



Entre la duda y la certeza, la tecnología digital es el eslabón

Eduardo **Basurto** Hidalgo

Benemérita Escuela Nacional de Maestros y Universidad La Salle México

México

eduardo.basurto@aefcm.gob.mx

Resumen

En este minicurso presentaremos algunos ejemplos de orquestación instrumentada de herramientas digitales que permiten potenciar el desempeño en Matemáticas de los estudiantes, intentando, entre otras cosas, transitar por emociones epistémicas como la duda y la certeza. Por medio de las actividades llevaremos a los participantes de dudas a una mayor certeza sobre los procesos y resultados involucrados con los objetos matemáticos con los que conviven en clases, además de tener la posibilidad de alterar el modelo de comunicación y con esto mantener pública su producción, facilitando así un clima de debate, contrastación de ideas y procesos; al mismo tiempo es factible mantener privada su persona hasta que ellos así lo deseen, esto, entre otras ventajas ayuda a los estudiantes a arriesgarse sin temor a ser exhibidos, otorgando una ventaja actitudinal a la enseñanza de las Matemáticas vía la implementación de tecnología digital gratuita.

Palabras clave: Duda, certeza, tecnología digital, emociones epistémicas.

Introducción

La experiencia de aprender Matemáticas no es únicamente un ejercicio cognitivo; está profundamente entrelazada con dimensiones afectivas, entre las que destacan las emociones epistémicas como la duda y la certeza. Estas emociones, que emergen en la interacción con el conocimiento y los procesos de validación del saber, juegan un papel crucial en la construcción del pensamiento matemático. Para Muis (2015), las emociones epistémicas son identificadas aquellas que surgen específicamente en contextos donde se busca comprender, justificar o evaluar el conocimiento, y tienen un impacto directo en la motivación, la autorregulación y el rendimiento académico.

En Matemáticas, la duda no debe ser vista como un obstáculo, sino como una oportunidad cognitiva: un estado de apertura que invita a la indagación, al cuestionamiento y al refinamiento de ideas. Por otro lado, la certeza cumple una función fundamental al brindar seguridad en los resultados, lo cual permite avanzar hacia nuevos desarrollos conceptuales. Esta interacción dinámica entre la duda y la certeza puede considerarse como una fuerza impulsora del pensamiento matemático, una especie de motor epistémico (Freitas & Sinclair, 2012).

Desde esta perspectiva, las tecnologías digitales como los programas de geometría dinámica, los sistemas de álgebra computacional, los entornos de programación o las plataformas interactivas se perfilan como mediadores clave en el paso entre la incertidumbre y la convicción.

Estas herramientas no solo permiten múltiples formas de representación y ofrecen retroalimentación inmediata, sino que también crean espacios de exploración donde los estudiantes pueden formular y poner a prueba sus propias conjeturas. Gracias a los entornos digitales, es posible obtener evidencia visual o simbólica que fortalece la comprensión. Tal como indican Hoyles y Noss (2009), las tecnologías digitales no solo modifican la forma en que los alumnos se relacionan con las Matemáticas, sino también influyen en su vínculo emocional y epistémico con el conocimiento.

Por tanto, cerrar la distancia entre la duda y la certeza no significa erradicar la duda, sino aprender a convivir con ella de manera constructiva. Esto requiere diseñar experiencias de aprendizaje que reconozcan esa emoción, la acojan y la transformen. En este sentido, este trabajo examina cómo las herramientas digitales pueden facilitar esa transición, fomentando prácticas matemáticas que integren los aspectos afectivos, cognitivos y tecnológicos en una experiencia educativa más completa y enriquecedora.

Perspectiva teórica

Las emociones epistémicas en el aprendizaje matemático.

Aunque comúnmente se consideran un campo de certezas absolutas, las Matemáticas encierran una dimensión emocional compleja que acompaña la construcción del conocimiento. Las emociones epistémicas —como la duda, la curiosidad, la confusión y la certeza— no solo condicionan la actitud del estudiante frente a las tareas matemáticas, sino que también están profundamente implicadas en los procesos de razonamiento, descubrimiento y validación (Muis, Pekrun, Sinatra, Azevedo, & Trevors, 2015).

