



Volumen y visualización: una mirada práctica al aprendizaje de la geometría en el aula

Catalina **Molano** Carranza
Institución Educativa Escuela Normal Superior María Auxiliadora
Colombia

ebenezcata@hotmail.com

Oswaldo Jesús **Rojas** Velasco

Universidad Antonio Nariño

Colombia

orojasv69@uan.edu.co

Hildebrando **Díaz** Soler

Institución Educativa Gustavo Romero Hernández

Colombia

hildebrandodiaz@hotmail.com

Resumen

El presente estudio muestra los resultados de una investigación sobre la enseñanza del concepto de volumen mediante algunas tareas manipulativas para fortalecer la visualización espacial y la comprensión del volumen en estudiantes de grado noveno. A través de actividades que involucran la construcción, descomposición y recomposición de objetos tridimensionales, se buscó mejorar las habilidades de visualización y análisis geométrico. Se empleó un enfoque cualitativo con observaciones directas. Los resultados muestran que los estudiantes que participaron en estas tareas lograron una mejor interpretación de las estructuras tridimensionales, así como una mayor capacidad para justificar sus razonamientos sobre el volumen. Se destaca la importancia de incluir metodologías activas que favorezcan la experimentación y el razonamiento matemático en contextos escolares.

Palabras clave: Habilidades de visualización; Pensamiento espacial; Tareas de aprendizaje; Volumen.

Definición y relevancia del problema

La enseñanza del volumen en la Educación Matemática es un desafío que requiere estrategias didácticas innovadoras para fortalecer la comprensión y el pensamiento espacial de los estudiantes. De acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998), el desarrollo del pensamiento geométrico en los niveles escolares iniciales es fundamental para la construcción del conocimiento matemático, ya que permite a los estudiantes interpretar y manipular información visual y espacial de su entorno.

Desde esta perspectiva, la visualización matemática se considera una habilidad clave en el aprendizaje del volumen, ya que facilita la comprensión de las propiedades geométricas y su relación con el espacio tridimensional (Torres, 2009). Esta habilidad es esencial para la representación mental de figuras y la solución de problemas geométricos, lo que incide directamente en la adquisición de conceptos matemáticos básicos.

La presente investigación se fundamenta en la necesidad de fortalecer las habilidades de visualización a través de tareas manipulativas que permitan a los estudiantes interactuar de manera concreta con objetos tridimensionales. Diversos estudios han demostrado que la manipulación de materiales físicos y la exploración de diferentes perspectivas espaciales mejoran la comprensión del volumen y otros conceptos geométricos (Zazkis, Dubinsky & Dautermann, 1996).

En este contexto, se plantea la importancia de diseñar tareas de aprendizaje que involucren la construcción, descomposición y recomposición de objetos tridimensionales, permitiendo a los estudiantes experimentar con estructuras geométricas y desarrollar una comprensión más profunda del volumen. Asimismo, se busca promover el razonamiento matemático a partir del análisis de representaciones planas y tridimensionales, favoreciendo la transición entre distintas formas de representación espacial.

Referencial teórico

La visualización matemática es un proceso cognitivo esencial en el aprendizaje geométrico (Presmeg, 2006). Se define como la capacidad de generar, interpretar y transformar representaciones espaciales de objetos matemáticos (Suárez & León, 2016). Diversos autores han identificado habilidades de visualización como la interpretación de perspectivas, la rotación mental y la construcción de modelos tridimensionales (Gonzato et al., 2013).

Adicionalmente, Gonzato & et ál., (2013) mencionan que:

(...) la interpretación y la comunicación de la información de manera figural (con descripciones gráficas y modelos de hechos y relaciones espaciales) o verbal (vocabulario específico utilizado en geometría, expresiones y términos deícticos) son importantes habilidades relacionadas con la visualización y la orientación espacial. (p.100)

Inclusive, la visualización permite al ser humano ejecutar acciones de transformación de diversas representaciones externas de su contexto, ya sea en imágenes mentales, de información verbal, diagramas, imágenes visuales, gráficos, dibujos, esquemas, movimientos, figuras

geométricas, entre otras. Además, es una herramienta en la elaboración de razonamientos y argumentos, que permiten explicar los fenómenos del contexto; estas herramientas hacen parte de la formación del pensamiento espacial y visual del individuo.

