



La enseñanza de las Matemáticas frente a los retos del mundo actual

Michèle **Artigue**

Laboratorio de Didáctica André Revuz, Université Paris Cité

Francia

michele.artigue@univ-paris-diderot.fr

Resumen

La enseñanza de las Matemáticas se enfrenta constantemente a nuevos retos, y esto es particularmente cierto hoy en día dada la acumulación de crisis, los avances tecnológicos y el hecho de que esta enseñanza no está contribuyendo como debería a la lucha contra las desigualdades y las discriminaciones, y a la formación de ciudadanos comprometidos y críticos. En esta ponencia, examinaré lo que la investigación didáctica puede aportar hoy para enfrentar estos retos, cruzando cuatro problemáticas: las reformas curriculares, la integración tecnológica, la modelización y la interdisciplinariedad, la formación inicial y el desarrollo profesional del profesorado.

Palabras clave: Educación Matemática; Retos educativos; Reformas curriculares; Integración tecnológica; Modelización; Interdisciplinariedad; Formación inicial docente; Desarrollo profesional docente.

Introducción

La enseñanza de las Matemáticas se enfrenta constantemente a nuevos retos. Esto es particularmente cierto hoy en día dada la acumulación de crisis, los avances tecnológicos y el hecho de que la enseñanza no está contribuyendo como debería a la lucha contra las desigualdades y las discriminaciones, y a la formación de ciudadanos comprometidos y críticos. Por supuesto, la enseñanza de las Matemáticas no es la única afectada por estas cuestiones, pero está claro que tiene un papel especial que desempeñar en un mundo en el que, aunque sigan siendo invisibles para muchos, las Matemáticas, a través de las tecnologías que permiten desarrollar, están cada vez más omnipresentes, en una evolución que parece volverse incontrolable. ¿Imaginábamos, por ejemplo, hace unos años, cuando nos enfrentábamos a la pandemia creada por la COVID-19 y sus efectos nocivos en los sistemas educativos, de los que

aún no nos hemos recuperado completamente en muchos países, el tsunami que iba a provocar la explosión de las tecnologías de inteligencia artificial generativa, de las que ChatGPT se ha convertido en un símbolo? ¿Previmos la necesidad de que los sistemas educativos se adaptaran con urgencia a estas tecnologías digitales que alumnos y profesores parecen estar adoptando con una rapidez que contrasta con la laboriosa integración de las tecnologías digitales cuyas posibilidades se ha intentado hasta ahora poner al servicio de la enseñanza de las Matemáticas: calculadoras, programas informáticos de geometría dinámica, hojas de cálculo, etc.?

Vivimos en un mundo cada vez más incierto, atrapados en espirales que parecen escapar a todo control. Los retos a los que se enfrenta la enseñanza en general, y la enseñanza de las Matemáticas en particular, son inmensos. Es necesario introducir cambios en los planes de estudios, en la formación del profesorado y en el acompañamiento de su desarrollo profesional y, de manera más general, en la forma de concebir las relaciones entre la Escuela y la sociedad. ¿En qué medida pueden ayudarnos los conocimientos acumulados durante más de medio siglo por la investigación didáctica? ¿En qué medida pueden ayudarnos tanto a pensar en estos cambios como a evitar las trampas en las que han caído regularmente las diversas reformas, a pesar de sus loables intenciones?

En esta conferencia, me gustaría compartir algunas reflexiones sobre estas cuestiones, basadas en mi experiencia personal y mis lecturas. Me enfocaré en cuatro problemáticas: las reformas curriculares, la integración tecnológica, la modelización y la interdisciplinariedad, y la formación y el desarrollo profesional de los docentes. Por supuesto, estas problemáticas están lejos de abarcar todo lo que requeriría un abordaje mínimamente exhaustivo del problema, pero corresponden a aspectos en los que he tenido oportunidades de trabajar y trataré de extraer algunas lecciones de esto. Aunque las separo por razones de exposición, no son en absoluto independientes. Por otra parte, aunque estoy convencida de que los conocimientos y la experiencia acumulados durante décadas pueden ayudarnos a afrontar los retos actuales, también estoy convencida de que tienen claras limitaciones a la hora de pensar en posibles respuestas, y trataré de señalarlo. Las necesidades de investigación que generan estos retos son, en efecto, también inmensas.

