



Conocimiento pedagógico del profesor de Matemáticas y su influencia en el desarrollo del pensamiento matemático

Claudia Lisete Oliveira **Groenwald**
Universidade Luterana do Brasil; Universidade Franciscana
Rio Grande do Sul, Brasil
Claudiag1959@gmail.com

Resumen

Este minicurso presenta un extracto de la investigación del grupo GECM – Grupo de Estudio Curricular de Educación Matemática, cuyo objetivo es discutir e investigar una transformación curricular en la Educación Básica y en la formación de profesores en la Educación Superior en relación con la enseñanza de la Matemática. Se discutirán objetos de aprendizaje sobre el tema de Geometría en los años finales de la Educación Básica, desarrollados con el software GeoGebra. Las actividades propuestas se desarrollarán en grupos, con el manejo de los objetos de aprendizaje, y se promoverá la reflexión didáctica en un entorno simulado. El minicurso fomenta el análisis crítico y el diálogo, favoreciendo la comprensión del uso de las tecnologías digitales en la práctica docente por medio de experiencias vivenciales y colaborativas.

Palabras clave: Educación Matemática; Formación del profesorado; Tareas matemáticas; Objetos de aprendizaje; Tecnologías digitales.

Introducción

Reflexionar sobre la formación de los profesores de Matemática implica discutir las características que definen al docente como un profesional interesado y capaz de crear y adaptar métodos pedagógicos a su entorno de trabajo, utilizando los conocimientos matemáticos para comprender el mundo que le rodea y despertando en el alumno el hábito del estudio independiente, la creatividad, la persistencia en la solución de problemas, el interés por conocer su entorno laboral y a sus alumnos, así como el hábito de reflexionar sobre su labor docente, buscando caminos que conduzcan a una educación de calidad.

Se entiende que la formación de profesores de Matemática implica integrar diversos tipos de conocimientos, la teórica de la disciplina que implica conocer los conceptos matemáticos, la didáctica y metodológica de cómo enseñar dichos conceptos y también cómo los estudiantes aprenden estos conceptos, así como las relaciones entre el currículo escolar y la realidad educativa.

Como destaca Shulman (1986, 1987), el conocimiento del docente no se limita a la comprensión de los contenidos disciplinares, sino que también involucra el Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK), que se refiere a la forma en que el docente transforma los conceptos matemáticos en propuestas didácticas accesibles y significativas para los estudiantes. Así, discutir la formación docente en Matemáticas implica integrar la dimensión de contenido con estrategias pedagógicas y la comprensión de las dificultades y concepciones de los estudiantes.

En este sentido, es importante que la formación inicial permita a los estudiantes tener la oportunidad de desarrollar las habilidades que les permitan actuar como profesionales capaces de desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Este minicurso tiene como objetivo discutir la formación inicial como un proceso de discusión, reflexión y desarrollo de competencias/habilidades que son fundamentales para los docentes que enseñan Matemática en todos los niveles educativos.

Se presentarán los resultados de un estudio de caso, con estudiantes del Grado en Matemáticas y el desarrollo de un Diseño Instruccional (DI) y cómo este posibilita el desarrollo de dichas habilidades, utilizando metodologías que posibilitan la formación del pensamiento matemático (Filatro, 2008). Se discutirán actividades organizadas en tareas matemáticas para estudiantes de los últimos años de la Educación Primaria, utilizando objetos de aprendizaje desarrollados con el *software* GeoGebra en el tema de Geometría.

En lo Brasil, la Base Nacional Común Curricular – BNCC (Brasil, 2018) indican que los profesionales formados en cursos de Matemática deben tener una visión integral del rol social del educador, apertura a la adquisición y uso de nuevas ideas y tecnologías, visión histórica y crítica de las Matemáticas, capacidad para continuar aprendiendo y trabajar en equipos multidisciplinares, habilidad para comunicarse matemáticamente y comprender las Matemáticas, establecer relaciones con otras áreas del conocimiento, utilizar el conocimiento para comprender el mundo que les rodea, la capacidad de crear y adaptar métodos pedagógicos a su entorno de trabajo, de expresarse de forma clara, precisa y objetiva.

Ejemplos de tareas matemáticas para el desarrollo del pensamiento matemático

Cuando se trata de pensamiento matemático, se entiende que la actividad matemática constituye una forma particular de actividad humana, que involucra tanto procesos de razonamiento como elementos de experiencia (Bianchini y Lima, 2021). En este contexto, corresponde al profesor interesarse por las razones, procedimientos, explicaciones y formulaciones, escritas y orales, que los estudiantes movilizan al responder a una tarea

matemática. Según Bianchini y Lima (2021), la razón por la que los ciudadanos deben estudiar Matemáticas en la Educación Básica es que su aprendizaje favorece el desarrollo de una estructura analítica, es decir, cómo pensar de manera estructurada.

