Deducción de la fórmula del área del trapecio en la formación inicial docente

Luis Antonio **Soto** Hernández
Departamento de Ciencias Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán
Honduras
lsoto@upnfm.edu.hn

Resumen

La deducción de las fórmulas para el cálculo del área de figuras planas puede ser interesante para los estudiantes cuando hay comprensión, pero cuando no, ofrecen resistencia. Existen distintas maneras de deducirlas, una es trasformar las figuras en otras conocidas a las que se le conoce su fórmula, esto implica un proceso de aprendizaje para los estudiantes y de reflexión para los docentes. En este documento se plantean actividades para ambos actores, pero reflexionando desde el punto de vista de la formación inicial docente. Se trabajará el concepto de área exponiendo al lector a diversas actividades lo que permitirá deducir la fórmula para el cálculo del área del trapecio de diferentes formas. Las deducciones de la fórmula se podrán analizar desde el punto de vista aritmético, algebraico, geométrico y del cálculo integral y diferencial, permitiendo a los futuros docentes el abordaje desde distintos niveles de comprensión.

Palabras clave: Área; Deducción; Formación inicial docente; Fórmula; Trapecio.

Introducción

La formación inicial docente debe estar orientada a la comprensión profunda de los conceptos y procesos matemáticos, promoviendo un aprendizaje significativo en el que los futuros profesores ayuden a los estudiantes a construir dicho conocimiento de manera eficaz en el aula. Según el National Research Council (como se citó en NCTM, 2015): “La tendencia a encontrar sentido en las Matemáticas, a percibirlas como útiles y valiosas, a creer que el esfuerzo continuo por aprender Matemáticas es redituable y a concebirse uno mismo como aprendiz y productor de Matemáticas” (p. 8), debe ser un eje central que oriente los procesos de formación y profesionalización docente. En este contexto, es fundamental que el docente no solo encuentre el valor práctico de las Matemáticas, sino que también despierte en sus estudiantes el interés y el amor por el aprendizaje profundo de esta disciplina.

La enseñanza de la geometría como parte del quehacer en el aula de los futuros docentes implica tener no solo el conocimiento matemático sino también el conocimiento didáctico (Ball, 2009). Hay varios aspectos que el profesor debe manejar al enseñar esta rama del saber, como, conceptualizar los términos geométricos, saber las definiciones, expresar gráficamente las ideas, conocer las fórmulas y su deducción, justificar los procedimientos y algoritmos, interpretar los resultados, resolver problemas, entre otros, unido a que debe conocer y aplicar diferentes metodologías para hacer que los estudiantes construyan su propio conocimiento, profundicen en el mismo y adopten la Matemática como una herramienta de vida. Por su carácter gráfico, la geometría ofrece un panorama más amplio para expresar los conocimientos de manera aritmética y algebraica ayudando así en la interpretación de significados. Las representaciones de los conceptos geométricos permiten explorar y admirar la belleza de las figuras despertando en los estudiantes interés por esta rama de la Matemática.

El estudio de la geometría contribuye a pensar de forma lógica, estableciendo relaciones espaciales que ayudan a resolver problemas. Por la misma naturaleza de la geometría, en una primera instancia, los estudiantes deben utilizar las representaciones de las figuras auxiliándose de su carácter visual aunque no puedan justificar con claridad sus ideas, pero a medida avancen en su estudio deben desarrollar la capacidad de imaginar y manipular mentalmente las figuras, utilizar lenguaje técnico expresando y justificando racionalmente sus ideas, y usar conceptos y propiedades generales y abstractas hasta llegar a razonamientos formales llamados demostraciones en Matemáticas. Los esposos Van Hiele argumentan que el aprendizaje de la geometría se hace pasando por 5 niveles de pensamiento y conocimiento, estos son: 0: Visualización y reconocimiento, 1: Análisis, 2: Ordenación y clasificación, 3: Deducción formal y 4: Rigor, y que solo pasado un nivel se puede avanzar al nivel inmediato superior (Vojkuvkova, 2012). Los dos últimos niveles demandan un grado cognitivo mayor de la Matemática, en el nivel 3 se incluyen las deducciones y demostraciones lógicas y formales justificando las proposiciones planteadas, se establecen relaciones entre las propiedades permitiendo que se puedan realizar distintas formas de deducción o demostración para obtener un mismo resultado, en el nivel 4 la demostración es el medio para verificar la verdad de una afirmación. La deducción de la fórmula del área del trapecio desde diferentes perspectivas se enmarca en estos dos niveles.