Las reformas curriculares

En diciembre de 2018 se organizó en Tsukuba (Japón) la conferencia asociada al estudio ICMI 24 dedicada a las reformas curriculares. El libro resultante de este estudio (Shimizu y Vithal, 2023) ofrece un útil estado actual de la reflexión sobre estas cuestiones a principios de la década de 2020. Por supuesto, no se hace referencia a las cuestiones relacionadas con la inteligencia artificial generativa que han surgido más recientemente, pero ya se observa, en la descripción y el análisis de las reformas curriculares llevadas a cabo en muchos países, la preocupación de los sistemas educativos por afrontar los retos que plantean las crisis energéticas y medioambientales, junto con la constatación de que, para contribuir a superar estos retos, la enseñanza de las Matemáticas no puede seguir aislada de la de las demás disciplinas científicas, como sigue ocurriendo con demasiada frecuencia. De hecho, para abordar eficazmente los problemas que hay que resolver se necesitan enfoques interdisciplinarios o incluso transdisciplinarios, sobre lo que volveré más adelante. Estas reformas también reflejan la creciente incertidumbre del mundo contemporáneo y la importancia de una sólida formación en

probabilidades y estadísticas para comprenderla y gestionarla, así como para formar ciudadanos informados. No es casualidad que, en muchos países, la enseñanza de las probabilidades y estadísticas, y el desarrollo de las formas de pensamiento asociadas, comience cada vez más temprano, hoy en día a menudo desde la escuela primaria, y si las directrices curriculares abogan por la inclusión en esta enseñanza en particular de proyectos sobre cuestiones socialmente candentes, basándose en datos reales recopilados mediante encuestas realizadas por los alumnos o mediante el uso de las numerosas bases de datos estadísticos ampliamente accesibles. Otra dimensión común a las recientes reformas curriculares que se destaca en esta obra es el desarrollo del llamado pensamiento computacional y algorítmico, que se convierte en un objetivo de la enseñanza de las Matemáticas, una evolución especialmente necesaria en un mundo dominado por los algoritmos. Por supuesto, se observan muchas otras evoluciones, como, por ejemplo, las reestructuraciones curriculares en torno al concepto de competencia, que expresan además la influencia de organizaciones internacionales como la OCDE en un mundo educativo ampliamente globalizado.

Las diferentes secciones de la obra abordan la cuestión de las reformas curriculares desde distintos ángulos, y todas ellas son muy instructivas. Dentro de las limitaciones impuestas a este texto, he decidido centrarme en una sección, la que se refiere más específicamente a la implementación de las reformas curriculares, en la que contribuí más directamente. A través del análisis de numerosos ejemplos de implementaciones más o menos exitosas, los capítulos de esta sección muestran la complejidad de los procesos en juego, la multiplicidad de variables y actores que los condicionan, y el contraste que a menudo se observa entre el currículo prescrito y el currículo implementado. Mogens Niss, por ejemplo, en el capítulo 16, define un currículo como un vector de seis componentes (objetivos, contenidos, materiales, formas de enseñanza, actividades de los alumnos, evaluación) y subraya la importancia de una gestión coherente y coordinada de estos seis componentes para el éxito de una reforma. Ilustra esto con el contraejemplo que, en cierto modo, representó para él la reforma curricular asociada al proyecto KOM (Competencies and the Learning of Mathematics) en Dinamarca (Niss y Højgaard, 2011) del que fue uno de los principales protagonistas. Subraya, por ejemplo, el desfase entre los objetivos formulados en términos de competencias, una organización de la enseñanza que siguió estando dirigida por los dominios y los contenidos, y métodos de evaluación que no cambiaron.

En el mismo capítulo, en mi contribución, adopto, de forma complementaria, la perspectiva ecológica e institucional propuesta por la teoría de la transposición didáctica y su extensión a la teoría antropológica de la didáctica (Bosch, 2023) para insistir en el hecho de que toda reforma curricular constituye una perturbación ecológica que interviene en un sistema dinámico complejo y abierto, y en la importancia de identificar la naturaleza exacta de esta perturbación (cómo afecta a los nichos y hábitats, a las cadenas tróficas, en particular) y cómo reacciona el sistema ante ella, para analizarla y comprender sus efectos. Estas características sistémicas provocan una incertidumbre intrínseca, lo que hace muy difícil anticipar el futuro de las reformas, por mucho cuidado que se ponga en su diseño. De ahí la importancia de establecer procesos de regulación y sistemas de recopilación de datos entre los diferentes actores implicados en el proceso, que permitan gestionar racionalmente estas regulaciones, como ilustra, por ejemplo, el caso de Japón. Desde este punto de vista y con la perspectiva que dan los años, analizo, por un lado, la reforma de la enseñanza media general (lycée, grados 10-12) llevada a cabo en Francia en 2000 y, por otro, tres reformas llevadas a cabo en países o regiones

francófonos: la Federación de Valonia-Bruselas en Bélgica, Quebec en Canadá y Túnez. La reforma de la enseñanza media fue una reforma ambiciosa cuyos ejes principales eran un refuerzo muy importante de la enseñanza de la estadística y el énfasis en la interdisciplinariedad y la modelización. Su éxito estaba lejos de estar garantizado. Las tres reformas tenían como objetivo el desarrollo de planes de estudios estructurados por competencias y tuvieron efectos contrastados. En ambos casos, el análisis sistémico y ecológico desarrollado permitió comprender su evolución, cómo se superó la perturbación ecológica, de forma positiva o no.

