



Estrategia de gamificación para la enseñanza de la ecuación de la circunferencia

Danny Esteban **Ramírez** Lobo

Escuela de Matemática, Universidad Nacional de Costa Rica

Costa Rica

danny.ramirez.lobo@una.cr

Rolando Alonso **Navarro** Rodriguez

Colegio Yeshiva Har Sinai

Panamá

rolnava@gmail.com

Resumen

La atención de los estudiantes durante las clases es esencial, pero implica que los docentes planifiquen e innoven sus estrategias didácticas. La gamificación y el uso de GeoGebra facilita la creación de experiencias educativas interactivas. Esta es una propuesta para la implementación de una unidad didáctica destinada a la enseñanza de la geometría en secundaria a través de la manipulación de un juego, los estudiantes pueden aprender sobre la ecuación de la circunferencia y sus diversas representaciones. Se detalla el desarrollo de la herramienta y se proporciona una guía de trabajo en clase, alineada con los objetivos de aprendizaje establecidos en los Programas de Estudio de Matemática de Costa Rica. La elaboración de actividades lúdicas no solo benefició la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, sino que también proporcionó información valiosa y resultados positivos en el rendimiento académico de los estudiantes, además de fomentó su interés por las Matemáticas.

Palabras clave: Aprendizaje; Costa Rica; Didáctica de la Matemática; Educación secundaria; Enseñanza de la geometría; Enseñanza participativa; mediación pedagógica; Software; Universidad Nacional de Costa Rica.

Definición y relevancia del problema

El estudio de la Geometría Analítica en Costa Rica tiene un antes y un después por la implementación de la Reforma Matemática en la educación costarricense en 2012 a los Programas de estudio de Matemática, partir de esa reforma se hizo necesario para los docentes la reformulación de sus lecciones. Antes de esta fecha no estaba en el currículo costarricense el

estudio de la ecuación de la circunferencia de forma analítica en el plano cartesiano. En su lugar sólo se trabajaban con cálculos de área y longitud de la circunferencia, por lo que las clases de geometría cambian por completo y la utilización de la tecnología toma un papel fundamental.

Aprender sobre las circunferencias, su ecuación y sus transformaciones puede contextualizarse con múltiples escenarios, incluyendo los videojuegos que tanto llaman la atención de los estudiantes, o con herramientas tecnológicas que permitan la visualización, por ejemplo, los paquetes de geometría dinámica. Sabiendo las bondades de la gamificación una buena forma de innovar es la creación de estrategias didácticas que se apoyen en estas dinámicas de clase.

Objetivos

Al iniciar este proyecto se han planteado los objetivos siguientes:

- Crear un juego con uso de software de geometría dinámica que se enmarque en una actividad de gamificación.
- Planificar la implementación de una unidad didáctica que permita el desarrollo de habilidades matemáticas de geometría analítica mediante el uso de la estrategia de gamificación.
- Crear una guía de clase para el trabajo de los estudiantes con el uso de una computadora y el applet de GeoGebra.
- Implementar la unidad didáctica que permita el desarrollo de las habilidades matemáticas propuestas en los programas de estudio de Matemáticas para décimo año de la educación diversificada en Costa Rica, específicamente la ecuación de la circunferencia, mediante el uso de la estrategia de gamificación.
- Evaluar la experiencia didáctica con gamificación para el aprendizaje de la ecuación de la circunferencia en décimo año en Costa Rica.

Con la intención de mejorar el aprendizaje y facilitar la enseñanza de la Geometría y en particular del tema de la ecuación de la circunferencia, se diseñó una estrategia metodológica que se apoyó en el uso del software GeoGebra y en la gamificación para generar aprendizaje significativo.