Concepto de área

El área se define como la medida de la superficie de una figura plana. En este sentido la figura debe ser cerrada, teniendo su trazo un mismo punto de inicio y final, de manera tal que se pueda identificar el interior, el exterior y el borde que define la figura, al interior de la figura se le puede calcular la medida de su superficie, es decir, su área. En relación con el concepto de área, Reyes et al (2013) mencionan que intuitivamente a cada figura del plano, le corresponde una superficie asociada a la magnitud llamada área. Las unidades para expresar el área son cuadradas, así se designan con metros cuadrados, centímetros cuadrados, pulgadas cuadradas, kilómetros cuadrados, etc.

Al trabajar con estudiantes que por primera vez se exponen al concepto de área, una actividad inicial sería pintar el interior de un cuadrado cuyo lado mide 1 cm de lado, la medida de ese interior pintado corresponde al área del cuadrado que es de *un centímetro cuadrado*, que se escribe como *1* cm^2 (ver Figura 1). Más adelante cuando los estudiantes hayan conceptualizado el área habrá que hacer una generalización que 1 cm^2 puede estar compuesto por dos triángulos (mitades de un cuadrado de la cuadrícula), dos rectángulos (mitades de un cuadrado de la cuadrícula), u otras figuras.

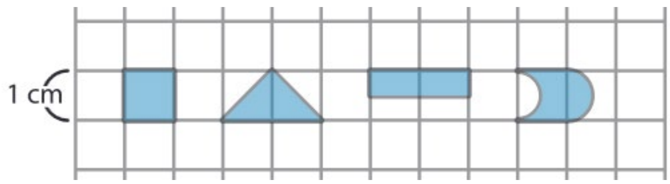

Figura 1. Figuras planas con un área de 1 cm^2.

Una segunda actividad sería, dada una cuadrícula dibujar muchas figuras distintas que tengan un área de 8 cm^2 cada una (ver Figura 2). En un inicio se espera que los estudiantes dibujen figuras que solo tengan segmentos horizontales y verticales que coincidan con las líneas de la cuadrícula, pero habrá que desafiarlos a dibujar otro tipo de figuras, por ejemplo, una figura cuya área mida siempre 8 cm^2, utilizando líneas oblicuas y curvas. Se podrá dibujar un cuadrado en la cuadrícula, pero habrá que trazar segmentos inclinados (diagonales de los cuadrados de la cuadrícula). Con la exposición a esta actividad se espera que los estudiantes dejen volar su imaginación y descubran que no solo pueden utilizar segmentos para dibujar las figuras, sino que pueden utilizar curvas, quitar algunas partes de la figura, o trasladar algunas partes de la figura transformando la misma en otra, pero conservando su área (ver Figura 3).

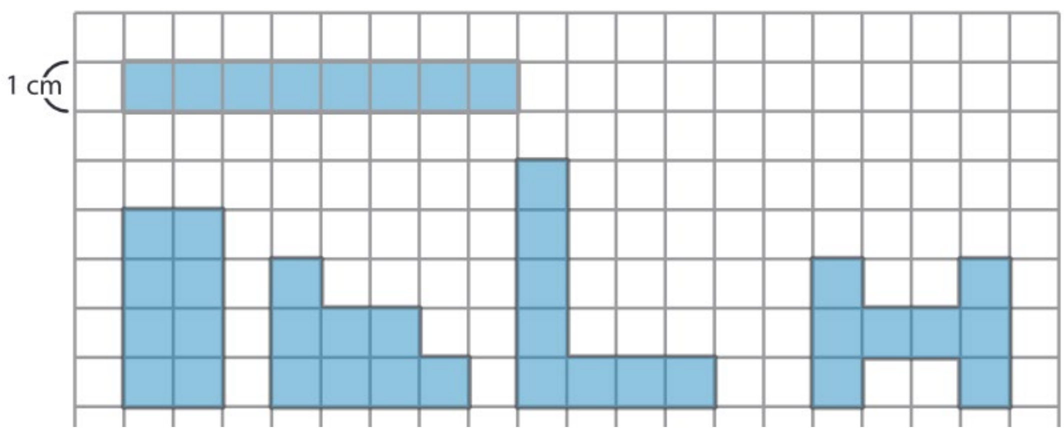

Figura 2. Figuras planas con un área de 8 cm^2.