Ángel Ruiz concluye esta sección formulando lo que denomina las leyes de la implementación curricular. Son las siguientes: *la ley de la diversidad* (puede haber una combinación de factores para la implementación de una reforma curricular que tenga éxito en un país y no en otro), *la ley de las dos direcciones* (para alcanzar el éxito, se debe considerar la existencia de recursos adecuados, especialmente para los docentes, y estrategias de implementación, permitiendo desarrollos tanto de arriba hacia abajo como de abajo hacia arriba; lo esencial es crear una buena sinergia entre estos dos procesos), *la ley de la alineación* (para la implementación más adecuada de una reforma curricular debe haber una alineación de todos los medios educativos con los esfuerzos de reforma), *la ley del largo plazo* (excepto en el caso de cambios curriculares de muy poco alcance, las reformas deben concebirse como procesos a largo plazo) y *la ley de la incertidumbre* (las reformas curriculares no son procesos *in vitro* y, por lo tanto, conllevan inevitablemente una gran carga de imprevisibilidad e incertidumbre). Por último, la experiencia de la pandemia le llevó a añadir una sexta ley (toda implementación curricular debe incluir un factor (RRR) que implique al menos tres acciones relacionadas con los objetivos: replanteamiento, reformulación y reprogramación), un factor que le parece de particular importancia en países o regiones dentro de un país con un menor desarrollo socioeconómico, educativo y cultural. Son leyes que no debemos olvidar cuando pensando en los cambios curriculares futuros.

Un riesgo denunciado, por otra parte, en este estudio e ilustrado con numerosos ejemplos es el de la acumulación de reformas, ya sea como resultado de la sujeción de las reformas a calendarios políticos a corto plazo o de la rápida y potencialmente caótica evolución de las demandas sociales dirigidas a la Escuela. Se trata, evidentemente, de un riesgo importante en la actualidad por las razones expuestas anteriormente. Como bien muestran los ejemplos, la acumulación de reformas impide una regulación satisfactoria. También agota a los actores y los desmotiva.

La última lección de esta obra en la que me gustaría insistir es la importancia de tener en cuenta la agencia de los actores, en particular de los actores esenciales de cualquier reforma curricular que son los docentes. Esto se destaca especialmente en la sección de la obra dedicada al tema E del estudio ICMI (*Agents and Processes of Curriculum Design, Development and Reforms in School Mathematics*) y se ilustra con numerosos ejemplos. Me parece especialmente importante hoy en día para afrontar el reto que plantea el desarrollo de los usos escolares de la IA generativa, habida cuenta de todas las iniciativas que están surgiendo para apoyar los aprendizajes matemáticos y el trabajo docente.

La integración tecnológica

Desde hace más de cincuenta años, la investigación didáctica ha estudiado el potencial de las tecnologías digitales para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas a medida que estas iban surgiendo. También ha contribuido al desarrollo de estas tecnologías, como lo ilustra, por ejemplo, el desarrollo de programas de geometría dinámica. Dos estudios del ICMI se han dedicado a estas cuestiones, el primero y el decimoséptimo (Churchhouse, 1986; Hoyles y Lagrange, 2010). Desde entonces, se han multiplicado las publicaciones, artículos y obras, basadas en una diversidad de enfoques teóricos. En el marco de esta conferencia, me limitaré a uno de estos enfoques, el Enfoque Instrumental (EI), al desarrollo del cual he contribuido activamente desde mediados de los años 90. De hecho, dediqué mi unidad del proyecto AMOR (Awardee Multimedia Online Resources) del ICMI a esta aventura colectiva (Artigue, 2020) y el lector encontrará en la unidad muchas referencias que no repetiré aquí para limitar la lista de referencias. Su aparición se produjo en un momento en el que, en Francia, se planteaba la cuestión de la integración de herramientas de cálculo simbólico, los CAS, en la enseñanza secundaria, y de los cambios curriculares que se necesitaba prever. Se planteaban numerosas preguntas y se expresaban inquietudes, aunque los promotores de los CAS y las primeras investigaciones afirmaban que los CAS podían favorecer el aprendizaje matemático, ya que, al liberar a los alumnos de las tareas técnicas, les permitían dedicarse a actividades más conceptuales y estratégicas. Por ejemplo, desde 1989, se permitía todo tipo de calculadora en el examen de Matemáticas del bachillerato, que cierra los estudios secundarios y permite el acceso a la universidad. ¿Qué pruebas proponer si los alumnos disponían de calculadoras que calculaban derivadas y límites y resolvían ecuaciones? ¿Qué debían ser las metas de la enseñanza si estas tareas emblemáticas de las Matemáticas de secundaria eran realizadas por las calculadoras? A pesar de las evidentes diferencias, no puedo evitar ver una resonancia entre estas preguntas y las que se plantean hoy en día debido al uso por parte de muchos alumnos de herramientas como ChatGPT, y ello desde el comienzo de la secundaria.