La duda epistémica surge cuando el sujeto se enfrenta a situaciones inesperadas, contradicciones o desafíos que ponen en tensión sus conocimientos previos. Esta experiencia, aunque puede generar incomodidad o ansiedad, también actúa como un detonante de reflexión crítica, reorganización conceptual y búsqueda activa de evidencias. Sfard (2008) señala que esta forma de inestabilidad cognitiva es esencial para un aprendizaje profundo en Matemáticas, ya que obliga a revisar creencias y a establecer nuevas conexiones.

En contraste, la certeza epistémica cumple una función estabilizadora. Lejos de representar una verdad definitiva, esta certeza se construye provisionalmente sobre la base de la lógica, la

experiencia o las evidencias disponibles, y permite al estudiante validar procedimientos y avanzar hacia nuevos aprendizajes (Yackel & Cobb, 1996).

Así, el recorrido entre la duda y la certeza es inherente al quehacer matemático. Se duda para abrir caminos de exploración, se alcanza una certeza para consolidar avances, y se vuelve a dudar frente a nuevos desafíos que impulsan el pensamiento hacia horizontes más amplios.

Este ciclo dinámico exige entornos educativos que no penalicen la duda, sino que la valoren como parte constitutiva del pensamiento matemático.

Rigo & Martínez (2017), han propuesto un instrumento para distinguir estados epistémicos de certeza y presunción o duda como se muestran a continuación:

Tabla 1.
Estados epistémicos de certeza y presunción de duda.

Elementos del habla	La persona recurre a enfatizadores del lenguaje que pueden revelar un mayor grado de compromiso con la verdad de lo que dice, por ejemplo, cuando la persona usa el modo indicativo de los verbos (e.g., tengo).
Acción	El sujeto realiza acciones consecuentes con su discurso.
Familiaridad	La persona recurre a esquemas epistémicos basados en la familiaridad (resultado de la repetición, la memorización y las costumbres).
Determinación	La persona manifiesta de manera espontánea y determinada su adhesión a la veracidad de un enunciado matemático indicando algún grado de determinación. Este grado puede ser mayor cuando el sujeto sostiene una creencia, a pesar de tener al colectivo en su contra. Incluso puede llegar a esforzarse por convencer a otros de la verdad de su posición.
Interés	Las participaciones de una persona que interviene con interés en torno a un hecho matemático específico en un foro virtual son: -Sistemáticas. Es decir, el sujeto contesta todas las preguntas dirigidas a él de la manera más detallada posible. -Informativas. Sus afirmaciones, procedimientos y/o resultados son suficientemente informativos. -Claros y precisos.
Consistencia	La persona muestra consistencia en sus distintas intervenciones.

Fuente: Rigo & Martínez (2017)

Dentro de las actividades del minicurso, esperamos poder transitar por algunos de estos estados a fin de vivenciar este paso entre la duda y la certeza que nos hace conscientes de lo relevante que es trabajo de instrumentación didáctica por parte de los docentes.

La tecnología digital como mediadora entre la duda y la certeza.

En el ámbito del aprendizaje matemático, la incorporación de herramientas digitales no solo ha ampliado los recursos pedagógicos disponibles, sino que también ha influido significativamente en las formas en que los estudiantes piensan y sienten respecto al conocimiento matemático. En particular, los entornos digitales interactivos —como los programas de geometría dinámica (por ejemplo, GeoGebra), los sistemas de álgebra computacional, los lenguajes de programación educativa y las plataformas de visualización—

ofrecen modos novedosos de representación, exploración y retroalimentación, que transforman tanto la experiencia cognitiva como la emocional del estudiante.

Uno de los beneficios centrales de estas tecnologías radica en su capacidad para hacer visibles procesos abstractos, favoreciendo así una comprensión más profunda. Al permitir la verificación de hipótesis, la experimentación con diferentes estrategias y el acceso a retroalimentación inmediata, estos entornos convierten la duda en una instancia productiva, más que en un impedimento. Tal como indican Hoyles y Lagrange (2010), las herramientas digitales promueven una participación del estudiante en la construcción del conocimiento matemático, al ofrecer recursos visuales o simbólicos que contribuyen a disminuir la incertidumbre y a modular sus emociones epistémicas.

