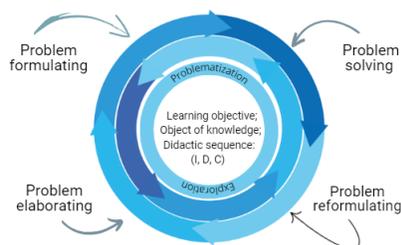


Figura 1. A proposição de problemas e suas estratégias

Fonte: Teixeira e Moreira (2024)

A diferenciação das estratégias de proposição não visa desassociá-las, mas possibilitar a compreensão dos princípios, procedimentos elementares que as estruturam e dos processos cognitivos envolvidos, visando à utilização e ao desenvolvimento integrado dessas estratégias.

As estratégias de proposição de problemas na perspectiva adotada neste estudo

Para cada estratégia de proposição de problemas, apresenta-se: (i) a descrição dos procedimentos elementares exigidos em cada uma delas; (ii) a identificação do processo cognitivo mais proeminente nesses procedimentos; e (iii) a ilustração por meio de uma produção matemática. A produção matemática objetiva evidenciar a descrição das estratégias, portanto, não foram realizadas análises do seu conteúdo. Para contextualizar, são apresentadas algumas inferências.

Estratégia resolução de problemas

A resolução pode ser ilustrada por uma representação (língua natural, numérica, algébrica, gráfica, figural) que traduz a compreensão da situação, bem como os conceitos, propriedades e relações do objeto matemático identificados, detalhando a abordagem utilizada no enfrentamento da situação, ou seja, o processo de resolução em si, que inclui uma ou mais soluções possíveis ou uma justificativa caso não haja solução. Portanto, a resolução ocorre a partir de uma situação matemática e pode envolver a identificação, seleção, manipulação, organização, aplicação ou implementação de conceitos e/ou procedimentos na construção de uma possível solução.

No início do processo de resolução, ocorre uma tomada de informações (identificação do objeto matemático, partes dele ou filiações abordadas na situação). Em seguida, localiza-se um procedimento adequado para *aplicar*. Caso não haja um disponível, é necessário a mobilização de conhecimentos, a partir dos quais se selecionam informações relevantes para *implementar* – adaptar ou criar – novos procedimentos que conduzam a uma possível solução. Esse último processo requer a compreensão tanto da situação quanto do procedimento de resolução. Assim, implementar pode envolver reformulações sucessivas (Brown & Walter, 2005; Pólya, 1977)

Os procedimentos realizados na resolução de problemas exigem processos de *aplicar* (realizar procedimentos em situação familiar) ou processos específicos de *implementar* (realizar procedimentos em situação pouco familiar ou desconhecida), sendo classificada no terceiro nível da dimensão do processo cognitivo (Anderson et al., 2001).

Produção referente à tarefa orientada pela estratégia resolução de problemas

Na resolução de problemas, os estudantes receberam uma situação em que precisavam decorar o contorno de um mural para a Semana da Hispanidade, utilizando uma corda de 12 metros. Deveriam calcular todas as possíveis medidas de comprimento e largura de um retângulo, com números naturais, sem sobrar corda. Em seguida, justificaram qual das combinações seria a mais adequada.

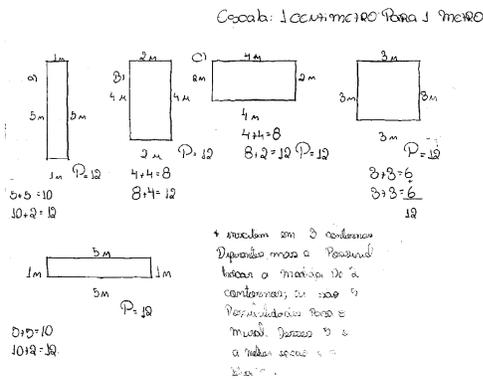


Figura 2. Produção a partir de um problema aberto e contextual

Os objetos matemáticos contemplados foram: grandeza geométrica: comprimento: largura, comprimento e perímetro; números naturais: campo aditivo. Esses objetos, suas propriedades e relações podem ser identificados nas representações da Figura 2, (Vergnaud, 1998).

Os registros de representação mobilizados foram: registro gráfico, numérico e em linguagem natural. A sequência de coordenação dos registros de representação foi: conversão da representação no registro em linguagem natural para o gráfico; conversão da representação do registro gráfico para o numérico. Problema aberto que exigiu o processo cognitivo “implementar”.

