



Cálculo de áreas en el contexto de la estabilidad del buque en estudiantes de Ingeniería Naval

Ana María **Torres** Blanco
Escuela Naval de Cadetes Almirante Pailla,
Colombia

atorres16@uan.edu.co

Osvaldo **Rojas** Velásquez
Universidad Antonio Nariño
Colombia

Orojas69@uan.edu.co

Resumen

La investigación muestra el desarrollo de una actividad contextualizada en la matemática implicada en la estabilidad del buque, como resultado de la concreción en la práctica del modelo didáctico para el desarrollo del pensamiento matemático relacionado con teoría del buque en estudiantes de ingeniería naval en Colombia. El objetivo de esta actividad es aplicar métodos de integración numérica para calcular áreas de funciones que no se conocen sus formas analíticas, como el área bajo la curva de una línea de agua. En este contexto, los estudiantes han logrado comprender y sentir el concepto matemático de integración numérica para el contexto profesional del ingeniero naval, gracias a la aplicabilidad del contenido matemático de integración numérica en una situación real.

Palabras clave: Educación Matemática; Educación superior; Enseñanza presencial; Constructivismo; Educación matemática realista; Resolución de problemas; Escuela Naval de Cadetes Almirante Padilla; Colombia.

Introducción

El proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática es fundamental para los estudiantes de carreras de ingeniería, ya que las asignaturas específicas en estas áreas tienen una fuerte fundamentación teórica en las ciencias básicas, especialmente en las relacionadas con la matemática. La enseñanza de la matemática en este contexto se centra en proporcionar los

conocimientos y habilidades necesarias para plantear y resolver problemas prácticos y teóricos, mediante la formulación e interpretación de modelos en términos matemáticos. Además, se busca desarrollar un pensamiento objetivo, razonamiento y reflexión, antes que mecanización y memorización. Los estudiantes de ingeniería deben apropiarse del lenguaje y simbolismos matemáticos, lo que les permite comunicarse con claridad y precisión, hacer cálculos con seguridad, manejar instrumentos de medidas, de cálculo y representaciones gráficas para comprender el mundo en términos matemáticos.

La enseñanza y aprendizaje de la matemática y sus aplicaciones han sido abordadas por investigadores en reuniones y congresos, destacándose las investigaciones presentadas en el Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME), en el Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME), en las Reuniones Latinoamericanas de Matemática Educativa (RELME), entre otros. En estos eventos se ofrecen cursos, conferencias y ponencias que reflejan las dificultades y avances de la temática referida en la Educación Matemática Universitaria.

Diferentes investigadores han contribuido a la enseñanza y aprendizaje de la matemática en las carreras de Ingeniería Naval. Akakpos (2016) explora la relevancia de las matemáticas en las tendencias cambiantes de los negocios, educación y capacitación marítima. En este contexto, aborda los conceptos de matemáticas industrial, en los negocios y en la industria marítima. Además, precisa que las matemáticas deben reflejarse en los currículos de las universidades, adaptándose a las exigencias de los desarrollos tecnológicos actuales.

Vidal et al. (2014) llevaron a cabo un trabajo destacado donde implementaron talleres con el propósito de mejorar la habilidad lógica y la capacidad de análisis en la comprensión de conceptos de Teoría del Buque. Este enfoque se basó en la experimentación de fenómenos físicos y su conceptualización matemática. Los autores subrayaron la importancia de contar con una base sólida en física y matemáticas para desarrollar habilidades de abstracción y formalismos. Estas habilidades son fundamentales para que los estudiantes de Ingeniería Naval adquieran los conocimientos necesarios para el desarrollo de software, el manejo de equipos y la resolución de problemas específicos en este campo.

En la investigación realizada por Stanivuk et al. (2017), se propone analizar la evolución histórica de las matemáticas en el ámbito marítimo, destacando cómo el dominio de las matemáticas puede ser una herramienta de gran utilidad para los marinos.

En cada una de las investigaciones mencionadas anteriormente, se identificaron debilidades en la enseñanza de las matemáticas para estudiantes de Ingeniería Naval, como el escaso nivel de aplicaciones específicas del contexto naval y el alto índice de prácticas pedagógicas tradicionales. Los resultados de las valoraciones anteriores y del análisis epistemológico inicial realizada inciden en los logros académicos en matemáticas de los estudiantes de la Escuela Naval de Cadetes Almirante Padilla (ENAP), lo cual conlleva a que se plantee el siguiente objetivo: aplicar métodos de integración numérica para calcular áreas de funciones que no se conocen sus formas analíticas, como el área bajo la curva de una línea de agua.