Según Katagiri (2004, p. 49) citado por Bianchini y Lima (2021), ya en los primeros niveles de escolaridad, el enfoque de la enseñanza debe estar en el desarrollo del pensamiento matemático. El autor argumenta que, ante los obstáculos a los que se enfrentan los niños a la hora de resolver tareas matemáticas, no basta con que el profesor aporte directamente los conocimientos y habilidades necesarios para superar dichas dificultades. Por el contrario, su función es crear condiciones que permitan a los estudiantes desarrollar actitudes y estrategias cognitivas propias de las formas de pensar de las Matemáticas, para que se acostumbren a estos procesos y, progresivamente, adquieran autonomía para superar los desafíos (Bianchini y Lima, 2021, p. 41).

En el campo de la Educación Matemática, esta postura está en línea con lo que orienta el BNCC (Brasil, 2018) al reconocer el pensamiento matemático como una competencia fundamental a desarrollar a lo largo de la Educación Básica. Así, más que transmitir contenidos, corresponde al docente favorecer la construcción del razonamiento, la formulación de estrategias y la movilización de diferentes formas de pensamiento, incentivando a los estudiantes a abordar los problemas de manera creativa, crítica y reflexiva. En este sentido, los tipos de tareas matemáticas que los docentes planifican para sus estudiantes resultan de gran importancia, posibilitando desarrollar el pensamiento matemático.

Para Penalva y Llinares (2011), la tarea matemática es la propuesta de acción que el profesor presenta, piensa o expone a sus estudiantes para el aprendizaje de las Matemáticas. La tarea puede adoptar diferentes formas (problemas, ejercicios, investigaciones, etc.), siempre con objetivos específicos, y forma parte de un conjunto más amplio llamado actividad, que también involucra los procesos cognitivos individuales y/o colectivos de los estudiantes. Estas tareas deben concebirse como herramientas de aprendizaje, que permitan a los estudiantes pensar matemáticamente y no solo aplicar "recetas" o procedimientos mecánicos. Así, las buenas tareas reflejan ideas importantes en Matemáticas, permiten la movilización de conocimientos previos y promueven conexiones conceptuales.

Desde una perspectiva más amplia, Ponte (2010) diferencia ejercicios, problemas e investigaciones como tipos de tareas: Ejercicios: aplicar métodos que ya se conocen; Problemas: requieren nuevas estrategias, sin solución inmediata; Investigaciones: son abiertas, lo que permite al estudiante formular preguntas, conjeturas, probar y justificar resultados, acercándose a la auténtica actividad matemática.

Una tarea matemática es una propuesta de acción elaborada por el profesor para promover el aprendizaje de las Matemáticas, que implica la resolución de problemas, la exploración de ideas y la construcción de significados. Va más allá de la simple aplicación de algoritmos, buscando desarrollar habilidades matemáticas a través de diferentes niveles de exigencia cognitiva, desde la memorización hasta "hacer matemáticas", y puede tomar la forma de ejercicios, problemas o investigaciones.

En este sentido, la planificación de tareas matemáticas requiere que el profesor domine diferentes dimensiones del conocimiento. Según Shulman (1986), el PCK es fundamental para que el docente seleccione representaciones, analogías y estrategias que favorezcan la comprensión conceptual de los estudiantes. Al proponer tareas que implican diferentes niveles de exigencia cognitiva, el profesor moviliza no solo sus conocimientos matemáticos, sino también su capacidad para articular estos conocimientos en situaciones didácticas que estimulan el desarrollo del pensamiento matemático.

No minicurso presenta-se objetos de aprendizaje, organizados en una secuencia de tareas, que llevan a los estudiantes a reflexionar sobre el modelo matemático del número de diagonales de un polígono y la suma de los ángulos internos de un polígono.

Objeto de aprendizaje para la generalización del número de diagonales de un polígono

Los objetos de aprendizaje presentados fueron desarrollados en GeoGebra y están disponibles en el repositorio digital del Laboratorio de Matemática del Programa de Posgrado en Enseñanza de las Ciencias y las Matemáticas de la Universidad Luterana de Brasil: <http://ppgecim.ulbra.br/laboratorio> (Homa e Groenwald, 2021).