En aquel momento, las observaciones que realizamos con los alumnos demostraron rápidamente que las cosas eran mucho más complejas de lo que afirmaban los promotores de esta tecnología. La actividad técnica cambiaba de naturaleza, pero no desaparecía, y el cambio hacia actividades conceptuales y estratégicas no se producía necesariamente. El enfoque instrumental que surgió entonces combinaba la perspectiva de la ergonomía cognitiva desarrollada por Verillon y Rabardel (1995) y la perspectiva institucional de la teoría antropológica de la didáctica (TAD) ya mencionada. Permitió un avance significativo en las cuestiones de integración tecnológica. La perspectiva ergonómica, a través de la distinción entre *artefacto* e *instrumento*, conceptualizaba el hecho de que una herramienta, sea cual sea, no es de por sí un instrumento para quien la utiliza, sino que esto es el resultado de un proceso generalmente complejo denominado *génesis instrumental*, que se traduce en la elaboración o apropiación de esquemas de uso y acción instrumentada. La TAD ayudaba a tener en cuenta la dimensión institucional de estos procesos de génesis instrumental, las condiciones y restricciones que los influyen en los diferentes niveles de la escala de co-determinación didáctica distinguidos en esta teoría. También ayudaba, a través de su modelo praxeológico de las actividades humanas, a superar la contraproducente oposición entre actividad técnica y conceptual, al pensar sus relaciones de forma dialéctica. De este modo, llevaba a considerar la *doble valencia, epistémica y pragmática*, de las técnicas enseñadas. En efecto, estas tienen una valencia pragmática al

transformar las situaciones y producir resultados, pero también tienen una valencia epistémica, ya que contribuyen a la comprensión de los objetos que ponen en juego. Y su enseñanza se justifica por estas dos valencias, y no solo por la pragmática. Si no fuera así, ¿por qué se daría siempre tanta importancia a la enseñanza de técnicas operatorias como la de división? Esta distinción, por último, ayudaba a apuntar el desequilibrio creado entre estas dos valencias por el uso de los CAS en detrimento de la valencia epistémica, y la necesidad de crear nuevas tareas para restablecer un equilibrio satisfactorio entre ellas. Está claro que con un CAS, un alumno puede resolver en pocos minutos una larga lista de ecuaciones cuadráticas, pero ¿qué habrá aprendido?

Iniciado en el contexto de los CAS, el enfoque instrumental demostró posteriormente su pertinencia para otras tecnologías, ya fueran tecnologías como las hojas de cálculo que, al igual que los CAS, no se habían concebido inicialmente para la enseñanza, o tecnologías diseñadas para la enseñanza, como los programas informáticos de geometría dinámica. Centrado inicialmente en el alumno, el enfoque se extendió posteriormente al profesor, lo que condujo a nuevas construcciones conceptuales, como la de *orquestración instrumental* introducida por Trouche o de *doble génesis instrumental*, para tener en cuenta la necesidad de que el profesor se apropie de estas herramientas tecnológicas para su propia actividad matemática, pero también para convertirlas en instrumentos de su actividad didáctica.

No puedo entrar en más detalles, pero creo que los numerosos conocimientos empíricos, conceptuales y metodológicos adquiridos gracias a los trabajos de investigación que han utilizado este enfoque instrumental, a menudo combinándolo con otras perspectivas teóricas, pueden ayudarnos a abordar los retos que plantea la irrupción de tecnologías como la IA generativa, a pesar de las evidentes diferencias de contexto. Al igual que otras tecnologías, estas tecnologías no son, en sí mismas, instrumentos para la actividad de los alumnos y profesores. Las observaciones realizadas con alumnos y estudiantes, por ejemplo, muestran la aparición de fenómenos similares a los ya observados, la búsqueda de respuestas a través de la multiplicación de «prompts» en lugar del análisis de las respuestas proporcionadas, o la confianza excesiva en las respuestas propuestas por las IAG. De ello se derivan numerosas preguntas: ¿Cuáles son las necesidades matemáticas y tecnológicas de estas nuevas génesis instrumentales? ¿Qué nivel de conocimiento del funcionamiento de estas herramientas se requiere y cómo acceder a la información necesaria? ¿Cómo acompañar institucionalmente estas génesis instrumentales y cuál debe ser la responsabilidad de los profesores de Matemáticas? Y también: ¿Qué tipos de tareas para encontrar un balance productivo entre las valencias epistémicas y pragmáticas de estas herramientas? ¿Qué contratos didácticos establecer para su uso? Son cuestiones muy abiertas y, si bien la búsqueda de respuestas puede beneficiarse de los logros de los trabajos realizados sobre estos temas tecnológicos durante varias décadas, no cabe duda de que será necesario enriquecer las praxeologías de investigación desarrolladas hasta ahora para encontrar respuestas.