En este contexto, los estudiantes dejan de depender exclusivamente del juicio externo del docente y comienzan a desarrollar convicción propia mediante la manipulación directa y la observación de objetos matemáticos dinámicos. Esto redefine el sentido de la certeza: ya no se trata de una meta fija, sino de un proceso gradual que se construye a través de la exploración continua, la argumentación y la revisión crítica (Sinclair & Robutti, 2013).

Finalmente, cuando estas tecnologías se integran de manera intencional y reflexiva por parte del docente, adquieren el carácter de dispositivos epistémicos. En este rol, no solo asisten en la resolución de problemas, sino que también participan activamente en la construcción de significados matemáticos.

Desde esta perspectiva, la tecnología no es neutra ni auxiliar, sino parte constitutiva del ambiente de aprendizaje donde se negocian las emociones epistémicas. Como plantea Borba y Villarreal (2005), existe una co-construcción del conocimiento entre sujeto, otros y artefactos, lo que implica reconocer el papel activo de la tecnología en la dinámica emocional del pensamiento matemático.

Artigue (2002) menciona que un instrumento se diferencia del artefacto físico que lo origina por ser “una entidad mixta, parte artefacto y parte proyectos cognitivos los cuales lo hacen un instrumento” (p.253). La conversión del artefacto en instrumento involucra una evolución en los diferentes usos del artefacto. Este proceso es llamado génesis instrumental.

El proceso de génesis instrumental según Artigue (2002) se desarrolla en dos direcciones:
La primera se enfoca hacia el artefacto, asimilando progresivamente sus potencialidades y limitaciones, transformándolas para usos específicos. Esta parte es conocida como: instrumentalización del artefacto.

La segunda se dirige al sujeto, principalmente a la apropiación de planes de acción instrumentada los cuales eventualmente tomarán forma de técnicas instrumentadas que permitan dar respuestas a tareas: instrumentación

El siguiente esquema retomado de Guin y Trouche (1999) intenta esquematizar el proceso de génesis instrumental. Figura 1



Figura 1. Esquema del proceso de génesis instrumental

Menciona Santos (2007) que “El método inquisitivo se refiere a la importancia de que los estudiantes desarrollen la comprensión del conocimiento matemático a partir de la identificación de dilemas y la formulación de preguntas que se representan y exploran en términos de recursos y estrategias matemáticas.”

Este uso constante de herramientas computacionales permite a los estudiantes construir representaciones dinámicas de los conceptos y problemas matemáticos, lo cual resulta importante para realizar exploraciones, reconocer conjeturas y eventualmente proponer argumentos que las justifiquen o soporten.

La cita anterior refleja la esencia del enfoque actual de muchas currícula de Matemáticas en diversos países, ya que, en todos ellos, este ciclo de visualizar, reconocer, examinar, argumentar, y comunicar resultados son procesos fundamentales del quehacer de la disciplina que los estudiantes deben practicar sistemáticamente. Ahora bien, estos ciclos pueden ser enriquecidos de manera sustancial con la ayuda de herramientas de tecnología digital.

En suma, la tecnología digital puede cerrar la brecha entre duda y certeza, no eliminando la duda, sino transformándola en un recurso generativo, y al mismo tiempo brindando condiciones para alcanzar certezas parciales, revisables y argumentadas, propias del quehacer matemático.

Estrategias para implementar en el minicurso

La estrategia general del taller será partir de un problema que se irá complejizando cada vez más al tiempo que se irán incorporando herramientas de tecnología digital que permitan ir mediando de la duda a la certeza.

Primer momento:

Planteamiento de un problema clásico relacionado con el Teorema de Pitágoras (figura 2):

Si el lado del cuadrado de la base es de una unidad de longitud
¿Cuánta área cubren los cuadrados de la figura?