Referencial teórico

La Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica planteó como meta un cambio en las estrategias didácticas y en la forma de percibir la Matemática. Por ello, “no solo variaron los temas de estudio, sino también la forma de impartirlos y de evaluarlos” (Ministerio de Educación Pública, 2012, p. 5). En el caso de la enseñanza de la geometría, no es la excepción. Un ejemplo significativo es la inclusión de la geometría analítica en el currículo costarricense a partir de 2012, lo cual no tenía espacio anteriormente. Desde entonces, ha sido de interés crear experiencias didácticas innovadoras que incorporen el uso de tecnología, especialmente debido al interés de las nuevas generaciones en estas temáticas.

Para el Ciclo Diversificado en Costa Rica, es necesario crear experiencias de clase que fomenten el desarrollo de habilidades de pensamiento superior, ya que “en este nivel son

relevantes los procesos de argumentación y demostración” (Ministerio de Educación Pública, 2012, p. 385). El documento Programas de estudio de Matemática enumera cuatro habilidades deseables en los estudiantes de décimo año, que se pretende trabajar en esta unidad didáctica:

- Representar gráficamente una circunferencia dado su centro y su radio.
- Representar algebraicamente una circunferencia dado su centro y su radio.
- Aplicar traslaciones a una circunferencia.
- Resolver problemas relacionados con la circunferencia y sus representaciones.

El documento mencionado también indica que “el uso de software de geometría dinámica es fundamental en el tratamiento de los diferentes temas” (Ministerio de Educación Pública, 2012, p. 400). GeoGebra, en particular, es una herramienta muy amigable para el usuario.

La gamificación es una estrategia pedagógica que aprovecha el potencial educativo y emocional de las actividades lúdicas para mejorar el aprendizaje, bajo la premisa de “aprender jugando” (Torres-Toukoumidis y Romero-Rodríguez, 2018, p. 62). El principio fundamental es plantear actividades que demanden a los participantes desarrollar procesos de pensamiento y articular conocimientos previos para avanzar o ganar un juego.

Las estrategias gamificadas son eficientes para capturar el interés y despertar habilidades analíticas en la búsqueda de las reglas del juego. Esto puede aprovecharse para que los estudiantes observen, analicen, conjeturen y comprueben las relaciones de causa y efecto presentes tanto en el juego como en el trasfondo matemático del mismo.

En investigaciones previas, los estudiantes comentan que “este tipo de aprendizaje es muy enriquecedor, pues ellos fueron capaces de descubrir los conocimientos por sí mismos de manera autodidacta y utilizarlos de manera práctica” (Mora, Pizarro y Ramírez, 2016, p. 78). Esto sugiere que la gamificación tiene un papel fundamental para que los estudiantes disfruten del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Villalustre y del Moral (2015) mencionan que la gamificación es más que un juego; requiere la asignación de puntos, presentación de desafíos y niveles o premios para que el interés aumente y se entienda como un reto la obtención de puntos y el avance. Además, según Marrón y Vivaracho (2018), “el entorno lúdico a la hora de realizar actividades aumenta de forma considerable la motivación de los alumnos, su rendimiento, su nivel de implicación y, por ende, el nivel de aprendizaje” (p. 8). Este es sin duda un objetivo de cualquier docente de Matemáticas al impartir sus lecciones.

La gamificación puede actuar como un antídoto contra la falta de interés y compromiso en el aula, proporcionando un entorno de aprendizaje que es divertido, desafiante y envolvente (Alfabetización Digital, 2023). Esto es crucial para mantener a los estudiantes motivados y comprometidos con el aprendizaje de la geometría.

En el campo de la enseñanza de la Matemática, la gamificación ha demostrado ser una herramienta valiosa. Según Salen y Zimmerman (2004), “el juego implica la toma de decisiones, la resolución de problemas y la creación de estrategias, todos los cuales son habilidades

fundamentales en el aprendizaje de las Matemáticas”. Al incorporar elementos de juego en las actividades, se puede fomentar un entorno de aprendizaje más dinámico, interactivo y desafiante, lo que puede aumentar la motivación y el compromiso de los estudiantes.