Con los segmentos verticales y horizontales podrán dibujar fácilmente cuadrados y rectángulos, usando los segmentos inclinados trazarán triángulos, romboides, trapecios, rombos, polígonos regulares e irregulares y con las curvas dibujarán figuras con partes de círculos y otro tipo de figuras. Cuando los estudiantes conceptualicen el área usando las unidades de cm^2, habrá que hacer que comprendan con otras unidades como m^2, km^2 y $pulgadas^2$. La percepción del tamaño de estas unidades es importante, así como su uso, por ejemplo, si dibujan las figuras en su cuaderno las unidades reales más apropiadas serán la de cm^2 y $pulgadas^2$, si miden la superficie de las paredes y pisos de las aulas y de las casas pueden usar m^2 y si quieren medir la superficie territorial de un municipio, departamento o un país lo mejor será expresarla en km^2.

En la Figura 3, puede observarse la importancia que tiene el uso de la cuadrícula en la introducción del concepto de área de figuras planas, ya sea con estudiantes de educación básica o estudiantes de la formación inicial docente. En una primera instancia los estudiantes pueden encontrar el área contando el número de cuadrados de cada figura, pero la idea principal es que luego puedan deducir las fórmulas y que las apliquen para facilitar el cálculo.

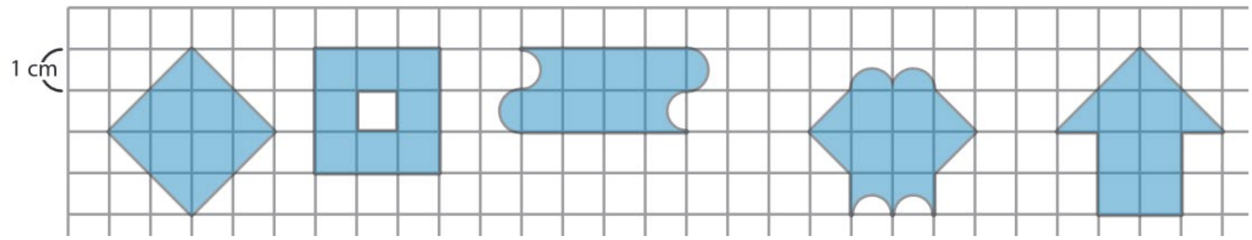

Figura 3. Figuras planas con un área de 8 cm^2.

Deducción de la fórmula del área del trapecio

Un aspecto importante en el aprendizaje de la Matemática es la construcción de conceptos, en este documento se utiliza el trapecio como ejemplo de las formas en que se puede abordar la deducción de área de las figuras geométricas. Si el docente dibuja en la pizarra un trapecio como el primero en la Figura 4, esta figura no es el concepto sino una representación de un conjunto de figuras (cuadriláteros) que comparten la característica de tener un solo par de lados paralelos. Si la imagen conceptual de un trapecio fuese solo esta, se tendría una idea muy limitada del concepto de trapecio. Para enriquecer la imagen conceptual de cualquier figura es necesario verla y explorarla desde diferentes puntos de vistas, con todas sus representaciones (García y López, 2008, p.36). Así, existen diferentes tipos de trapecios: los que tienen iguales los lados no paralelos, los que tienen un par de lados iguales consecutivos, los que tienen tres lados iguales, los que tienen dos ángulos rectos, los que tienen todos sus lados desiguales (ver Figura 4). En este sentido los estudiantes deben exponerse y conocer las diferentes imágenes conceptuales del cuadrilátero que es un trapecio.

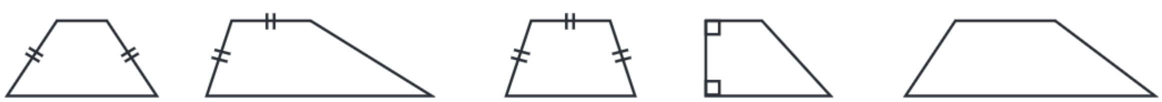

Figura 4. Diferentes tipos de trapecios.

Un trapecio se define como el cuadrilátero que solo tiene un par de lados paralelos, y aunque se vio anteriormente que existen diferentes imágenes conceptuales, la fórmula para calcular su área es la misma, independiente de las características particulares que presente cada uno.

La fórmula para calcular el área de un trapecio es:

$$\acute{A}rea\ trapecio\ = [(base\ mayor + base\ menor) \times altura] \div 2$$

Con los estudiantes de la formación inicial docente que tienen conocimientos de aritmética, álgebra, geometría y cálculo integral y diferencial, se puede trabajar la deducción del área del trapecio de diferentes formas y solicitar la representación gráfica de cada una de ellas, así como que escriban su respectiva justificación. Para no obtener soluciones particulares tendrán que dibujar un trapecio general como el último que aparece en la Figura 4. Algunas de las formas que pueden surgir se presentan a continuación.