En tal sentido, la visualización proporciona diversas habilidades a los individuos para reflexionar y comunicar a otros, o a sí mismo, la información que observa de su contexto. Y a su vez, le otorga la capacidad para interpretarla mediante el uso de representaciones materiales (dibujos, planos, fotos, esquemas, maquetas, entre otros) y mentales (objetos imaginarios) aportando a la construcción de su conocimiento y el de otros.

Cabe resaltar, a Gonzato, Godino y Fernández (2013) quienes proponen varias tareas para el desarrollo de la visualización espacial basada en actividades que impliquen la interpretación de objetos tridimensionales desde diferentes perspectivas. La manipulación de figuras y la exploración de sus propiedades espaciales, las cuales permiten fortalecer la comprensión geométrica y fomentar el aprendizaje significativo en los estudiantes.

Teniendo en cuenta el párrafo anterior, a continuación, se presenta un tipo de tarea propuesta por estos autores, dónde se realiza una descripción de las actividades, acciones y respuestas que los estudiantes ponen en juego cuando se enfrentan a diferentes tareas de aprendizaje con el fin de abordar la enseñanza de la visualización y el desarrollo de habilidades en el contexto de la geometría espacial.

Tabla 1

Tipo de tarea para el desarrollo de habilidades espaciales.

Tipo de tarea: interpretación de perspectivas de objetos tridimensionales	
Descripción de la actividad	Requieren reconocer y cambiar puntos de vista (cambio de perspectivas), interpretar perspectivas de objetos, rotar mentalmente objetos, interpretar diferentes representaciones planas de objetos tridimensional (perspectivas, vistas, entre otras), convertir una representación plana en otra, construir objetos a partir de una o más representaciones planas. Estas tareas construyen técnicas para representar un objeto o un espacio, y al mismo tiempo se aprende a leer diferentes tipos de representaciones planas y los códigos respectivos.
Acciones	De manera general: Reconocer, describir, fabricar o transformar objetos. Componer y descomponer en partes: dadas dos o más piezas componerlas para formar un sólido, o viceversa, dado el sólido descomponerlo en dos o más partes. Contar elementos: dado un sólido contar los elementos que lo componen (unidades de volumen, caras, aristas, vértices, etc.).
Respuestas	Construcción: si se requiere la construcción del objeto tridimensional. Dibujo: si se requiere una representación plana del objeto tridimensional. Identificación: si se requiere identificar la repuesta correcta entre más opciones. Verbal: si se requiere una respuesta verbal /numérica (que no exija ninguno de los anteriores tipos de repuestas).

Fuente: aportes de Gonzato & et al., 2013

Por otro lado, la propuesta metodológica de Anwandter-Cuellar (2012) enfatiza que la comprensión del volumen puede abordarse desde tres enfoques: (a) como magnitud medible, (b) a través de la representación de volúmenes con unidades de medida y (c) mediante la

comparación de volúmenes a partir de transformaciones geométricas. Estos enfoques proporcionan un marco teórico para diseñar tareas que permitan desarrollar el pensamiento geométrico de los estudiantes.

Método y desarrollo conceptual

Esta investigación adopta un enfoque cualitativo con diseño fenomenológico interpretativo (Hernández & Mendoza, 2018), basado en la observación y análisis de tareas de aprendizaje en el aula. Participaron 24 estudiantes de grado noveno, organizados en grupos de tres integrantes. Se emplearon estrategias didácticas que involucraban la manipulación de objetos concretos (galletas, cartas de póker) para la construcción y comparación de volúmenes.

Además, Hernández & Mendoza (2018) manifiestan que los “(...) diseños fenomenológicos interpretativos tienen como propósito principal explorar, describir y comprender las experiencias de las personas respecto a un fenómeno y descubrir los elementos en común de tales vivencias” (p.548).

Vale la pena decir, que este enfoque propone analizar y comprender las descripciones que los estudiantes hacen de manera individual y colectiva desde su experiencia en el aula, partiendo de una tarea de aprendizaje, que permite obtener resultados, acciones y respuestas para evaluar de manera integral el desarrollo de habilidades de visualización, proporcionando evidencias que respalden la efectividad de las tareas manipulativas en la enseñanza del volumen.