La técnica ha demostrado mejorar la motivación, el compromiso y el rendimiento de los estudiantes (Educación 3.0, 2023), respeta los principios constructivistas presentes en el aprendizaje activo y específicamente en la evaluación auténtica. Ahumada (2005) menciona que “los estudiantes tienen diferentes ritmos de aprendizaje producto de poseer diferentes estilos, capacidades de razonamiento y memoria”, y que se “valora el desarrollo de un pensamiento divergente en que resulta fundamental la crítica y la creatividad” (p. 22).

En la actualidad, la integración de metodologías activas y tecnologías está transformando de manera significativa el aprendizaje y la enseñanza. El uso de herramientas digitales, conocido como tecnología educativa, está generando innovaciones importantes que mejoran y reforman el proceso educativo, estas no solo amplían el acceso a recursos educativos de calidad, sino que también promueven una enseñanza más interactiva y personalizada. Todo lo anterior justifica la metodología de trabajo y la necesidad de generar investigación en las áreas mencionadas en este capítulo.

Método y desarrollo conceptual

El estudio está enmarcado en un enfoque cualitativo y con un paradigma constructivista, siguiendo los lineamientos metodológicos propuestos por Sampieri, Collado y Lucio (2014). Este enfoque es adecuado para estudiar cómo los estudiantes aprenden geometría analítica mediante la implementación de una estrategia gamificada apoyada por herramientas tecnológicas, específicamente el uso del applet de GeoGebra. La metodología adoptada es de tipo no experimental, transversal y descriptiva, permitiendo la observación y análisis del fenómeno educativo sin la manipulación de variables.

En este tipo de investigación se centra en el estudiante y sus ideas más que en los resultados como lo considera Martínez (2013) “su objeto es el desarrollo de conceptos que ayuden a comprender los fenómenos sociales en medios naturales dando la importancia necesaria a las intenciones, experiencias y opiniones de todos los participantes” (p.5).

En la propuesta, es el estudiante quien utiliza el applet de GeoGebra para revisar sus conjeturas y de ahí que va conociendo los fenómenos y las relaciones entre las representaciones conforme va avanzando en las actividades y hacia nuevas experiencias de aprendizaje.

Además, los investigadores son parte activa del proceso y mediante la observación harán análisis de los procesos de aprendizaje y se verificarán con las guías de trabajo. En este caso lo fundamental no es “la generalización de sus conclusiones, sino la peculiaridad del fenómeno estudiado de tal modo que se dan, entre los elementos constituyentes, relaciones dependientes, dialógicas y participativas, donde el investigador se sumerge en la realidad para captarla y comprenderla” (Martínez, 2013, p.5)

El paradigma constructivista que guía esta investigación se fundamenta en las teorías de Vygotsky (1978) y Piaget (1952), quienes afirman que el aprendizaje es un proceso activo en el que los estudiantes construyen su conocimiento a través de la interacción con el entorno y la mediación de herramientas. En este caso, los estudiantes interactúan con un applet de GeoGebra, lo que les permite explorar la ecuación de la circunferencia en un entorno lúdico y dinámico, favoreciendo así la construcción de su propio conocimiento.

El estudio se desarrolló con un grupo de estudiantes de décimo año de educación secundaria en Costa Rica, quienes fueron seleccionados intencionalmente. Este nivel educativo es ideal, ya que el contenido relacionado con la ecuación de la circunferencia forma parte del currículo de Matemáticas. El docente y los investigadores también participaron, aportando observaciones y retroalimentación sobre la implementación de la estrategia de gamificación.

Para llevar a cabo la investigación, se utilizaron diversos instrumentos:

Applet de GeoGebra: El uso de esta herramienta tecnológica permite aplicar la gamificación en la enseñanza de la geometría, proporcionando un entorno interactivo que simula un juego. Como señala Gee (2003) los videojuegos y las actividades gamificadas crean un entorno en el que los estudiantes resuelven problemas de manera dinámica, lo que fomenta la motivación y el compromiso con el aprendizaje.

Guías didácticas: Se elaboraron guías para acompañar el trabajo de los estudiantes, estructuradas según las fases de aprendizaje sugeridas por Sampieri et al. (2014). Estas guías fomentan el aprendizaje autónomo y colaborativo, permitiendo que los estudiantes desarrollen habilidades analíticas al interactuar con el applet.