Descomponer el trapecio en figuras conocidas

Quizás una de las formas más comunes de deducir la fórmula del área de un trapecio sea trazar algunos segmentos y dividir el trapecio en varias figuras a las cuales se les pueda calcular su área. La estrategia sería calcular el área de cada figura por separado para luego sumarlas y encontrar el área del trapecio. Algunas figuras pueden ser como las que se presentan en la Figura 5.

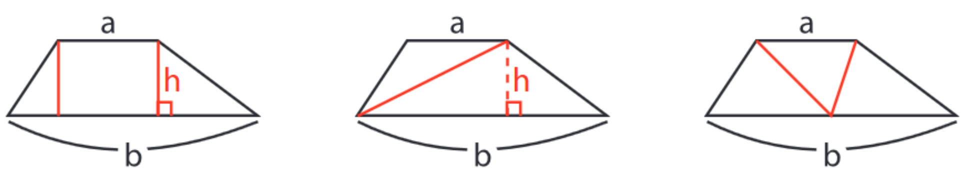

Figura 5. Descomponer el trapecio en figuras conocidas.

$$
\begin{aligned}
\text{Área trapecio} &= \text{Área triángulo } 1 + \text{Área rectángulo} + \text{Área triángulo } 2 \\
&= (base \times altura \div 2) + (base \times altura) + (base \times altura \div 2) \\
&= \frac{xh}{2} + ah + \frac{yh}{2} \\
&= \frac{xh+2ah+yh}{2} \\
&= \frac{xh+ah+yh+ah}{2} \\
&= \frac{h(x+a+y)+ah}{2} \\
&= \frac{hb+ah}{2} \qquad \ldots\ldots b = (x+a+y) \\
&= \frac{(a+b)h}{2}
\end{aligned}
$$

La demostración anterior donde se descompone el trapecio en dos triángulos y un rectángulo hace referencia a la Figura 6 y la demostración donde se descompone el trapecio en dos triángulos hace referencia a la Figura 7.

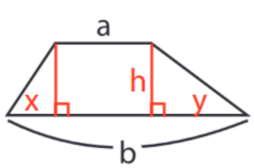

Figura 6. Descomponer el trapecio en dos triángulos y un rectángulo.

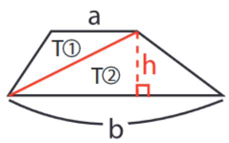

Figura 7. Descomponer el trapecio en dos triángulos.

$$
\begin{aligned}
\text{Área trapecio} &= \text{Área triángulo } 1 + \text{Área triángulo } 2 \\
&= (base \ \times \ altura \ \div 2) + (base \ \times \ altura \ \div 2) \\
&= \frac{a \times h}{2} + \frac{b \times h}{2} \\
&= \frac{ah + bh}{2} \\
&= \frac{(a+b)h}{2}
\end{aligned}
$$

Aunque esta estrategia es muy buena, hay que tener cuidado que los estudiantes no dividan el trapecio en tantas figuras, porque al tener muchas figuras se corre el riesgo que los procedimientos se vuelvan muy tediosos, y se trabaje con números donde los cálculos resulten complicados.

Completar un rectángulo tomando como base el trapecio

No importa el tipo de trapecio que se tenga, trazando algunas líneas auxiliares siempre se podrá "*inscribir*" en un rectángulo (ver Figura 8). En este caso, la estrategia es calcular el área del rectángulo y restarle el área de los dos triángulos externos del trapecio. En el caso que el trapecio tenga dos ángulos rectos, al completar el rectángulo solo hay un triángulo, por lo que al calcular el área del trapecio solo hay que restar el área de ese triángulo del área del rectángulo.

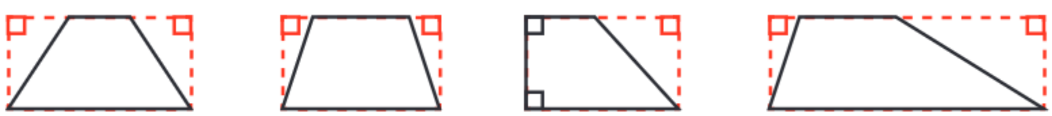

Figura 8. Completar un rectángulo tomando como base el trapecio.

$$
\begin{aligned}
\text{Área trapecio} &= \text{Área rectángulo} - \text{Área triángulo } 1 - \text{Área triángulo } 2 \\
&= (base \ \times altura) - (base \ \times \ altura \ \div 2) - (base \ \times \ altura \ \div 2) \\
&= bh - \frac{xh}{2} - \frac{yh}{2} \\
&= \frac{2bh - xh - yh}{2} \\
&= \frac{bh - xh - yh + bh}{2} \\
&= \frac{h(b - x - y) + bh}{2} \\
&= \frac{ha + bh}{2} \qquad \ldots\ldots a = (b - x - y) \\
&= \frac{(a+b)h}{2}
\end{aligned}
$$

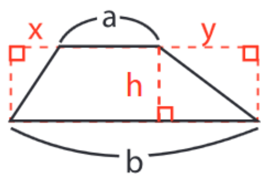

Figura 9. Completar el trapecio en un rectángulo.