1° Diseño de la tarea de aprendizaje

La tarea de aprendizaje diseñada consistió en actividades manipulativas donde los estudiantes debían construir diferentes estructuras con materiales simples, como galletas y cartas de póker, para estimar su volumen. Se promovieron acciones como la descomposición y recomposición de figuras tridimensionales, la comparación de volúmenes mediante conteo de unidades y la interpretación de proyecciones en dos dimensiones. Además, se propusieron problemas abiertos que requerían justificar verbalmente las estrategias utilizadas para determinar el volumen de distintos cuerpos geométricos. A continuación, se presenta la tarea de aprendizaje propuesta: Actividad 1. Reto 1. (A1-R1). Comparando Construcciones.

Pregunta 1 (P1). Construyan torres diferentes utilizando todas las galletas rectangulares o circulares asignadas. ¿De todas las torres construidas, cuál ocupa mayor y menor espacio? ¿Por qué?

Pregunta 2 (P2). Ahora, elijan una de sus torres y con las demás torres reacomoden las galletas de tal forma que sean semejantes a la torre que eligieron. ¿Qué pueden decir acerca del espacio ocupado?

Pregunta 3 (P3). Tome 2 barajas de cartas de póker y póngalas una sobre la otra en su pupitre, ubique las barajas en las diferentes posiciones que se muestran en la imagen, responda las siguientes preguntas: a) El volumen de la Fig. 1., y la Fig. 4. ¿es igual o diferente? ¿Por qué?; b) ¿Cómo es el espacio ocupado por las barajas de póker en cada uno de los casos? justifique sus respuestas.

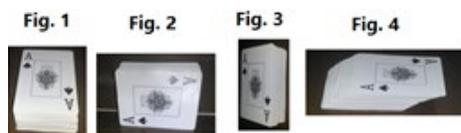


Imagen 1. Diferentes posiciones baraja de cartas de póker.

Pregunta 4 (P4). El sólido A se ha formado a partir de galletas iguales. Su volumen es $148,003 \text{ cm}^3$, su área lateral es $107,16 \text{ cm}^2$ y su área total es $170,14 \text{ cm}^2$ ¿Qué se puede decir del volumen, del área lateral y del área total de los sólidos B y C construidos a partir de A?

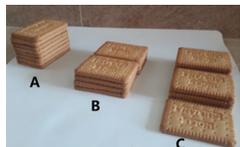


Imagen 2. Galletas sultana.

Pregunta 5 (P5). He comprado cuatro tacos de galletas Saltín, un taco contiene 17 galletas que colocadas una encima de la otra forman una altura de $8,5 \text{ cm}$. Una galleta mide $9,5 \text{ cm}$ de largo y 6 cm de ancho. a) ¿Necesito saber cuánto espacio ocuparan los 4 tacos de galletas en el mueble de mi cocina? ¿Expliqué como hago para calcular este espacio? b) ¿Cómo debería acomodar las galletas de tal manera que el espacio ocupado sea menor?



Imagen 3. Galletas Saltín.

Pregunta 6 (P65). Coloca 12 galletas circulares una encima de la otra como harían para calcular el espacio ocupado por estas galletas. Justifique su respuesta.

2º Procedimiento de aplicación.

La implementación de las tareas se llevó a cabo en sesiones de clase de dos horas, donde los estudiantes trabajaron en grupos de tres. Durante el desarrollo de la actividad, los docentes desempeñaron un rol de mediación, realizando preguntas orientadoras y promoviendo la discusión grupal para fortalecer la argumentación matemática. Se fomentó el aprendizaje colaborativo, permitiendo que los estudiantes compartieran sus estrategias y reflexionaran sobre sus propios procesos de resolución.

Resultados

Los resultados obtenidos reflejan un impacto positivo en el desarrollo de habilidades de visualización y en la comprensión del concepto de volumen. Los estudiantes que participaron en las tareas manipulativas mostraron una mejor capacidad para interpretar estructuras

tridimensionales y justificar sus razonamientos sobre el volumen. Sin embargo, algunos grupos mostraron dificultades al transferir los aprendizajes a representaciones abstractas.