Referencial teórico

La presente investigación se fundamenta en la Educación Matemática Realista (EMR), un enfoque desarrollado por Hans Freudenthal y su equipo a finales de los años 60 en el Instituto de la Universidad de Utrecht, en Holanda. Sus principios epistemológicos, incluida la matematización, la reinención guiada y la didáctica fenomenológica, tal como lo exponen Van den (Heuvel-Panhuizen y Drijvers, 2014).

Además, se considera el método de resolución de problemas de Polya y Zugazagoitia, (1965) y sus fases de Orientación al Problema, Resolución de Problemas, Evaluación de la Solución y Verificación de la Solución. La visualización matemática de Arcavi (2003) y el modelado matemático desde perspectivas realistas y epistemológicas Abassian et al. (2020) también se integran para lograr un proceso robusto de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas mediante la inclusión de contextos navales realistas relacionados con la Estabilidad de los Buques en la ENAP.

Método y desarrollo conceptual

Esta investigación se sustenta en un paradigma de investigación de tipo cualitativo, con un enfoque de investigación cualitativo y un diseño de investigación acción. El enfoque de investigación cualitativo "... se selecciona cuando el propósito es examinar la forma en que los individuos perciben y experimentan los fenómenos que los rodean, profundizando en sus puntos de vista, interpretaciones y significados" (Hernández et al. 2014, p.358). Además, cabe destacar que "... el proceso cualitativo no es lineal, sino iterativo o recurrente; las supuestas etapas en realidad son acciones para adentrarnos más en el problema de investigación y la tarea de recolectar y analizar datos es permanente" (Hernández et al. 2014, p.358).

Con este enfoque se busca investigar el proceso de enseñanza aprendizaje de temas de cálculo diferencial y cálculo integral como base fundamental para un buen desempeño de los estudiantes en la asignatura Estabilidad del Buque en la ENAP.

La población la constituyen estudiantes de Ciencias Navales e Ingeniería Naval de la ENAP y la unidad de análisis formada por 9 cadetes del curso 2.2 ING de cálculo integral. A continuación, se presenta la estructura de la actividad:

Nombre de la actividad: Cálculo del área bajo la curva de una línea de agua de una embarcación por integración numérica

Objetivo: aplicar métodos de integración numérica para calcular áreas de funciones que no se conocen sus formas analíticas, como el área bajo la curva de una línea de agua.

Sugerencia metodológica: el docente da orientación sobre la actividad a realizar con los datos obtenidos a partir de las medidas de las medias mangas del plano de flotación de una embarcación prototipo. Se busca establecer la conexión del concepto de integración definida cuando no se conoce la función analítica en el contexto de la estabilidad del buque. A partir del cálculo del área bajo la línea de agua por medio del empleo de integración

numérica: regla del trapecio y regla de Simpson. La actividad se desarrolla en forma grupal con un número máximo de seis integrantes. Cada grupo debe trabajar con los datos recolectados. Los estudiantes deben trabajar con el software GeoGebra para hacer el análisis y ajuste de las curvas, y verificar el cálculo de las áreas correspondientes.

El proceso de evaluación de la actividad se plantea a través de la observación guiada del docente durante el desarrollo de esta, y del envío del desarrollo de los problemas propuestos por los grupos de estudiantes conformados, a través de la plataforma BlackBoard, la cual es la herramienta para la gestión del aprendizaje usada en la ENAP. Además, una rúbrica de evaluación donde se tiene en cuenta la autoevaluación, la coevaluación que determina el progreso en los aprendizajes que alcanzaron en los temas del cálculo integral asociado con esta actividad.

Materiales a utilizar: software GeoGebra, tablero, marcadores, cuaderno lápiz, guía de orientación, prototipo de embarcación, metro, escuadra.

Desarrollo de la actividad:

Con las medidas tomadas en el laboratorio, correspondientes a las líneas de agua de una embarcación a partir de las medidas de las medias mangas y la eslora máxima del prototipo de un buque, tomando en cuenta la simetría de las líneas de agua o flotación, resuelva.