La demostración de completar el trapecio en un rectángulo y en la cual se resta el área de los dos triángulos hace referencia a la Figura 9.

La estrategia de completar una figura no es muy usada entre los estudiantes, habrá que usarla en varios problemas para que los estudiantes la adopten como parte de su aprendizaje, de su repertorio de estrategias. Da la impresión de que es más fácil descomponer en varias figuras el trapecio, que ver el trapecio como una figura incompleta.

Descomponer el trapecio usando trazos especiales

Un trapecio se puede dividir en figuras, pero si los segmentos trazados tienen alguna característica especial la solución puede ser más interesante (ver Figura 10). Por ejemplo, si se traza un segmento paralelo a uno de los lados no paralelos del trapecio, este se divide en un romboide y un triángulo, donde ambas figuras tienen la misma altura, la estrategia sería calcular el área de las figuras y sumarla para encontrar el área del trapecio. Asignando variables a los datos correspondientes se puede deducir la fórmula del área del trapecio usando el álgebra. Las otras dos figuras, aunque tienen un trazo especial usando puntos medios, son poco útiles ya que se obtienen trapecios.

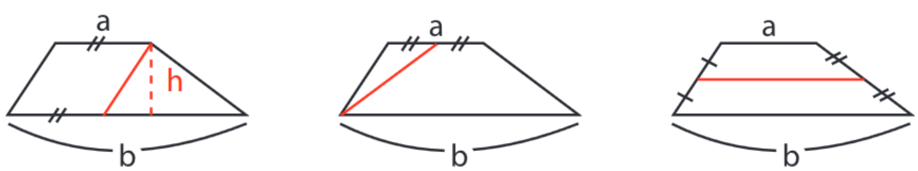

Figura 10. Descomponer el trapecio usando trazos especiales.

Duplicar el área del trapecio

Una forma muy sencilla de deducir la fórmula del área de un trapecio es usar otro trapecio de la misma forma y tamaño, manejarlos como las piezas de un rompecabezas y armar una figura a la cual se le pueda calcular su área. Se pueden formar varias figuras (ver Figura 11) pero para algunas no es fácil calcularles su área, sin embargo, al formar un romboide la deducción de la fórmula es inmediata, la estrategia es duplicar el área de la figura y dividir entre 2.

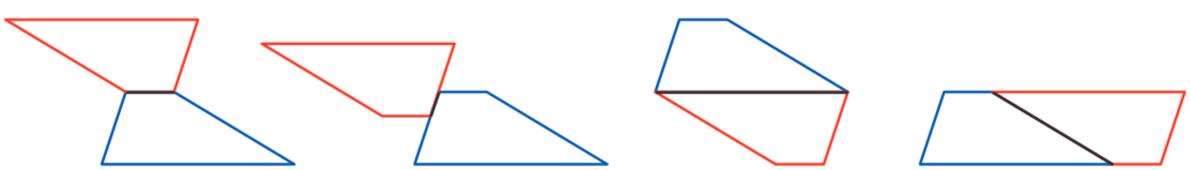

Figura 11. Algunas figuras formadas al usar dos trapecios del mismo tamaño.

La siguiente demostración donde se duplica el área del trapecio formando un romboide hace referencia a la Figura 12.

$$
\begin{aligned}
\text{Área trapecio} &= \text{Área romboide } \div 2 \\
&= (base \ \times altura) \div 2 \\
&= (a+b) \times h \div 2 \\
&= \frac{(\mathrm{a}+\mathrm{b})h}{2}
\end{aligned}
$$

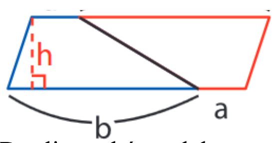

Figura 12. Duplicar el área del trapecio.