Se observó que los estudiantes utilizaron diversas estrategias para determinar el volumen de los sólidos, como el conteo de elementos, la aritmetización y la composición y descomposición de partes. Además, se evidenció que el uso de materiales concretos facilitó la construcción del conocimiento geométrico y permitió a los estudiantes explorar diversas representaciones espaciales.

A continuación, se muestra una descripción general sobre el tipo de tareas de aprendizaje volumen, habilidades de visualización, acciones y respuestas puestas en juego por los estudiantes en el desarrollo de actividad propuesta.

Tareas de aprendizaje y habilidades de visualización A1-R1

Este reto se enmarca en las tareas de aprendizaje desde el punto de vista de comparación, medida y geométrica- numérica; de *comparación* (volúmenes) porque busca reconocer diferencias y semejanzas para deducir relaciones entre sí. De *medida* enfocada a la relación con el número, tamaño o cantidad de algo y desde la perspectiva *geométrica-numérica*, en este sentido se tiene en cuenta al volumen como un tamaño, Anwandter-Cuellar (2013) cita a Moreira-Baltar (1994-1995) resaltando que el área se puede comparar desde el punto del tamaño y esto aplica para el volumen por ser una magnitud que permite encontrar relaciones de equivalencia entre sólidos definiendo estructuras de orden, suma, resta y división sin recurrir a medidas.

El propósito de estas tareas consistió en acercar a los estudiantes hacia la construcción del objeto matemático volumen mediante diferentes actividades prácticas. También que ellos adquirieran la noción de volumen a través de la composición y descomposición de cuerpos con la manipulación de objetos concretos de diferentes formas, tamaños y texturas.

1º Tareas de aprendizaje de volumen R1

Para **P1** y **P2.**, desde la perspectiva *geométrica-numérica*, cinco grupos hacen una relación de equivalencia de orden utilizando la acción del conteo de galletas, sin importar la posición en que se ubiquen las galletas si en cada torre elaborada hay igual cantidad de galletas el volumen es el mismo luego el espacio ocupado también. Tres grupos consideran que el volumen es diferente cuando se colocan todas las galletas cubriendo un plano aquí el espacio ocupado es mayor que cuando está en forma de torre.

En **P3a** y **P3b**, la relación de equivalencia la realizan por el número de barajas utilizadas, cuatro grupos dudaron en decir que el volumen era igual por la posición de las cartas en la fig. 4., cabe resaltar que la tarea desde el punto de vista es de tipo geométrico ya que se debe identificar si existe variación del volumen cuando se realiza una transformación geométrica. La concepción del tamaño del volumen en este caso está relacionada con la siguiente propiedad relacionada con la medición: “El volumen es invariable por isometría, en otras palabras, si aplicamos una isometría a un sólido, su volumen se conserva”. Aquí interviene la docente haciendo preguntas a

los grupos utilizando ejemplos de su contexto y al final ellos deducen que pasa lo mismo con las galletas sin importar la forma en que estén posicionados se mantiene el mismo volumen.

P4 y P5, Aquí cinco grupos de estudiantes siguen utilizando relaciones de equivalencia teniendo en cuenta el patrón de medida elegido y hacen uso de la aritmetización, a pesar de que se habían realizado experiencias relacionadas en los puntos anteriores en la **P5b** un grupo concluye que los 4 tacos de galletas se deben ubicar uno detrás del otro para que ocupen menos espacio.

En cuanto a la tarea de *medida* hacen la elección de un patrón de medida en este caso la galleta es el patrón elegido por todos los grupos y determinar el volumen de las torres por el número total de galletas, número de barajas, número de tacos.

En la tarea de *comparación* todos los grupos la asumen a través del conteo de las galletas y de las barajas de póker. Por otro lado, el G6 y el G1 también hacen uso de la tarea de *aritmetización* haciendo uso de la fórmula, teniendo en cuenta las dimensiones de las galletas, taco de galletas, y de las barajas de póker y realizando el producto entre sus dimensiones cuando eran rectangulares.