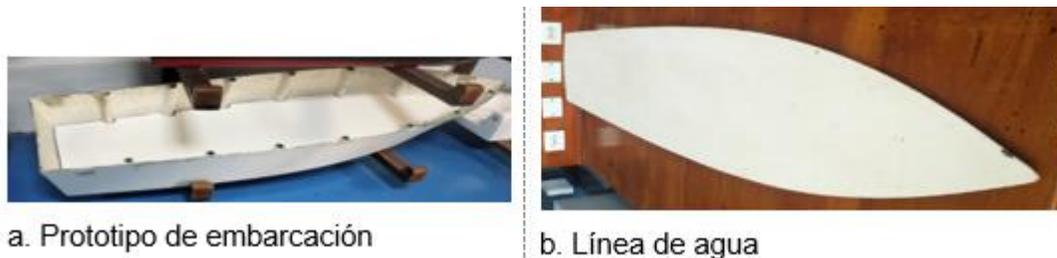


Figura 1. Embarcación prototipo

Problema 1. Dada la información, ubique los datos en un plano cartesiano aplicando la herramienta GeoGebra y construya la gráfica del modelo de ajuste de los datos. ¿Cuál es la mejor función de ajuste de los datos?

Problema 2. Aproxime el área bajo la curva con los datos obtenidos en el laboratorio aplicando como mínimo dos métodos ¿Compare los resultados y argumente cual es el método más adecuado para calcular el área bajo la línea de agua?

Problema 3. Calcular la integral definida usando la función de ajuste obtenida en el problema 1. Establezca un comparativo entre los resultados

obtenidos en el problema 2. ¿Cuál método es el más conveniente aplicar teniendo en cuenta el porcentaje del error? (Blanco y Velásquez, 2024, pp. 20-21).

En esta actividad se busca que los estudiantes apliquen métodos de integración numérica para calcular áreas de funciones que no se conocen sus formas analíticas, como el área bajo la curva de una línea de agua. Los estudiantes se organizan de forma voluntaria en grupos de trabajo de 3. En la experiencia de laboratorio, los estudiantes, para la obtención de los datos tuvieron el desafío de establecer como medir las medias mangas de la embarcación. Para la solución de este problema, aplicaron medidas de segmentos proporcionales para poder obtener los datos a diferentes calados.



Figura 2. Experimentación en el laboratorio, toma de medidas de las medias mangas de la embarcación prototipo, b. Medida de la longitud de la línea de agua, c. Grupos de trabajo en el aula. Elaboración propia

A continuación, se presenta la solución dada del problema 1. En este los estudiantes establecen la función de ajuste de la línea de agua con los datos tomados en el laboratorio. Como se puede observar en la Figura 2.

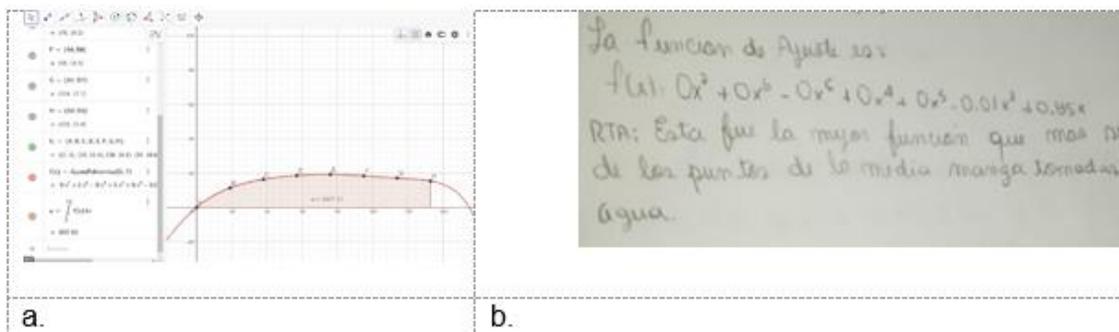


Figura 3. Cálculo del área bajo la curva con GeoGebra de la línea de agua, b. Función de ajuste de la línea de agua.

El uso de la visualización matemática permite que los estudiantes establezcan cual es la mejor función de ajuste que modela la línea de agua. De esta manera se obtiene el modelo matemático ($f(x) = 0,1x^3 + 0,85x^2 - 0,2x^5 + 0,2x^4 + 0,2x^3 - 0,01x^2 + 0,95x$) que se ajusta a los datos de la línea de agua. A partir del

modelo matemático, los estudiantes establecen el valor teórico de la integral definida (Ver Figura 3. a). A través de la aplicación de la herramienta GeoGebra simulando diferentes funciones de ajuste se obtienen estos resultados.

Con relación a las soluciones a los problemas 2 y 3, los estudiantes dan respuesta al mejor método a utilizar para obtener la aproximación del área bajo la curva de la línea de agua, argumentando desde la teoría que el método de Simpson 1/3 y 3/8 es más precisa que la regla del trapecio.