Esta estrategia de duplicar el área de la figura y dividir entre 2 no es común que se les ocurra a los estudiantes que por primera vez se enfrentan a este conocimiento, antes habrá que haberlos expuesto a situaciones similares. Por ejemplo, cuando se introduce la fórmula para calcular el área de un triángulo, una forma de enseñarla es, se pide a los estudiantes calcular el área de un rectángulo y luego calcular el área de uno de los triángulos rectángulos que se forma al trazar una de sus diagonales, ahí se ve claramente que el área del triángulo rectángulo es la mitad del área del rectángulo que lo contiene. De la misma manera, el área de un triángulo rectángulo isósceles es la mitad del área del cuadrado que lo contiene. El área de cualquier triángulo isósceles es la mitad del rombo que lo contine. Por último, se ve que el área de un triángulo escaleno es la mitad del área del romboide que lo contiene. Así se concluye que, el área de un triángulo es la mitad del área del cuadrado, del rectángulo, del rombo o del romboide que lo contiene. De forma análoga se deduce que el área del cuadrado es el doble del área del triángulo rectángulo isósceles en que lo divide una de sus diagonales, igual pasa con el rectángulo, el rombo y el romboide. Esto es válido para todo tipo de triángulo (rectángulo, acutángulo u obtusángulo; equilátero, isósceles o escaleno). Esta situación puede observarse en la Figura 13.

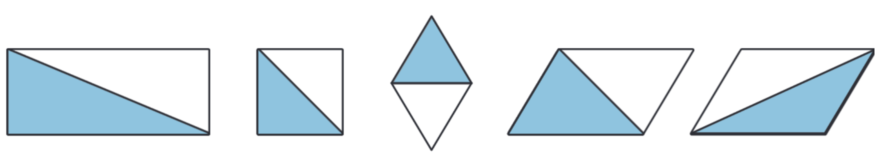
Figura 13. El área de un triángulo es la mitad del área del rectángulo, cuadrado, rombo o romboide que lo contiene.

Transformar el trapecio en otras figuras

Al trazar algunos segmentos, el trapecio se puede dividir en varias figuras y reorganizando estas se puede formar otra figura o figuras a las cuales se les pueda calcular su área y de esta manera deducir la fórmula para calcular el área del trapecio. Como se observa en la Figura 14, se puede dividir el trapecio en un rectángulo y dos triángulos rectángulos que tienen la misma altura por lo que con estos dos triángulos se puede formar un triángulo, la estrategia es calcular el área del rectángulo y el área del triángulo formado y luego sumarlas. En el otro caso, si se traza un segmento que va de un vértice al punto medio de uno de los lados no paralelos del trapecio, este se divide en dos figuras que reacomodándolas se transforman en un triángulo. Los estudiantes que tienen formación en Matemáticas deben demostrar que en realidad se forma un triángulo, usando el teorema de congruencia ángulo-lado-ángulo. Esta estrategia es muy interesante ya que para transformar el trapecio en un triángulo se debe trazar un segmento con una característica especial, es decir, que biseca a uno de los lados no paralelos del trapecio. Esta estrategia de transformar el trapecio en otras figuras está en un nivel cognitivo más elevado (complejo) ya que no solo implica dividir el trapecio en varias figuras, sino en tener la capacidad de reorganizar las partes y convertirlas en un todo o en partes de un todo.

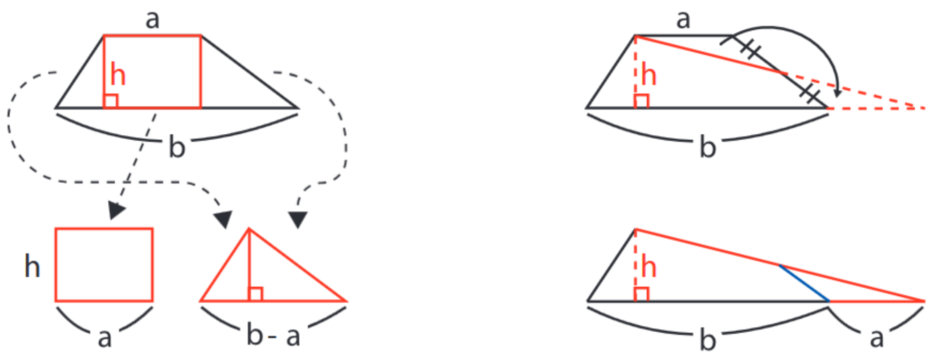

Figura 14. Transformación del trapecio en otras figuras.