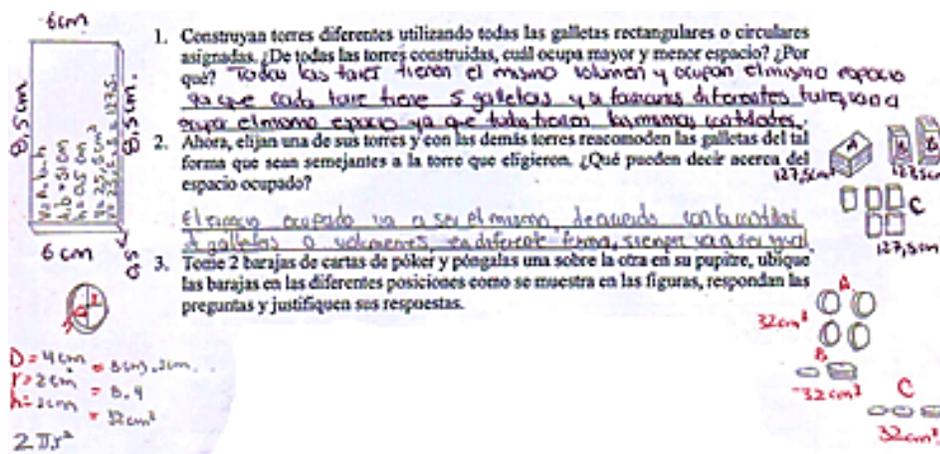


Imagen 4. Tareas de aprendizaje volumen. Actividad 1- Reto 1- Pregunta 1 y 2. A1-R1- P (1-2)

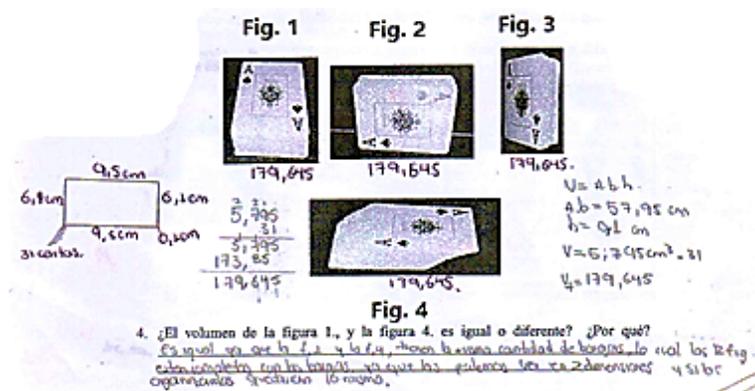


Imagen 5. Tareas de aprendizaje volumen A1-R1- P (3-4)

5. ¿Cómo es el espacio ocupado por las barajas de póker en cada uno de los casos?
El espacio ocupado en los tres casos es el mismo, ya que todas tienen el mismo volumen, el espacio varía en el mismo su superficie la posición en la que están.
6. El sólido A se ha formado a partir de galletas iguales. Su volumen es $148,003 \text{ cm}^3$, su área lateral es $107,16 \text{ cm}^2$ y su área total es $170,14 \text{ cm}^2$. ¿Qué se puede decir del volumen, del área lateral y del área total de los sólidos B y C construidos a partir de A?

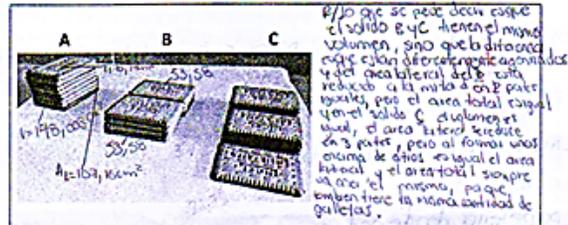


Imagen 6. A1-R1- P (4) Tareas de aprendizaje volumen involucradas

7. He comprado cuatro tacsos de galletas Sabin, un taco contiene 17 galletas que colocadas una encima de la otra forman una altura de 8,5 cm. Una galleta mide 9,5 cm de largo y 6 cm de ancho.

a) ¿Necesito saber cuánto espacio ocuparan los 4 tacsos de galletas en el mueble de mi cocina? ¿Explique cómo calcula este espacio?

b) ¿Cómo debería acomodar las galletas de tal manera que el espacio ocupado sea menor?

c) ¿Debería acomodar las cuatro tacsos de galletas uno detrás del otro o de tal manera que quedan en una fila.