Estratégia reformulação de problemas

Na reformulação, modificações são realizadas em um problema original (Pólya, 1977; Kilpatrick, 1987; Silver, 1994; Teixeira & Moreira, 2022, 2023, 2024) com o objetivo de gerar um problema secundário, ou seja, uma variação, a princípio, estrutural. Essa variação constitui uma reconstrução a partir da representação inicial, podendo diferir no procedimento de resolução, na solução, e na demanda cognitiva, mas mantendo o objeto matemático (Duval, 2012).

Ela consiste na decomposição do problema em elementos, com o objetivo de entender sua estrutura e realizar as modificações necessárias. Esse processo envolve a identificação dos componentes do problema, a classificação dos elementos (diferenciar), a verificação das relações entre eles, a descoberta dos princípios que os estruturam (organizar) e a seleção dos elementos adequados às modificações pretendidas (atribuir), a fim de gerar um problema secundário.

Os procedimentos realizados na reformulação exigem processos específicos de *analisar* (dividir o todo em partes e determinar como elas se relacionam entre si e com a estrutura geral), sendo classificada no quarto nível da dimensão do processo cognitivo (Anderson et al., 2001).

Produção referente à tarefa orientada pela estratégia reformulação de problemas

Na reformulação de problemas, os estudantes receberam um problema recortado em tiras, de uma relação do campo conceitual multiplicativo. Com as tiras, deveriam obter todas as reformulações possíveis. Em seguida, resolvê-los utilizando recursos didáticos e lápis e papel.

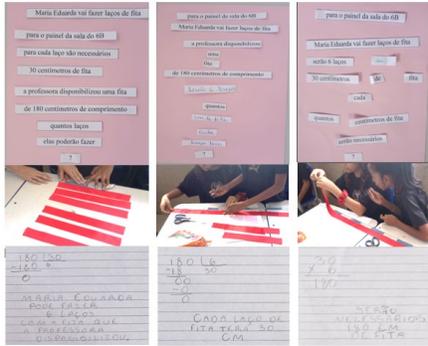


Figura 3. Produção a partir de um problema recortado em tiras

Os objetos contemplados na situação foram: grandeza geométrica: comprimento e números naturais: campo multiplicativo. Esses objetos, suas propriedades e relações podem ser identificados, integralmente ou parcialmente, nas representações (Vergnaud, 1998) da Figura 3.

Nesta tarefa houve dois tipos de representação: semióticas e auxiliares transitórias (Duval, 2012). Estas últimas, são recursos didáticos, pois não constituem um sistema semiótico. O uso desses recursos visou evidenciar o significado da divisão como medida de “quantas vezes cabe” e o que ocorreria na mudança de posição do elemento desconhecido, ou seja, na variação da situação. Os registros de representação semiótica mobilizados foram: registro numérico e registro em linguagem natural. O registro numérico complementado pelo registro em linguagem natural.

A sequência de coordenação dos registros de representação foi: conversão da representação no registro em linguagem natural para o numérico; conversão da representação no registro numérico para a língua natural. Essa conversão implicou maior esforço cognitivo. Os significados de situações nem sempre são claros, principalmente, o de divisão como medida, pouco desenvolvido na escola, ocasião em que o recurso didático auxiliou no processo de compreensão.

Estratégia elaboração de problemas

Na elaboração, realizam-se modificações em um problema existente para torná-lo mais compreensível em relação aos elementos internos e mais apresentável em termos dos elementos externos (Teixeira e Moreira, 2022, 2024, 2025), com base em “critérios estéticos para julgar a qualidade matemática dos problemas” (Crespo & Sinclair, 2008). Essas modificações podem afetar o processo de resolução e a demanda cognitiva, mas não alteram a solução, o significado ou o objeto de conhecimento. Assim, à medida que o estudante identifica deficiências e explora possibilidades, aprimora o problema, tornando-o mais detalhado e complexo (Guilford, 1956).

Ela ocorre a partir da detecção de excesso ou de precariedade de dado/informação ou incongruência/dissonância interna (detectar), ou se a situação tem partes mal estruturadas (monitorar) que precisam de ajustes (testar). Pode ocorrer a partir da crítica à situação ou elementos com base em critérios específicos (julgar/justificar). Além da melhoria na apresentação por inserção de representações mistas ou auxiliares, implicando na qualificação do problema.

Os procedimentos realizados na elaboração de problemas exigem processos como *verificar* (detectar, monitorar, testar) e *criticar* (julgar) específicos de/para *avaliar* (fazer julgamentos com base em critérios e/ou padrões), sendo classificada no quinto nível da dimensão do processo cognitivo (Anderson et al., 2001).