$$\text{Área rectángulo} = \text{base} \times \text{altura} = a \times h$$

$$\text{Área triángulo} = (\text{base} \times \text{altura}) \div 2 = (b - a) \times h \div 2$$

$$\text{Área trapecio} = \text{Área rectángulo} + \text{Área triángulo}$$

$$= ah + \frac{(b-a)\times h}{2} = \frac{2ah+(b-a)\times h}{2}$$

$$= \frac{(a+b)\times h}{2}$$

$$\text{Área trapecio} = \text{Área triángulo}$$

$$= (\text{base} \times \text{altura}) \div 2$$

$$= (a + b) \times h \div 2$$

$$= \frac{(a+b)\times h}{2}$$

Trazar líneas auxiliares externas en el trapecio

Una estrategia muy eficaz en la solución de problemas en geometría es el uso de líneas auxiliares externas. Las estrategias estudiadas anteriormente usan los segmentos para dividir las figuras, pero son trazados en el interior de estas. En la Figura 15 se usan líneas auxiliares externas. Prolongando los lados no paralelos del trapecio y con su intersección, se forman dos triángulos que son semejantes. Por el teorema de semejanza ángulo-ángulo (AA), el triángulo XYZ es semejante con el triángulo MYN. Al trazar la altura de esos dos triángulos, se forman dos pares de triángulos que son semejantes: $\Delta PYZ \sim \Delta OYN$ y $\Delta XYP \sim \Delta MYO$. De la semejanza de estos tres pares de triángulos y aplicando el teorema de Thales se obtiene la proporción $\frac{H}{a} = \frac{H+h}{b}$ que es necesaria para deducir la fórmula del área del trapecio. La estrategia para deducir el área del trapecio es, usando los dos primeros triángulos, restar del área del triángulo grande el área del triángulo menor.

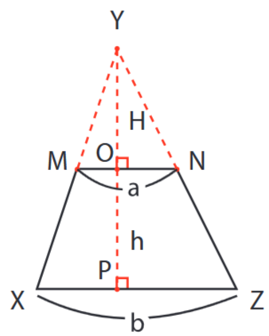

Figura 15. Usando líneas auxiliares externas.

$$\text{Área trapecio} = \text{Área triángulo } XYZ - \text{Área triángulo } MYN$$

$$= [(base \times altura) \div 2] - [(base \times altura) \div 2]$$

$$= \frac{b(H+h)}{2} - \frac{aH}{2}$$

$$= \frac{bH+bh-aH}{2}$$

$$= \frac{aH+ah+bh-aH}{2} \quad \ldots.\ bH = aH + ah$$

$$= \frac{ah+bh}{2}$$

$$= \frac{(a+b)h}{2}$$

$$\frac{H}{a} = \frac{H+h}{b}$$

$$bH = a(H+h)$$

$$bH = aH + ah$$

Ubicar el trapecio en el plano cartesiano

Un concepto fundamental en cálculo integral y diferencial es calcular el área bajo la curva de una función usando las integrales definidas. Este concepto se basa en la idea de dividir el área en rectángulos infinitamente pequeños y luego sumar sus áreas. La integral definida entre dos límites *a* y *b* de una función *f(x)* representa el área bajo la curva de *f(x)* entre esos dos límites. El trapecio puede colocarse en el plano cartesiano (ver Figura 16) y usar las integrales definidas. Lo ideal sería dibujar el trapecio en una posición apropiada en el plano para facilitar el cálculo, así una de las bases que esté sobre el eje *X* y que uno de sus vértices coincida con el origen *(0, 0)*. Habrá que identificar la función o funciones cuyas áreas bajo la curva se quieran calcular, en este caso hay tres funciones: $f(x) = \frac{h}{a}x$, $g(x) = h$ y $h(x) = \frac{h}{b-c}(x-c)$. Después hay que definir los valores de los límites (inferior y superior) de integración, calcular la integral indefinida, evaluar la integral indefinida en los límites y calcular el área bajo la curva.

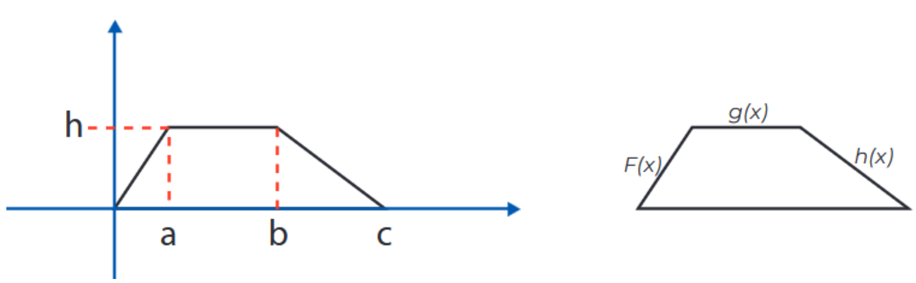

Figura 16. Ubicación del trapecio en el plano cartesiano.