Observación directa: Los investigadores observaron el proceso de los estudiantes mientras interactuaban con el applet, registrando sus estrategias y reflexiones. Este tipo de observación se justifica en el enfoque cualitativo propuesto por Johnson y Christensen (2019), quienes subrayan la importancia de analizar cómo los estudiantes interactúan con el contenido en tiempo real.

Evaluación sumativa: Al finalizar el proyecto, se aplicó una evaluación sumativa que permitió medir el nivel de dominio de los estudiantes sobre los conceptos abordados. La evaluación no solo midió el resultado final, sino también el proceso seguido por los estudiantes, lo cual es coherente con la metodología cualitativa que pone énfasis en la comprensión profunda de los fenómenos educativos (Johnson & Christensen, 2019).

Resultados

El análisis de los datos se realizó mediante una metodología cualitativa descriptiva, siguiendo las directrices de Sampieri et al. (2014), enfocándose en las interacciones observadas y los resultados de las autoevaluaciones de los estudiantes. El objetivo fue identificar patrones de comportamiento y desarrollo cognitivo, prestando especial atención a cómo la gamificación influyó en la motivación y el aprendizaje de los estudiantes.

El applet de GeoGebra y la unidad didáctica han sido presentadas a varios grupos de profesores en ejercicio y profesores en formación en eventos académicos, esto para validar ambos instrumentos. De esta discusión en grupo de expertos se ha dado importante retroalimentación al applet de GeoGebra, tanto en la parte lúdica o de diseño del juego como en lo que subyace el alcance del contenido matemático sobre geometría analítica en la guía didáctica.

Cada estudiante tuvo la posibilidad de explorar el applet y descubrir la funcionalidad de los botones, así como la relación que existe entre las modificaciones que realiza y el criterio algebraico de la circunferencia. La adaptación con fines didácticos propuesta contempló el uso de una circunferencia que simula ser la mira del arma con la que el jugador “dispara” a los patos.

Para apuntar a sus objetivos, el jugador (estudiante) realizó traslaciones a esta circunferencia, y observó como cambiaba la ecuación en cada movimiento.

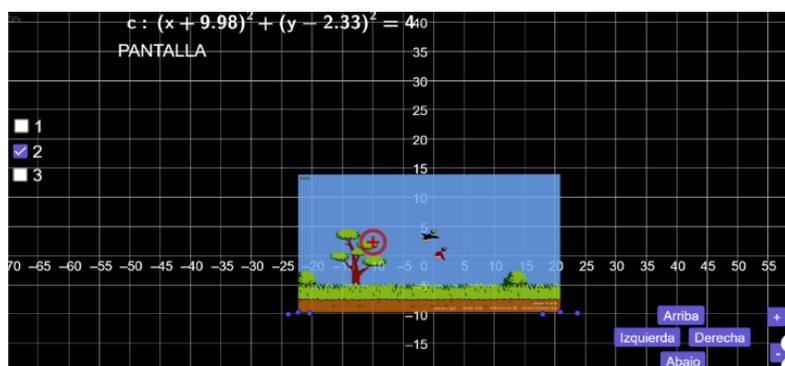


Figura 1. Interfaz de jugador con representación algebraica y botones de control para juego.
Fuente: Elaboración propia.

Para el primer nivel los estudiantes aprendieron a utilizar el juego con los botones de acción y de cambio de nivel. Identificaron que la representación algebraica de la circunferencia y la relación que tiene la misma con el centro y el radio del círculo en la gráfica. Un estudiante A menciona que “es entretenido que lo que haces en la imagen se refleja en las letras”. El uso de los botones de dirección para mover la mira del arma hizo que al mismo tiempo se modifiquen la representación geométrica y la representación algebraica. Los estudiantes conjeturaron y comprobaron a modo de acierto y error la relación que existe entre ambas relaciones.