Handwritten student work for part (a) shows a calculation: $17 \times 9,5 \times 6 = 976,5 \text{ cm}^3$ per taco, then $976,5 \times 4 = 3906 \text{ cm}^3$ for four tacsos. A diagram shows a stack of 17 galletas with dimensions 9,5 cm by 6 cm by 8,5 cm. Another calculation shows $17 \times 9,5 \times 6 = 976,5$ and $976,5 \times 4 = 3906$.

Handwritten student work for part (b) shows a calculation: $17 \times 9,5 \times 6 = 976,5$ and $976,5 \times 4 = 3906$. A diagram shows a stack of 17 galletas with dimensions 9,5 cm by 6 cm by 8,5 cm. Another calculation shows $17 \times 9,5 \times 6 = 976,5$ and $976,5 \times 4 = 3906$.

Imagen 7. A1-R1- P (5) Tareas de aprendizaje volumen involucradas

P6, Esta pregunta demostró dificultades y errores de tipo cognitivo seis grupos coinciden de una u otra forma que para determinar el espacio ocupado por las galletas de forma circular es necesario calcular el ancho largo de una galleta y luego se multiplica por la cantidad de galletas que conforman la torre. Es decir, asocian fórmulas del cálculo de áreas de algunas figuras planas para determinar el volumen.

2º Habilidades de visualización puestas en juego por los estudiantes de grado noveno A1.

En esta sección se muestran las habilidades de visualización, acciones y respuestas que los estudiantes utilizan en los diferentes retos. Cabe resaltar que la A1 se enmarcan en el tipo de tarea para el desarrollo de habilidades espaciales propuesto por Gonzato & et al. (2013) clasificada en la interpretación de perspectivas de objetos tridimensionales. Es decir que este tipo de tarea permite al estudiante convertir un sólido en otro por medio de la composición y descomposición de sus partes, construir sólidos partiendo de unidades de patrón elegidas (conteo de elementos).

Habilidades de Comunicación. Esta habilidad requiere identificar relaciones entre distintas unidades de medida, unidades de la misma magnitud y determinar su pertenencia. Las acciones que los estudiantes usaron para resolver la A1 en esta habilidad fueron a manera general:

- La mayoría de los grupos identificaron el cálculo de volúmenes utilizando la unidad de medida apropiada (uso de galletas, tacsos y cubos) relacionándola en las situaciones planteadas en los retos.
- Reconocieron que pueden utilizar diferentes unidades de medidas es decir tomando un patrón de medida como referencia y a partir de allí obtener el volumen de un sólido.
- Por otro lado, cuatro grupos solo reconocen esa magnitud como única unidad de medida y un grupo no reconoce la unidad de medida para la experiencia realizada, expresa solo cantidades numéricas.

- Algunos grupos presentaron dificultades en decir que los volúmenes no son los mismos, a sí se utilicen la misma cantidad de galletas, ellos perciben que si se cubre por pavimentación (usando galletas) una región esta ocupa mayor volumen y espacio que si se hacen torres de galletas.
- El tipo de respuesta utilizado por los grupos de trabajo son de tipo verbal/ numérica y de construcción.

Habilidades de Razonamiento. Esta habilidad está relacionada con generalizar procedimientos de cálculo para encontrar el volumen de algunos sólidos esta habilidad se evidencia en las acciones que los estudiantes usaron para resolver la A1 fue:

G1, G6, G5, G3 y G7 justificaron la validez de sus procedimientos realizando representaciones, dibujos y construcciones con los sólidos, también de forma verbal, la obtención del volumen sus sólidos, aunque en algunos ítems tenían dudas en el transcurso de la sesión se fueron aclarando por el docente o por compañeros de otros grupos, en el momento de realizar la justificación de las respuestas de cada grupo (estilo tertulio) muchos de ellos lograron aclarar sus inquietudes.

Habilidades de Resolución. Esta habilidad concierne a establecer y utilizar diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de volumen. Además, involucra tareas de medición utilizando de manera pertinente unidades de medidas. Las acciones puestas en juego por los estudiantes para resolver la A1 fueron:

- Algunos grupos hacen uso de propiedades geométricas de manera implícita en el desarrollo de sus retos.
- Reconocen que no existe un único patrón en unidades de medición, en este caso para el volumen.
- Usaron de manera pertinente los materiales utilizados en estos retos para determinar el volumen de los sólidos creados por ellos.
- Usaron varias estrategias para determinar el volumen de los sólidos, por medio de contar elementos, a través de las fórmulas es decir utilizan la aritmetización para obtener sus respuestas, componen y descomponen en partes los sólidos, entre otras.