Modelización e interdisciplinariedad

Como he señalado en la introducción, la enseñanza de las Matemáticas no puede contribuir a la comprensión y la acción frente a los retos a los que se enfrenta hoy la humanidad si permanece aislada en una torre de marfil. Tanto la comprensión como la búsqueda de soluciones requieren la sinergia de diferentes disciplinas, tanto de las ciencias naturales como de las

humanidades, y, por lo tanto, que la enseñanza de las Matemáticas aborde de manera más eficaz las cuestiones relacionadas con la modelización. Como escribimos en (Maass y al., 2002, p. 33), en el contexto post-pandémico, “mathematical modelling is a key element of citizenship education” y las nuevas exigencias en la materia han ampliado su alcance, “from a focus on learning to apply mathematics to real-world context generally and developing mathematical literacy to include capabilities such as evidence-based decision-making, dealing with uncertainty, and fostering critical and scientific attitudes”. Esta preocupación se refleja claramente en las recientes evoluciones curriculares en todo el mundo. En este ámbito, la investigación didáctica también ofrece numerosos recursos. Por supuesto, se debe mencionar al grupo internacional ICTMA (The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications)¹, hoy afiliado al ICMI, y así como las publicaciones derivadas de las conferencias que organiza cada dos años desde 1983, el estudio ICMI 14 (Blum y al., 2014) y los números especiales de revistas que se dedican regularmente a este tema.

Por mi parte, aunque desde el inicio de mi carrera he colaborado con didactas de la física, empecé a trabajar realmente en estas cuestiones a principios de la década de 2000 (Artigue, 2012; a parecer), cuando se introdujeron proyectos interdisciplinarios en la enseñanza secundaria y la competencia de modelización se convirtió en una de las seis competencias que la enseñanza de las Matemáticas debía permitir desarrollar a los alumnos, durante la reforma de la enseñanza media mencionada anteriormente. Los profesores, en particular los de Matemáticas, estaban muy mal preparados para ello, al igual que sus formadores. Esto nos llevó a crear un grupo de trabajo específico en el IREM de París con profesores y didactas de Matemáticas, ciencias físicas y químicas, ciencias de la vida y de la tierra, y también a implantar un curso de modelización en el máster didáctico de formación de formadores de la universidad, en el que participé durante unos diez años.

Además, a partir de 2010, fui invitada a participar como experta científica en una serie de proyectos europeos destinados a difundir métodos de investigación en la enseñanza de las Matemáticas y las ciencias. La modelización y la interdisciplinariedad iban de la mano con el desarrollo de estos métodos. Así, pude apreciar la amplitud y la riqueza del trabajo de investigación, experimentación y producción de recursos para la enseñanza y la formación del profesorado que se ha desarrollado en torno a estas temáticas a lo largo de este cuarto de siglo. Esto ha ido acompañado de una creciente consideración de cuestiones socialmente candentes, como por ejemplo en el proyecto MOST (Meaningful Open Schooling Connects Schools to Communities – 2020-2023), la atención prestada a cuestiones energéticas y medioambientales (gestión de residuos) en la realización de cientos de SCPs (School Community Projects) que movilizaron a una diversidad de actores más allá de la mera institución escolar². Como se precisa en la página web del proyecto:

He aprendido mucho de estas diversas experiencias sobre los requisitos de una verdadera colaboración interdisciplinaria, en particular la necesaria sensibilidad hacia las diferencias epistemológicas entre las disciplinas, diferencias que hacen que, por ejemplo, los términos clave de la actividad científica, como hipótesis, modelo, experimentación, validación y prueba, no

¹ <https://www.ictma.net/>

² <https://icse.eu/international-projects/most/>

tengan el mismo significado para todos. También he aprendido a tener más en cuenta, en la comunicación interdisciplinaria, las relaciones diferenciadas, forjadas por la historia, que las diversas disciplinas mantienen con las Matemáticas, desde aquellas como la física, en las que las Matemáticas son constitutivas de los conceptos clave, hasta aquellas que, como las ciencias de la vida, no han comenzado a matematizarse hasta hace relativamente poco tiempo y en las que coexisten una variedad de modelos, matemáticos o no.

También he aprendido mucho sobre los numerosos obstáculos institucionales que se oponen a la implementación de prácticas verdaderamente interdisciplinarias y de modelización en la enseñanza, la falta de dispositivos y medios adecuados en las organizaciones escolares para poner en marcha proyectos, las limitaciones de la formación inicial y continua de los docentes en este ámbito y, en particular, las prácticas de evaluación, que a menudo permanecen inalteradas y, por lo tanto, son incapaces de tener en cuenta los aprendizajes asociados, a pesar de los discursos de los responsables institucionales que afirman la necesidad de desarrollar estas prácticas y competencias. Estos obstáculos afectan a los docentes de todas las disciplinas, pero afectan especialmente a los docentes de Matemáticas. Lo observamos durante la implementación de los proyectos en la reforma curricular de 2000. Más que los profesores de otras disciplinas científicas, les costaba encontrar su lugar en este sistema. Los problemas elegidos por los alumnos casi nunca eran matemáticos, y el lugar que ocupaban las Matemáticas en su trabajo solía ser muy limitado, lo que resultaba poco satisfactorio para los profesores, que hubieran deseado que los alumnos volvieran a movilizar las Matemáticas que estaban aprendiendo en ese nivel. El problema no está realmente resuelto. En la introducción del número especial de ZDM dedicado a las Matemáticas en la educación interdisciplinaria STEM (Goos y al., 2023) reconocen que “the role of mathematics in STEM education often appears to be marginal, and we do not understand well enough how mathematics contributes to STEM-based problem-solving or how STEM education experiences enhance students’ learning of mathematics”. Y, tras presentar una revisión narrativa de 53 artículos de investigación publicados en este ámbito entre 2017 y 2022, el artículo concluye subrayando la necesidad de desarrollar la investigación, en particular en los cinco temas siguientes:

- estudiar los métodos y las razones que permiten relacionar las disciplinas que componen las STEM de manera que se preserve la integridad disciplinaria de las Matemáticas;
- aclarar lo que se entiende por «éxito» de los estudiantes en los programas, proyectos y otros enfoques educativos interdisciplinarios en materia de STEM;
- estudiar cómo se puede ayudar a los profesores a modificar su visión del posible papel de las Matemáticas en la enseñanza interdisciplinaria de las STEM, e ir más allá de las prácticas actuales que posicionan las Matemáticas como una herramienta para resolver problemas de otras disciplinas;
- comprender qué hace que una tarea STEM sea matemáticamente rica;
- y preguntarse también cómo la investigación sobre la enseñanza de las STEM puede influir de manera productiva en la política de enseñanza de las STEM.

Todo esto demuestra que, a pesar de las investigaciones y los logros existentes, aún queda mucho por hacer.

Formación y desarrollo profesional docente

Lo anterior nos lleva naturalmente al cuarto punto que deseo abordar, el de la formación y el desarrollo profesional de los docentes. También en este ámbito, la investigación y los logros se han desarrollado especialmente durante las últimas décadas. Al igual que en el caso de las cuestiones tecnológicas, dos estudios del ICMI se han centrado en estas problemáticas, el estudio ICMI 15 (Even y Ball, 2009) y el reciente estudio ICMI 25 (Borko y Potari, 2024) centrado en el trabajo colaborativo de los docentes. Es en esta colaboración, la colaboración entre docentes, pero también entre docentes, formadores e investigadores, en lo que deseo insistir. Me parece una condición esencial para cualquier progreso sostenible en la enseñanza de las Matemáticas y sigue siendo problemática en muchos contextos, aunque el estudio ICMI 25 ofrece numerosos ejemplos de logros instructivos.

Lo he vivido personalmente a lo largo de mi carrera, ya que muy pronto, tras mi contratación en la Universidad Paris 7, comencé a desempeñar parte de mi labor en el Departamento de Matemáticas en el IREM de París, una estructura original y especialmente propicia para estas colaboraciones creada en 1969³. Así, participé en diversos grupos de trabajo temáticos del IREM que reunían a investigadores universitarios, matemáticos, historiadores de las Matemáticas, didactas y profesores. De acuerdo con las misiones del IREM, a partir de nuestros experimentos e investigaciones, elaborábamos recursos para la enseñanza y organizábamos sesiones de formación continua para profesores de Matemáticas. Pero debo admitir que, aunque colaborábamos estrechamente en la preparación y la implementación de las formaciones, y aunque estas producían recursos de calidad y muy acordes con las expectativas del terreno, el desarrollo de prácticas colaborativas no era un objetivo en sí mismo de las formaciones y los profesores que las seguían no percibían necesariamente su importancia. Esto limitaba su impacto.

Se produjo una evolución gracias al contacto con el modelo japonés de *lesson studies* (LS en lo sucesivo), que ha experimentado una impresionante difusión internacional desde la década de 2000 (Quaresma y al., 2018). Algunos investigadores ya habían destacado su compatibilidad con la cultura IREM (Clivaz, 2015 por ejemplo), pero fue a partir de 2017 cuando realmente se desarrollaron los ensayos de hibridación en Francia. Desde entonces, participo y estudio con otros investigadores de mi laboratorio, el LDAR, en una iniciativa pionera en este ámbito, puesta en marcha en el IREM de Rouen⁴. De hecho, los miembros de un grupo de trabajo de este IREM habían participado en la elaboración de un recurso nacional destinado a reforzar las relaciones entre las Matemáticas y la vida cotidiana en la enseñanza, uno de los objetivos de la reforma de la enseñanza primaria y secundaria básica (*collège* en Francia) de 2016. Las autoridades regionales pidieron al grupo organizar sesiones de formación continua para ayudar a los profesores de Matemáticas a apropiarse de este recurso y explotarlo. Conscientes de las limitaciones de las formaciones continuas usuales, y habiendo descubierto la proximidad entre las LS y el trabajo que ellos mismos habían realizado para desarrollar estos recursos, gracias al contacto con Stéphane Clivaz, especialista en LS, decidieron organizar esta formación en forma

³ Para informaciones en español sobre la red de los IREM se puede acceder al documento preparado para la presentación nacional francesa al congreso ICME 14 por la CFEM (Comisión Francesa para la Educación Matemática): http://www.cfem.asso.fr/icmi/icme-14/NP_France_ICME14Espanol.pdf