Produção referente à tarefa orientada pela estratégia elaboração de problemas

Na tarefa orientada pela estratégia elaboração, o elemento disparador foi um problema, sobre festa junina e dados de matrícula escolar, formulado anteriormente pela turma. Os estudantes resolveram o problema, seguido de uma discussão problematizadora. Depois, o examinaram em busca de identificar informações desnecessárias, incongruências e, se necessário, realizar modificações para adequá-lo, sem alterar o contexto, os dados essenciais ou a solução, e resolveram-no novamente.

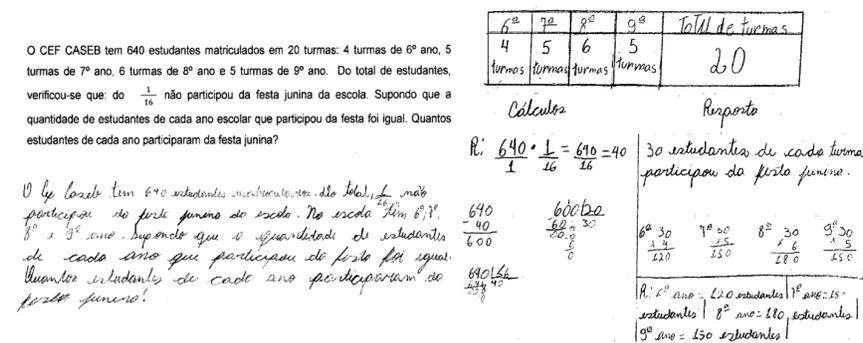


Figura 4. Produção a partir de um problema formulado pela turma

Os objetos matemáticos observados foram: números naturais: campo aditivo e multiplicativo. Números racionais: fração com significado parte/todo, cálculo da fração de um número natural; multiplicação de fração por um inteiro. Estatística: construção e organização de tabela com variáveis numéricas. Os objetos, seus conceitos, suas propriedades e relações podem ser identificados nas diferentes representações (Vergnaud, 1998), conforme mostrado na Figura 4.

Os registros de representação mobilizados foram: registro em linguagem natural complementado pelo registro gráfico e registro numérico complementado pela linguagem natural. São representações mistas, nas quais ocorre a mobilização simultânea de registros (Duval, 2012).

A sequência de coordenação dos registros de representação foi: conversão da representação no registro em linguagem natural complementado pelo gráfico para representação no registro numérico complementado pela linguagem natural. A inserção da representação gráfica visou auxiliar a compreensão, discriminando as descrições sobrepostas (registro em linguagem natural e numérico), tornando visíveis os dados quantitativos (Duval, 2012).

Estratégia formulação de problemas

A formulação deve gerar um novo problema — uma situação matemática que pode conter um texto-base e um enunciado — explicitada por algum tipo de representação. Esse processo se

inicia a partir de um artifício propulsor de ideias, um elemento disparador, projetado para estimular interesse e reflexão sobre um objeto, funcionando como ponto de partida para a formulação.

Ao suscitar os conhecimentos prévios, conduz-se à identificação do objeto ou de suas partes, iniciando o estabelecimento de relações por meio da seleção, diferenciação e integração do que for relevante e pertinente. Um movimento divergente, que exige que o conhecimento seja reorganizado, adaptado e transformado para ser sintetizado em uma estrutura coerente e funcional.

Os procedimentos realizados, exigem processos de *gerar* (apresentar suposições e possibilidades alternativas com base em critérios), *planejar* (projetar um procedimento para realizar uma tarefa) e *produzir* (integrar o conhecimento para construir novos conhecimentos). Todos específicos de *criar* (juntar elementos para formar um todo novo e coerente). Esses processos a classificam no sexto nível da dimensão do processo cognitivo (Anderson et al., 2001).

Produção referente à tarefa orientada pela estratégia formulação de problemas

A formulação foi estruturada a partir de um elemento disparador, que consistia em uma malha quadriculada representando um terreno vazio. A partir do qual os estudantes deveriam desenhar a planta baixa de suas casas. Com base nessa planta, formular e resolver um problema.

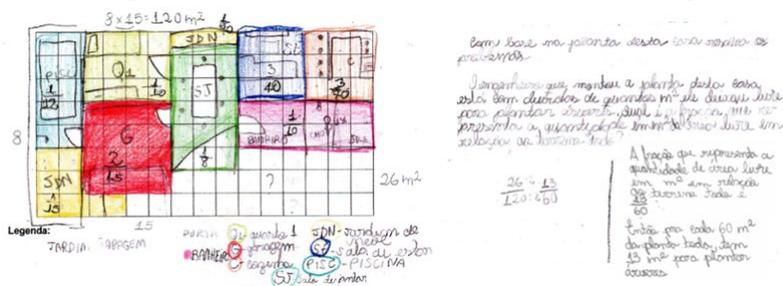


Figura 5. Produção a partir disparado temático – malha quadriculada

Os objetos contemplados na situação foram: grandeza geométrica área: quadros geométrico, da grandeza e numérico; Números racionais: fração: contagem, comparação e simplificação. Estes identificáveis nas diferentes representações (Vergnaud, 1998). Nesta produção ocorreu um multirregistro, ocasionado pelo problema ter sido formulado pelo estudante. A formulação envolveu descrições e mobilizou processos cognitivos de demanda complexa (Duval, 2012).