Para el segundo nivel los estudiantes reconocieron el vector de desplazamiento, al tener que mover la mira con una traslación (ya no con botones) y relacionaron cómo se ve afectada la ecuación. Un estudiante B indicó que hay cosas que varían y otras invariantes, en la figura 2 se muestra su trabajo, él indicó que “cambió el número que está en el primer paréntesis con la x y el que está con la y también, el 9 no cambió”.

Para el tercer nivel las instrucciones giraron en torno a habilidades como la identificación del centro y el radio en la ecuación o representación algébrica, por lo que el estudiante ya para el tercer nivel ha analizado y puesto a prueba sus conjeturas. Un estudiante C menciona que “los números dentro de los paréntesis son el centro del rifle, y el número es el tamaño del rifle”.

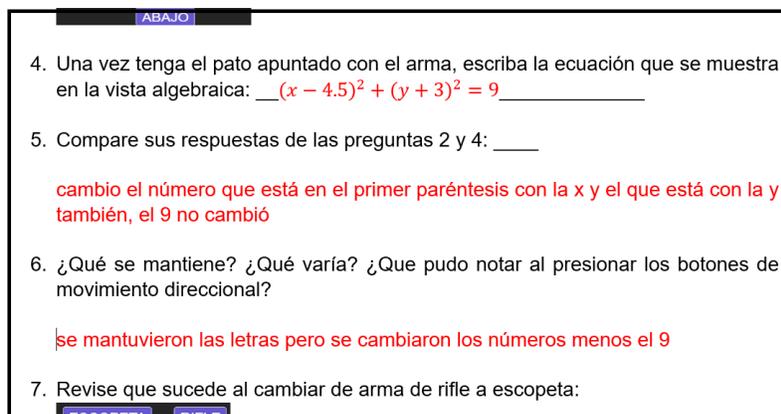


Figura 2. Guía didáctica resuelta por estudiante en formato digital.

Fuente: Elaboración propia.

Se realizó una evaluación sumativa final, esto sumado a la evaluación del trabajo cotidiano, de estos dos documentos se deriva que los estudiantes lograron comprender la relación entre la ecuación de una circunferencia, su centro y radio, con respecto a la representación gráfica de la misma. Los estudiantes resolvieron satisfactoriamente en muchos de los ejercicios de tipo complete y selección única. El desarrollo destacó las falencias tradicionales sobre orden y rigurosidad al trabajar con álgebra, pero no significó una baja significativa en las notas.

Conclusiones

Se observó que el uso de la gamificación y la tecnología permitió a los estudiantes involucrarse más activamente en el proceso de aprendizaje, lo que concuerda con los hallazgos de Gee (2003), afirmando que la gamificación mejora tanto el rendimiento académico como la motivación.

Los estudiantes manifestaron gusto por haber usado tecnología en la clase, esto es crucial para preparar a los estudiantes para un mundo cada vez más digitalizado, ofreciendo la flexibilidad de personalizar el aprendizaje, atender la diversidad e inclusión, y reducir la brecha digital, brindando oportunidades de desarrollo a estudiantes de diferentes contextos. En este mismo sentido el juego permitió al docente personalizar el aprendizaje de acuerdo con las necesidades y estilos de cada individuo, mejorando tanto la eficacia del proceso educativo como la satisfacción y compromiso del alumnado.

En este tipo de estrategias es importante tomar en cuenta que la aplicabilidad de la propuesta depende de que la institución cuente con el laboratorio necesario, la previa instalación del software y la manipulación del applet. Las instituciones educativas deben invertir en esta tecnología y los docentes que cuenten con estos espacios deben potenciarlos.

Las observaciones hechas en el trabajo de clase dejaron claro que al aprender jugando se desarrollaron habilidades críticas y creativas de forma más amena y efectiva, se fomentó el pensamiento crítico y la colaboración, ya que los enfrentó a situaciones reales donde debieron aplicar conocimientos teóricos y la solución de problemas prácticos. Se impulsó un aprendizaje más participativo y centrado, permitiéndole desarrollar habilidades de pensamiento crítico, creativo y colaborativo, fundamentales en el mundo laboral actual.