⁴ <https://irem.univ-rouen.fr/presentationactivites>

de LS. El concepto de LS fue adaptado para tener en cuenta las condiciones de la formación continua del profesorado en Francia, muy diferentes del contexto japonés, así como algunas especificidades de la cultura IREM. Esto ha dado lugar a un objeto híbrido denominado «Lesson Study adaptada» (LSa), que combina una formación presencial de tres días y un trabajo colaborativo a distancia en una plataforma institucional que se extiende a lo largo de varios meses (Masselin, 2020). Este objeto integra desde el principio a didactas y se basa en recursos producidos en LS internas de los miembros del grupo IREM, que se enriquecen progresivamente a medida que se realizan las LSa (gérmenes de situaciones, planillas para estructurar su análisis a priori, para anticipar las intervenciones necesarias del profesor encargado de la lección de investigación y para apoyar el trabajo de los facilitadores, banco de extractos de vídeos comentados para apoyar los análisis a priori y la preparación de la lección de investigación, etc.), todo ello compartido y accesible para todos al final de la formación.

Tras ocho años de existencia, podemos empezar a extraer lecciones de esta historia, que ha sido documentada con precisión por sus protagonistas y estudiada por los investigadores. Junto con dos actores clave del dispositivo, miembros del grupo IREM, Blandine Masselin y Frédéric Hartman (Masselin y al., 2023), he estudiado, por ejemplo, los diferentes roles que desempeñan los facilitadores en este dispositivo, el papel que desempeñan los gérmenes de situación, una especificidad de este dispositivo, tanto en la formación de los profesores como en la de los facilitadores. Otras investigaciones se han centrado en el tratamiento de la modelización, un objetivo constante de las LSa organizadas, y su evolución a lo largo de los años, o se están llevando a cabo sobre el efecto de las LSa en las prácticas de los profesores que han seguido varios ciclos de LSa. Siempre con Blandine Masselin, me he interesado especialmente por la dinámica de este dispositivo (Artigue y Masselin, 2024), adoptando la perspectiva ecológica e institucional de la TAD y utilizando la teoría de los hipergrafos para tener en cuenta el papel esencial que desempeñan las redes institucionales en esta compleja dinámica. Porque, a lo largo de los años, el dispositivo LSa se ha ampliado desde la formación continua de profesores hasta su formación inicial y también la de formadores; sin dejar de centrarse en cuestiones de modelización, se ha puesto al servicio de otras problemáticas, como las transiciones institucionales, y más recientemente de otras disciplinas, como las ciencias físicas y químicas; Ha migrado a otras regiones distintas de la región en la que surgió, Normandía, y se ha utilizado para actividades de desarrollo profesional docentes en los laboratorios de Matemáticas creados en los centros de enseñanza secundaria en el marco del Plan Matemáticas que siguió a la publicación del informe Villani-Torrossian (Villani-Torrossian, 2018), etc. Todo ello ha movilizado a un número cada vez mayor de actores e instituciones, entre las cuales los propios actores navegan.

Hemos denominado a esta dinámica «dinámica de spin-off» (essaimage en francés). Implica una combinación original de iniciativas de abajo hacia arriba procedentes de actores sobre el terreno, e iniciativas institucionales, de arriba hacia abajo. La difusión es muy progresiva y no está organizada jerárquicamente, lo que deja un importante margen de maniobra a los diferentes actores. Al mismo tiempo, numerosos escritos, el papel desempeñado por el grupo fundador del IREM de Rouen y encuentros regulares garantizan la fidelidad al concepto, a pesar de las adaptaciones necesarias. Estas características me parecen importantes para explicar la resiliencia de este dispositivo, a pesar de la acumulación de reformas, de las condiciones cada vez más difíciles para la formación continua de los docentes y del empeoramiento de sus

condiciones de trabajo. Porque los resultados obtenidos, aunque no son milagrosos, muestran que el dispositivo está vivo, que se han creado comunidades que siguen activas y que la colaboración avanza. Quiero ver en ello un mensaje de esperanza frente a los inmensos retos a los que nos enfrentamos, al caos y a la violencia del mundo.

Observaciones finales

En este texto, al preguntarme sobre los recursos que la investigación didáctica acumulada durante décadas ofrece para permitir que la enseñanza de las Matemáticas haga frente a los retos del mundo actual, he intentado compartir reflexiones y experiencias cruzando cuatro perspectivas: cambios curriculares, integración tecnológica, modelización e interdisciplinariedad, formación inicial y desarrollo profesional docente. He intentado mostrar que la investigación didáctica proporciona efectivamente numerosos recursos, incluso si lo hice muy parcialmente para cada una de estas perspectivas. También he intentado mostrar que los retos del mundo actual renuevan las problemáticas y que los recursos acumulados para apoyar cada una de estas perspectivas distan mucho de ser suficientes.