Conclusiones

Las observaciones en el aula evidenciaron que los estudiantes que participaron activamente en la manipulación de materiales y en discusiones grupales desarrollaron una mejor comprensión del volumen. Sin embargo, algunos grupos mostraron dificultades al transferir los aprendizajes a representaciones abstractas.

Estos hallazgos destacan la importancia de integrar tareas manipulativas en la enseñanza del volumen y sugieren la necesidad de incorporar tecnologías digitales y actividades que refuercen la transición entre lo concreto y lo abstracto.

Se observa que a lo largo de la actividad se presentaron las habilidades de visualización, las tareas de aprendizaje del volumen que se relacionan con la actividad desarrolladas por los

estudiantes junto con las acciones y respuestas puestas en juego por parte de los grupos de trabajo.

Los hallazgos de esta investigación resaltan la importancia de integrar estrategias didácticas basadas en tareas manipulativas para fortalecer la comprensión del volumen y el desarrollo de habilidades de visualización. Se evidencia que el uso de materiales concretos facilita la construcción del conocimiento geométrico y permite a los estudiantes explorar diversas representaciones espaciales.

Asimismo, se destaca el papel del docente como mediador en el proceso de aprendizaje, promoviendo la argumentación matemática y la reflexión sobre las propiedades del volumen. Sin embargo, se identificó la necesidad de fortalecer la articulación entre la manipulación concreta y la representación simbólica para mejorar la generalización de estrategias de cálculo.

Se recomienda continuar explorando estrategias complementarias, como el uso de tecnologías digitales y simulaciones interactivas, para reforzar la transición entre lo concreto y lo abstracto en el aprendizaje del volumen.

Referencias y bibliografía

- Anwandter-Cuellar, N. (2013). *Conceptions d'élèves de collège sur la notion de volume*. Petit x(93), 53-75.
- Beltrán, L. & Suárez, W. (2014). *Proceso de visualización en geometría, perspectiva de género*. Comunicación presentada en Encuentro Distrital de Educación Matemática. EDEME1 (pp. 198-217). Bogotá, Colombia: Prácticas y propuestas innovadoras en el aula de matemáticas: realidades y desafíos. MEMORIAS.
- Olmo Romero, M.A., Moreno, M.F. & Gil, F. (1993). *Superficie y volumen. ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid: Síntesis, S.A.
- Fernández, T. (2013, Septiembre 5,6 y 7). *La investigación en visualización y razonamiento espacial. Pasado, presente y futuro*. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), 19-42.
- Fernández, T. (2014). *Atendiendo habilidades de visualización en la enseñanza de la geometría*. Memorias IX Festival Internacional de Matemática, 21-33.
- Gonzato, Margherita., Godino, Juan D., Contreras, Ángel y Fernández, Teresa. (2013, Septiembre 5, 6 y 7). *Conocimiento especializado de futuros maestros de primaria sobre la visualización de objetos tridimensionales*. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. (SEIEM) , 311- 318.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México: McGRAW-HILL.
- MEN. (1998, Junio 7). Serie lineamientos curriculares Matemáticas. Lineamientos curriculares- Ministerio de Educación de Colombia. Santa Fe de Bogotá, D.C., Bogotá, Colombia: Magisterio. Retrieved Junio 27, 2018, from https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- MEN, Matriz de Referencia Matemáticas. Siempre día E. (2016). Retrieved from <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/88958>: http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712_matriz_m.pdf
- Suarez Moya, W. A., León Corredor, O. L. (2016, Julio- diciembre). El aprendizaje de la visualización espacial en niños y en niñas. *Revista Horizontes Pedagógicos*, 18(2), 110-119.
- Torres Ponjuán, D. (2009,, Diciembre). Aproximaciones a la visualización como disciplina científica. *ACIMED*, 20(6), 161-174. Retrieved 02 28, 2019, from http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1024-94352009001200005&lng=es&tlng=es.