Os registros de representação mobilizados foram: registro gráfico complementado pelo simbólico, registro numérico e em linguagem natural. A primeira representação foi considerada mista, por haver mobilização simultânea de registros (Duval, 2012). A sequência de coordenação dos registros de representação foi: conversão da representação no registro gráfico para o numérico; conversão da representação no registro numérico para a linguagem natural; conversão da representação no registro em linguagem natural para o numérico. A primeira conversão, entre um registro monofuncional e um multifuncional, agregou complexidade à situação (Duval, 2012).

Considerações

A diferenciação das estratégias de proposição de problemas, discutida à luz da TRB permitiu associá-las a diferentes níveis de complexidade cognitiva. Tal diferenciação pode viabilizar a oferta diversificada de tarefas e fornecer subsídios iniciais para construções teóricas sobre os processos cognitivos envolvidos na proposição de problemas.

Agradecimentos

Ao Grupo de Pesquisa DIEM; à SEEDF; aos PPGE/UnB – Acadêmico e Profissional); à FAPDF, Edital 12/2022 Programa FAPDF Learning, e Edital 02/2025 Programa FAPDF Participa; e ao DPG da UnB - Edital n.º 01/2025.

Referências e bibliografia

- Anderson et al. (2001). *A taxonomy for learning, teaching and assessing: a revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives*. Nova York: Addison Wesley Longman, 2001.
- Andrade, S. (1998). *Ensino-aprendizagem de matemática via exploração de problemas, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula* [Dissertação de Mestrado, Unesp]
- Brown, S. I., & Walter, M. (2005). *The art of problem posing* (3rd ed.). Lawrence Erlbaum Associates.
- Cai, J. & Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, 102.
- Cai et al. (2022). In C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez, & N. Planas (Eds.), Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 119-145). PME.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., & Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37, 149–158.
- Demo, P. (2012). *Pesquisa e informação qualitativa: aportes metodológicos* 5. ed. Papirus.
- Duval, R. (2012). *Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento*. *Revemat*, 7(2)
- Guilford, J. P. (1956). The structure of intellect. *Psychological bulletin*, 53(4), 267.
- Kilpatrick, J. (1987). Problem Formulating: Where do good problems come from? En A. H. Schoenfeld (org.). *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123-147). Routledge.
- Pólya, G. (1977). *A arte de resolver problemas* (H. L. Araújo, Trad.). Editora Interciência.
- Possamai, J. P., & Allevato, N. S. G. (2022). Elaboração/Formulação/Proposição de Problemas em Matemática: percepções a partir de pesquisas envolvendo práticas de ensino. *Educação Matemática Debate*, 6(12), 1–28.
- Silver, E., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 521–539.
- Stickles, P. R. (2011). An analysis of secondary and middle school teachers' mathematical problem posing. *Investigations in Mathematics Learning*, 3(2), 1–34.
- Teixeira, C. J., & Moreira, G. E. (2022). Ensino-Aprendizagem da matemática por meio da proposição de problemas: uma proposta metodológica. *Revista RIDEMA*, v. 6, n. 1.
- Teixeira, C. J., & Moreira, G. E. (2023). A reformulação de problemas na perspectiva da proposição de problemas nas aulas de matemática. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 12(27), 276–298.
- Teixeira, C. J., & Moreira, G. E. (2024). The cognitive processes involved in problem posing. In: International Congress on Mathematical Education, 15., 2024, Sydney. *Anais [...]*. Sydney: Publisher. No prelo.
- Teixeira, C. J., & Moreira, G. E. (2025). Proposição de Problemas: uma análise dos processos cognitivos à luz da Taxonomia Revisada de Bloom. In XV ENEM, Manaus, 2025. No prelo.
- Vergnaud, G. (1998). A comprehensive theory of representation for Mathematics Education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 167-181.
- Zhang, L., Cai, J., Song, N., Zhang, H., Chen, T., Zhang, Z., & Guo, F. (2022). Mathematical problem posing of elementary school students: the impact of task format and its relationship to problem solving. *ZDM Mathematics Education*, 54(4).