Sin embargo, hay otras problemáticas igualmente esenciales, en particular la de las desigualdades educativas. De hecho, esta está presente en todas las demás. Por ejemplo, la ambición de reducir estas desigualdades y desarrollar una enseñanza de las Matemáticas más inclusiva es un objetivo compartido por todas las reformas curriculares recientes, aunque, una vez más, existe una gran diferencia entre el discurso y la realidad. La pandemia de COVID-19 nos ha mostrado claramente los efectos devastadores de las desigualdades sociales en el acceso a las tecnologías digitales y hoy en día es necesario preguntarse por el efecto que puede tener la IA en las desigualdades escolares. Existen también numerosos recursos sobre esta problemática de las desigualdades escolares, que no se mencionan aquí, pero que son tan importantes para el avance de la enseñanza y del aprendizaje de las Matemáticas como los evocados, que son ya muy numerosos. No me cabe duda de que este congreso CEMACYC otorgará a esta problemática, especialmente sensible y trabajada a nivel regional, el lugar que merece, con contribuciones mucho más valiosas que las que yo personalmente habría podido hacer.

Referencias

- Artigue, M. (2012). Reflections around interdisciplinary issues in mathematics education. En W. Blum, R. Booromeo Ferri y K. Maass (Eds.), *Mathematik unterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität* (pp. 24-33). Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-8348-2389-2_3
- Artigue, M. (2020). *ICMI AMOR Project – Michele Artigue Unit – The Instrumental Approach*. <https://www.mathunion.org/icmi/awards/amor/michele-artigue-unit>.
- Artigue, M. (a parecer). L'enseignement des mathématiques à l'heure des STIM. En H. Squalli y A. Adihou (Eds.), *Actas del Coloquio ADiMA 4, Université Mohammed 6 Polytechnique*, 20-24 mai 2024. Université de Sherbrooke y ADiMA.
- Artigue, M. y Masselin, B. (2024). The role of institutional networks in the implementation of innovative collaborative devices of teacher professional development: the case of adapted lesson studies. *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, 4(1), 50–82. <https://doi.org/10.1163/26670127-bja10019>
- Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, H.-W. y Niss, M. (Eds.) (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1>
- Bosch, M. (2023). *ICMI AMOR Project – Yves Chevallard Unit – The Anthropological Theory of the Didactic*. <https://www.mathunion.org/icmi/awards/amor/yves-chevallard-unit>.

- Borko, H. y Potari, D. (Eds.) (2024). *Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups. . The 25th ICMI Study*. Springer Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-56488-8>
- Churchhouse, R. F. (Ed.) (1986). The influence of computers and informatics on mathematics and its teaching. ICMI Study Series. Cambridge University Press. https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/ICMI%20studies/ICMI%20Studies%201-5/ICMI_STUDY_01.1_1985_Strasbourg_The_Influence_of_Computers_and_Informatics_on_Mathematics_and_its_Teaching.pdf
- Clivaz, S. (2015). French didactique des mathématiques and lesson study: A profitable dialogue? *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 4(3), 245–260. <https://doi.org/10.1108/ijlls-12-2014-0046>
- Even, R y Ball, D. (Eds.) (2009). *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. The 15th ICMI Study*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-09601-8>
- Goos, M., Carreira, S. y Namukasa, I.K. (2023). Mathematics and interdisciplinary STEM education: recent developments and future directions. *ZDM Mathematics Education* 55, 1199–1217. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01533-z>
- Hoyles, C. y Lagrange, J. B. (2010). *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain. The 17th ICMI Study*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0>
- Maass, K. y al. (2022). Mathematical modelling – a key to citizenship education. En Buchholtz, N., Schwarz, B., Vorhölter, K., (Eds.) *Initiationen mathematikdidaktischer Forschung*. Springer Spektrum, Wiesbaden. https://doi.org/10.1007/978-3-658-36766-4_2
- Masselin, B. (2020). *Ingénierie de formation en mathématiques de l'école au lycée: des réalisations inspirées des lesson studies*. Presses Universitaires de Rouen et du Havre.
- Masselin, B., Hartmann, F. y Artigue, M. (2023). Étude du rôle des facilitateurs dans un dispositif de lesson study adapté. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 1, 213–260. <https://doi.org/104000/adsc.1816>
- Mission Villani–Torossian. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. <https://www.education.gouv.fr/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques-3242>
- Niss, M. y Højgaard, T. (Eds.). (2011). *Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of mathematical teaching and learning in Denmark*. Roskilde University – IMFUFA. (English edition: Translation of parts of Niss & Jensen, 2002).
- Quaresma, M., Winsløw, C., Clivaz, S., da Ponte, J. P., Shúilleabháin, A. N. y Takahashi, A. (Eds.) (2018). *Mathematics lesson study around the world*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-75696-7>
- Shimizu, Y. y Vithal, R. (Eds.). (2023). *Mathematics Curriculum Reforms Around the World. The 24th ICMI Study*. Springer Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4>
- Verillon, P. y Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *Eur J Psychol Educ* 10, 77. <https://doi.org/10.1007/BF03172796>