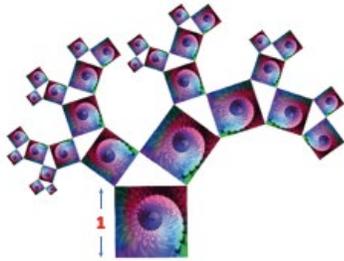


Figura 2. Problema inicial, sin uso de TIC

La discusión sobre el resultado y procesos de arribo a la certeza del resultado se realizará sin uso de tecnología digital.

Segundo Momento:

Se propondrá una imagen nueva poco común del mismo problema pero llevada a otro terreno (figura 3):



Figura 3. Fractal árbol de Pitágoras, de Hartmut Skerbisch.
Jardín de la iniciativa cultural Kunstgarten, Graz, Austria.

En este momento es donde el convencimiento y la búsqueda de certeza sobre los procesos y resultados harán necesario la emergencia del uso de tecnología digital, ya que surgirán elementos de duda sobre afirmaciones no verdaderas como ¿ $a^3+b^3=c^3$?

El entorno será una orquestación tecnológica colectiva por medio de GeoGebra Classroom, en donde avanzaremos por el análisis bidimensional de la situación, a la perspectiva tridimensional de la construcción (figura 4)

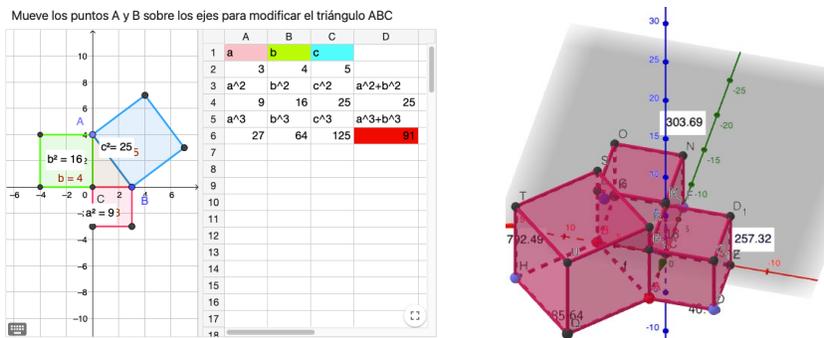


Figura 4. Exploraciones de la situación en GeoGebra Classroom

Tercer Momento:

La idea es llegar, en la medida de lo posible a una formalización con elementos de certeza en lo que se involucre el lenguaje matemático bajo un convencimiento paulatino, trabajado en los momentos anteriores (figura 5)

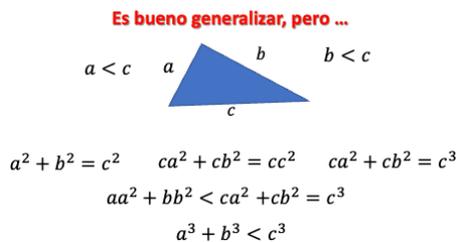


Figura 5. Problema tratado desde una perspectiva algebraica.

Conclusiones

La práctica de la docencia en Matemáticas, lejos de ser un camino exclusivamente lógico-formal, se manifiestan como una práctica profundamente humana, atravesada por emociones epistémicas como la duda y la certeza. Reconocer estas emociones en el aula no implica debilitamiento del rigor matemático, sino reconocer las condiciones afectivas necesarias para sostener procesos de comprensión, argumentación y construcción de conocimiento.

La duda manifestada en los estudiantes y docentes, lejos de ser un síntoma de debilidad cognitiva, constituye un motor epistémico, especialmente en el aprendizaje matemático, donde lo incierto y lo contraintuitivo son frecuentes. La certeza, por su parte, no es una meta final ni una verdad inamovible, sino un estado transitorio de confianza construida, que permite avanzar hacia nuevos desafíos. El tránsito entre ambas emociones no ocurre de forma automática, sino que requiere ambientes de aprendizaje que las reconozcan, validen y contengan.

Las tecnologías digitales emergen como aliadas potentes para mediar este tránsito emocional e intelectual. Al ofrecer representaciones dinámicas, retroalimentación inmediata y espacios de exploración autónoma, las herramientas digitales permiten transformar la duda en oportunidad y sostener procesos de construcción de certeza fundamentada. Sin embargo, esta potencialidad no reside en la tecnología per sí misma, sino en su uso didáctico bien orquestado e intencionado: es la mediación docente la que da sentido a la experiencia digital.

