Superando obstáculos matemáticos: La naturaleza abstracta de los números irracionales y el concepto de infinito

Andrea **Serna** Rivera
Universidad del Valle, Facultad de Educación y Pedagogía
Colombia
andrea.serna@correounivalle.edu.co

Introducción

Esta investigación aborda las dificultades de los estudiantes con números irracionales y el concepto de infinito en matemáticas, proponiendo estrategias como el uso del contexto histórico, para mejorar su comprensión. Se propuso emplear la Teoría de los Obstáculos Cognitivos (Brousseau, 1983) para identificar concepciones previas erróneas como barreras que bloquean el aprendizaje de los irracionales y el infinito. Entre estas barreras, se pudo identificar: la confusión entre un número irracional y su aproximación decimal, la concepción de que los irracionales "no están completos" por tener infinitas cifras y la dificultad para reconocer irracionales más allá de los comúnmente enseñados, cómo π y $\sqrt{2}$. Se sugiere una propuesta didáctica que incluya el infinito, la historia de los números irracionales, y fomente el pensamiento crítico, con el docente como guía para facilitar un aprendizaje colaborativo y profundo.

Antecedentes

Este estudio se aborda de acuerdo con las dificultades identificadas de los estudiantes de octavo grado para comprender los números irracionales y el concepto de infinito, atribuidas a su naturaleza abstracta y la falta de una base conceptual sólida. Se fundamenta en la Teoría de los Obstáculos Cognitivos de Brousseau (1983), que identifica concepciones erróneas previas como barreras para el aprendizaje. Ejemplo de ello y lo experimentado en esta intervención lo encontramos en los documentos de Crespo (2009) y Sánchez y Valdivé (2011), donde se encontró que los estudiantes de secundaria no comprenden plenamente los irracionales y presentan errores como confundir los irracionales y su aproximación, dados por los esquemas conceptuales erróneos que a lo largo de la evolución histórica del concepto de irracional y su enseñanza didáctica ha generado estos obstáculos. Por otro lado, Herrera (2010) describe cómo los conflictos cognitivos en el aprendizaje de los alumnos al introducir los irracionales pueden estar mediados por las prácticas del modo en que se introducen y trabajan los irracionales en el aula, más que de una simple ignorancia del estudiante. Por lo tanto, estas investigaciones resaltan la importancia de un enfoque histórico-contextual en lugar de aprender fórmulas de memoria, se busca que los estudiantes entiendan la lógica subyacente.

Metodología

La metodología de enseñanza de la intervención fue de tipo experimental en un aula de 12 estudiantes de octavo grado (13– 14 años), en un contexto de clase regular. Su diseño partió del enfoque histórico donde gradualmente se introdujeron los conceptos, integrando aspectos en su mayoría geométricos, pero sin dejar al lado otros aspectos que pudieron surgir en el camino. Por ejemplo, se exploró la raíz cuadrada de 2 mediante un triángulo isósceles de lados 1 y se representaron irracionales en la recta numérica, tal como sugiere el análisis de Crespo (2009) sobre las dificultades en el concepto de irracional. Además, se emplearon recursos didácticos visuales como videos educativos que narran la historia de los irracionales y animaciones sobre expansiones decimales infinitas, vinculándolos con problemas elementales de medida. Por último, se llevaron a cabo actividades interactivas que incluyeron debates guiados, donde se buscaba construir un ambiente de discusión y reflexión, que evidenciara una comprensión de lo visto en las anteriores clases, además, se retomaron aspectos de explicación y ejercicios que llevaron a una retroalimentación de los conceptos. Se buscó crear un ambiente de aprendizaje dinámico y participativo, fomentando la exploración, reflexión y diálogo entre estudiantes, con el acompañamiento del docente para promover un aprendizaje significativo.

Resultados

La implementación de la estrategia didáctica propuesta ha mostrado impactos positivos y específicos en el aprendizaje de los estudiantes. En primer lugar, la discusión histórica y visual del origen de los irracionales permitió que los estudiantes identificaran la diferencia entre un número irracional real y su aproximación decimal, tal como lo señalan Sánchez y Valdivé (2011) al encontrar que los alumnos a veces confunden irracionales con aproximaciones cercanas. Además, las intervenciones grupales mostraron que los alumnos ahora argumentan lógicamente, esto de acuerdo con que por ejemplo, explicaron que no es correcto “detener” los decimales de π o $\sqrt{2}$ en un punto arbitrario, reconociendo la necesidad de procesos infinitos. Estos avances confirman que la estrategia histórica y contextual ayuda a reducir errores conceptuales comunes y a superar obstáculos cognitivos en estos temas.

Conclusiones

En conclusión, la estrategia didáctica implementada, que combina la contextualización histórica de los números irracionales con la clarificación del concepto de infinito, ha demostrado ser efectiva para superar obstáculos cognitivos en los estudiantes. Dado que los resultados sugieren que introducir el origen histórico de los irracionales y estimular la reflexión crítica sobre el infinito enriquece el aprendizaje, en línea con lo indicado por estudios previos. Asimismo, el ambiente dinámico y participativo ha permitido a los estudiantes construir su conocimiento de manera activa, mejorando su entendimiento de las matemáticas y desarrollando habilidades cognitivas. En conclusión, esta intervención ha facilitado la comprensión de estos conceptos, evitando malentendidos comunes y fomentado el pensamiento crítico, logrando un aprendizaje más profundo y significativo

Referencias y bibliografía

Brousseau, G. (1983). *Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165-198. Traducción al español: César Delgado G.

Crespo, C. (2009). Acerca de la comprensión y significado de los números irracionales en el aula de matemática. *Premisa*, 41, 21–30.

Herrera, M. L. (2010). Obstáculos, dificultades y errores en el aprendizaje de los números irracionales. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 247–255). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Sánchez, J., & Valdivé, C. (2011). El número irracional: Un punto de vista epistemológico con interés didáctico. *Premisa*, 16(62), 36–48.