Resultados

En esta actividad, la fase exploratoria del modelo didáctico le precisa al estudiante la retroalimentación sobre el concepto de la integral como el área bajo la curva de una función conocida, así como conceptos previos que llevan a reconstruir este concepto. Estos son las sumas superior e inferior de Riemann a partir de la resolución de problemas que involucran conceptos de la física en contextos navales, como la relación entre las variables posición, velocidad y aceleración de una embarcación.

Además, se estimula a los estudiantes a pensar en cómo resolver el problema de hallar el área bajo la curva, la cual no se conoce una función matemática que la modele, introduciendo los métodos de integración numérica, resolviendo problemas relacionados con cálculos de estabilidad de una embarcación. En la fase de resolución, el 100% de los estudiantes utilizan la visualización y la modelación matemáticas como una herramienta para establecer el modelo matemático que ajusta los datos experimentales de la línea de agua, evidenciándose la comprensión sobre la implementación y manejo del software GeoGebra. Sin embargo, no todos los grupos lograron escoger el ajuste más adecuado para el modelo matemático.

El 75% de los grupos identifican las técnicas de integración numérica a utilizar y los pasos empleados para resolver la integral numérica correspondiente a la función de ajuste de la línea de agua, los cuales no tienen errores matemáticos. Del mismo modo, el 75% de los grupos utiliza una estrategia efectiva para hacer el comparativo de los resultados obtenidos, pero la explicación a las relaciones encontradas es muy escueta.

Cabe resaltar las fortalezas de la aplicación de la actividad:

➤ La comprensión y sentido del concepto matemático de integración numérica para el contexto profesional del ingeniero naval, considerando la reinención guiada a partir de la recolección de datos en el laboratorio de la línea de agua de una embarcación prototipo.

➤ Comprensión de la aplicabilidad del contenido matemático de integración numérica de una situación real.

➤ La visualización matemática de la representación gráfica de la línea de agua permite obtener el modelo matemático de la función de ajuste de esta.

➤ Los estudiantes utilizan la modelación matemática para obtener el mejor modelo matemático de la línea de agua y luego calculan el área de esta.

Como recomendación para trabajos futuros es relevante implementar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a partir de la matematización, que conlleva a la reinención guiada de objetos matemáticos (derivada, áreas, integral, volumen, integral numérica, entre otras) para una mejor comprensión de su sentido y significado en el contexto de la Ingeniería Naval.

Referencias y bibliografía

- Abassian, A., Safi, F., Bush, S., y Bostic, J. (2020). Five different perspectives on mathematical modeling in mathematics education. *Investigations in Mathematics Learning*, 12(1), 53-65.
- Akako, GS (2016). The role and relevance of mathematics in the maritime industry. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Science*, 12,75-86.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in mathematics*, 52(3), 215-241.
- Blanco, A. M. T., y Velásquez, O. R. (2024). Modelo didáctico para el desarrollo del pensamiento matemático en estudiantes de ingeniería naval en Colombia Didactic model for the development of mathematical thinking in naval engineering students in Colombia Modelo didáctico para o desenvolvimento do pensamento matemático em.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (Vol. 3). Sexta edición. México: McGraw-Hill. p. 358.
- PEI, *Escuela Naval de Cadetes Almirante Padilla*. Recuperado el 18 de noviembre de 2020 de la URL: www.enap.edu.co
- Polya, G., y Zugazagoitia, J. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* (No. 04; QA11, P6.). México: Trillas.
- Stanivuk, T., Galić, S., y Bojanić, M. (2017). Mathematics as a Science and Marine Activity Follow Each Other Throughout History. *Transactions on Maritime Science*, 6(01), 55-60.
- Torres, A. (2023, 17 de febrero). Modelo didáctico para el desarrollo del pensamiento matemático en problemas relacionado con Teoría del Buque en estudiante de Ingeniería Naval en Colombia [Ponencia]. Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia. <https://eventos.rumbo.edu.co/94146/detail/xiii-simposio-de-matematica-y-educacion-matematica-universidad-antonio-narino.html>
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. (p.521-525). Dordrecht, Países Bajos: Springer.
- Vidal, J., Muriel, C., Alonso, J. J., Casas, M., Rodríguez, V., Ruíz, A., y Díaz, J.(2014). Taller integrado de física--matemáticas con aplicaciones a la Ingeniería Naval y Oceánica. *Proyectos de Innovación Y Mejora Docente. Escuela de Ingeniería Naval y Oceánica*. España.