$$\acute{A}rea\ trapecio = \int_0^a f(x) + \int_a^b g(x) + \int_b^c h(x)$$

$$= \int_0^a \frac{h}{a} x\, dx + \int_a^b h\, dx + \int_b^c \frac{h}{b-c}(x-c)\, dx$$

$$= \frac{h}{2a}\chi^2\Big|_0^a + h\chi\Big|_a^b + \frac{h}{b-c}\left(\frac{x^2}{2} - cx\right)\Big|_b^c$$

$$= \cdots$$

$$= \frac{1}{2}h(-a+b+c)$$

$= \frac{1}{2}h[c+(b-a)]$…….. donde *h*: altura, *c*: base mayor, *b* – *a*: base menor

Para desarrollar esta estrategia los estudiantes de la formación inicial docente deben tener un amplio conocimiento matemático de los conceptos y procedimientos básicos del cálculo integral y diferencial.

Integrar la comprensión matemática del concepto de área con su enseñanza exige que los futuros docentes no solo dominen las fórmulas y procedimientos, sino que comprendan el proceso de construcción conceptual que los estudiantes deben experimentar. En particular, en relación con la deducción de las fórmulas para calcular el área de las figuras planas -especialmente la del trapecio-, es fundamental que, desde el inicio de su formación, los docentes en formación reconozcan el valor didáctico de actividades como: la descomposición del trapecio en figuras conocidas, su transformación en otras formas, la completación en figuras más simples, o su análisis como mitad de un romboide o parte de un triángulo, entre otras. Estas estrategias, acompañadas de representaciones visuales y simbólicas, favorecen el desarrollo del pensamiento geométrico en sus distintos niveles de comprensión.

Conclusiones

La deducción de las fórmulas para el cálculo del área de figuras planas es uno de los temas que se estudia a lo largo de diferentes grados, el análisis de su secuencia curricular y la planificación, ejecución y evaluación de las clases debe ser una oportunidad de aprendizaje para los futuros docentes, quienes tendrán la responsabilidad de enseñar dicha temática en los distintos grados de la educación básica y media con diferentes niveles de comprensión.

En la deducción de las fórmulas del área de las figuras planas hay que tomar en cuenta que lo importante es la experiencia de los estudiantes en la construcción de estas y el docente es el responsable de exponerlos a este tipo de prácticas que lo ayuden a desarrollar su pensamiento lógico. En las estrategias planteadas anteriormente, se puede apreciar que cada una de ellas ofrece un abanico de oportunidades en el aprendizaje de los estudiantes y el nivel de constructo matemático exigido lo determinará el docente en función de los conocimientos previos de los estudiantes, el rol del docente siempre será que las actividades planteadas contribuyan a resolver problemas desarrollando y profundizando en el conocimiento matemático. Las estrategias utilizadas anteriormente en la deducción de la fórmula del área del trapecio ayuda a los futuros docentes a ampliar su repertorio de competencias didácticas, viendo la solución de problemas desde distintos puntos de vista, desde las estrategias más fáciles hasta las más difíciles, desde las que permiten una única vía de solución hasta las que ofrecen diversidad de estrategias de pensamiento, desde las que requieren conocimiento matemático básico hasta las que necesitan un conocimiento profundo, desde las más apropiadas para desarrollar con estudiantes de educación básica hasta las que permiten ampliar su horizonte como futuros educadores, desarrollando capacidades que facilitan la construcción de conocimientos geométricos. El recorrido de las estrategias de deducción de la fórmula del área del trapecio, desde las aritméticas pasando por las algebraicas hasta llegar a las geométricas y de cálculo diferencial e integral, enriquecen el acervo didáctico de los futuros docentes experimentando in situ la puesta en práctica de la construcción del conocimiento matemático.

Referencias y bibliografía

Ball, D.L. (2009). Developing teachers´ mathematical knowledge for teaching. Mathematics Teaching and Learning to Teach, 1-31.

García, S. y López, O. (2008). *La enseñanza de la Geometría.* Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. México. Recuperable en: https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/01/P1D401.pdf

National Council of Teachers of Mathematics. (2015). *De los principios a la acción: Para garantizar el éxito matemático para todos*. Editando Libros S. A. México.

Reyes, C., Dissett L. y Gormaz R. (2013). *Geometría. Colección ReFIP: Recursos para la formación de profesores de Educación Básica. Editorial Ediciones SM Chile. Santiago. Chile.*

Vojkuvkova, I. (2012). The van Hiele model of geometric thinking. *WDS'12 Proceedings of Contributed Papers, Part I, 72-75, 2012*