Lo más interesante para los estudiantes fue que la clase fuera un juego, y es que la gamificación ha demostrado en esta experiencia ser una estrategia eficaz para aumentar la motivación y el compromiso de los alumnos. Esta metodología utiliza elementos propios de los juegos para generar experiencias educativas que promueven la resolución de problemas y el uso de conocimientos previos de manera lúdica, y esto se ha alcanzado por parte de los estudiantes objeto de esta investigación.

El uso de una guía durante la clase hizo que los estudiantes pudieran avanzar a su ritmo, a algunos estudiantes les permitió sentirse más acompañados por el docente que en la clase tradicional o magistral. Mencionaron que esta herramienta facilita el seguimiento de instrucciones más que el hecho de que el docente se las indique al inicio y que deba de estar repitiendo cada cierto tiempo de la clase.

El rendimiento académico fue un indicador de éxito en la estrategia pues en la actividad evaluativa los estudiantes tuvieron notas superiores y los mismos estudiantes comentaron que no eran notas que obtuvieran en evaluaciones sumativas tradicionales. Se evidenció que la relación entre las representaciones algebraica y gráfica de la circunferencia se puede aprender mediante un software de geometría dinámica y una guía docente bien planificada.

Referencias

- Ahumada, P. (2005). La evaluación auténtica: un sistema para la obtención de evidencias y vivencias de los aprendizajes. *Perspectiva Educacional, Formación de Profesores*, 45, 11-24.
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=333329100002>
- Alfabetización Digital. (2023). *Gamificación en la Educación: Herramientas y Estrategias para aumentar la Motivación Estudiantil*. Recuperado de <https://alfabetizaciondigital.redem.org/gamificacion-en-la-educacion-herramientas-y-estrategias-para-aumentar-la-motivacion-estudiantil/>
- Educación 3.0. (2023). *¿Qué es la gamificación y cuáles son sus objetivos?* Recuperado de <https://www.educaciontrespuntocero.com/noticias/gamificacion-que-es-objetivos/>
- Gee, J. P. (2003). *What video games have to teach us about learning and literacy*. Palgrave Macmillan.
- Johnson, B., & Christensen, L. (2019). *Educational research: Quantitative, qualitative, and mixed approaches* (7.ª ed.). SAGE Publications.
- Marrón, A. M. P. y Vivaracho, C. E. (2018). Gamificación en el aula: Gincana de programación. *Revisión*, 11(1), 8.
- Martínez, V. (2013). Paradigmas de investigación. Manual multimedia para el desarrollo de trabajos de investigación. Una investigación desde la epistemología dialéctico-crítica. Recuperado de <http://biblioteca.udgvirtual.udg.mx/jspui/handle/123456789/3790>
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2012). *Programas de estudio de Matemáticas*. Autor.
<https://www.mep.go.cr/sites/default/files/media/matematica.pdf>
- Mora, F., Pizarro, E. y Ramírez, D. (2016). Experiencia docente en la Enseñanza de la Probabilidad por habilidades matemáticas en décimo año. *Memoria del X Festival Internacional de Matemática*. Costa Rica.
<https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1163134/Mora2016Experiencia.pdf>
- Piaget, J. (1952). *The origins of intelligence in children*. International Universities Press.
- Salen, K., & Zimmerman, E. (2004). *Rules of play: game design fundamentals*. MIT Press.
- Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, P. B. (2014). *Metodología de la investigación* (6.ª ed.). McGraw-Hill.
- Torres-Toukoumidis, A. y Romero-Rodríguez, L. M. (2018). *Aprender jugando. La gamificación en el aula*. Educar para los nuevos medios, 61-72. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/324950179_Aprender_jugando_La_gamificacion_en_el_aula
- Villalustre, L. y Moral Pérez, E. del. (2015). Gamificación: Estrategia para optimizar el proceso de aprendizaje y la adquisición de competencias en contextos universitarios. *Digital Education Review*, 27, 13-31.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.