Para la práctica docente, esto implica diseñar experiencias que no eviten la duda, sino que la incorporen como parte del aprendizaje, y que integren herramientas tecnológicas que favorezcan la visualización, el ensayo, la comparación y la argumentación. También exige formación docente continua que permita desarrollar competencias no solo técnicas, sino también epistémicas y afectivas, para acompañar a los estudiantes en su trayecto entre lo incierto y lo comprensible.

Finalmente, se abren líneas fértiles para la investigación en Educación Matemática: ¿Cómo se manifiestan las emociones epistémicas en distintos niveles escolares y contextos socioculturales? ¿Qué configuraciones didácticas promueven un tránsito productivo entre duda y certeza? ¿Qué papel juegan las tecnologías emergentes como la inteligencia artificial o la realidad aumentada en este proceso? Explorar estas preguntas permitirá seguir ampliando una visión más humana, integral y tecnológicamente situada de la Educación Matemática contemporánea.

Referencias y bibliografía

- Artigue, M. (2002). Learning Mathematics in a CAS Environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 7(3), 245 – 274.
- Arzarello, F. (2004). Mathematical landscapes and their inhabitants: perceptions, languages, theories. Plenary Lecture delivered at the ICME 10 Conference. Copenhagen, Denmark. July 4-11.
- Barbara B y Luque, J. (2014). *Great Teachers: How to Raise Student Learning in Latin America and the Caribbean*. World Bank Group.
- Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation*. Springer.
- De Freitas, E., & Sinclair, N. (2012). Diagram, gesture, agency: Theorizing embodiment in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1-2), 133–152.
- D'Amore, B. (2001) Une contribution au débat sur les concepts et les objets mathématiques: la position <<naïve>> dans une théorie <<réaliste>> contre le modèle <<anthropologique>> dans une théorie <<pragmatique>>. En A. Gagatsis (Ed), *Learning in Mathematics and Science and Educational Technology* (Vol. 1, pp. 131-162).
- Duval, R. (1998). Signe et objet, I et II. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, IREM de Strasbourg, 6, 139-196.
- Godino, J. D; y Batanero, C. (1999). The meaning of mathematical objects as analysis units for didactic of mathematics. Paper presented at the *Proceedings of the First Conference of the European Society for Research Mathematics Education*.
- Guin, D y Trouche, L. (1999). The complex process of converting tools into a mathematical instruments: The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 3(3),195 – 227.
- Hoyles, C., & Lagrange, J.-B. (Eds.). (2010). *Mathematics education and technology: Rethinking the terrain*. Springer.
- Hoyles, C., & Noss, R. (2009). The technological mediation of mathematics and its learning. *Human Development*, 52(2), 129–147.
- Lopez, Elia & Bisquerra, Rafel. (2023). Emociones epistémicas: Una revisión sistemática sobre un concepto con aplicaciones a la educación emocional. *Revista Internacional de Educación Emocional y Bienestar*. 3. 35-60. 10.48102/rieeb.2023.3.2.58.
- Muis, K. R., Pekrun, R., Sinatra, G. M., Azevedo, R., & Trevors, G. (2015). The role of epistemic emotions in learning and achievement. In S. Joseph (Ed.), *Positive psychology in practice: Promoting human flourishing in work, health, education, and everyday life* (2nd ed., pp. 219–236). Wiley.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.

- Sinclair, N., & Robutti, O. (2013). Technology and the role of proof: The case of dynamic geometry. In M. Körner & E. Knipping (Eds.), *Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 161–186). Springer.
- Rubin, A. (2000). *Technology meets math education: Envisioning a practical future forum on the future of technology in education*. En <http://www.air-dc.org/forum/abRubin.htm>
- Rigo, M & Martínez, B. (2017). Epistemic States of Convincement. A Conceptualization from the Practice of Mathematicians and Neurobiology. *Understanding Emotions in Mathematical Thinking and Learning*, p. 97-131.
- Santos, M. (2007). *Resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*. México: Trillas.
- Vérillon, R. y Rabardel, G. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education* 10(1), 77 -101.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458–477.