Según Homa y Groenwald (2016), las actividades se desarrollaron como objetos de aprendizaje según el concepto de granularidad (ADLNET, 2004) y como objetos específicos de la aplicación, desarrollados en base a un objetivo simple para que cada actividad sea independiente entre sí y pueda ser reutilizada en otras secuencias didácticas.

En la Figura 1, presenta-se el objeto de aprendizaje *Diagonales de polígonos* que permite al alumno definir el polígono por el número de sus lados y observar las diagonales asociadas a cada vértice y a todas las diagonales simultáneamente y, de esta manera, hacer sus hipótesis y deducir el modelo matemático para el número de diagonales de un polígono de n lados (Silva, Homa y Groenwald, 2022). Se presenta las interacciones de los polígonos de cinco y siete lados.

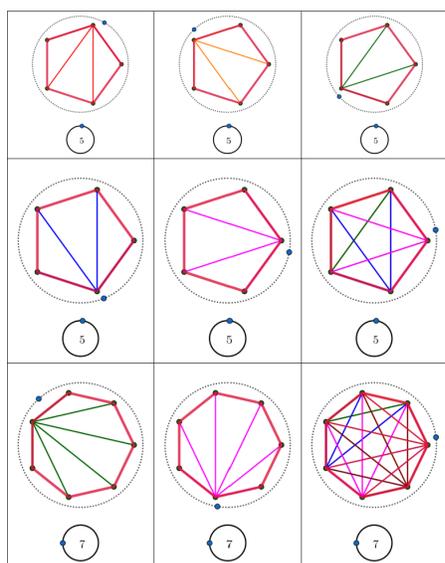


Figura 1. Posibles interacciones del polígono de cinco y siete lados. Fuente: Silva, Homa y Groenwald (2022).

Al observar las interacciones, es posible verificar que cada vértice se conecta con todos los demás vértices, pero las conexiones con los adyacentes no cuentan como diagonales. Por lo tanto, el número de diagonales (d) por vértice (n) viene dado por:

$$d(n) = n(n - 3)$$

Para un polígono de cinco lados totalizaría 10 diagonales, pero en la representación de todas las diagonales solo hay 5 diagonales. Para el desarrollo del pensamiento matemático, se debe trabajar la actividad para que el alumno identifique la razón por la que las diagonales totales son la mitad, en este caso, cada diagonal se cuenta dos veces. Por lo tanto, la hipótesis para n lados es:

$$d(n) = \frac{n(n - 3)}{2}$$

Para el ejemplo, para un polígono de cinco lados, tenemos:

$$d(5) = \frac{5(5 - 3)}{2} = 5$$

Para verificar esta hipótesis, el estudiante selecciona otros polígonos y compara el número total de diagonales calculado con el número contado, partiendo de la hipótesis hasta una generalización. En la representación del polígono de 7 lados se verifica que el número calculado de diagonales sea el mismo que el representado en el

$$d(7) = \frac{7(7 - 3)}{2} = 14$$

Para facilitar el conteo de las diagonales, el objeto de aprendizaje las presenta en diferentes colores. A medida que las diagonales se superponen, el conteo en el sentido de las agujas del reloj (en el polígono de 7 lados) muestra 4 rojas, 4 marrones, 3 rosas, 2 azules y 1 verde, con un total de 14 diagonales.

Ações do minicurso

El minicurso se llevará a cabo en base a discusiones y reflexiones orientadas al desarrollo de los conocimientos pedagógicos del profesor de Matemáticas, así como a la resolución de tareas propuestas con el uso de objetos de aprendizaje.

Se utilizarán como objetos de aprendizaje: el concepto de polígono, la clasificación de polígonos, el cálculo del número de diagonales y la suma de los ángulos internos de un polígono.

Las actividades se realizarán en grupos, favoreciendo la discusión y la colaboración, seguidas de la presentación de las respuestas al grupo grande.

La evaluación se realizará a través de la socialización y análisis de los resultados obtenidos por el participantes.

Consideraciones finales

Las reflexiones desarrolladas a lo largo de este minicurso objetivan demostrar que el papel del profesor de Matemáticas va más allá de la simple transmisión de contenidos: debe ser un mediador capaz de planificar, proponer y monitorear tareas matemáticas que movilicen diferentes formas de razonamiento, fomentando la construcción del pensamiento matemático por parte de los estudiantes.

Los objetos de aprendizaje analizados revelan que, al explorar conceptos de Geometría y buscar generalizaciones, como en el caso del número de diagonales de un polígono, se invita a los estudiantes a formular hipótesis, validar conjeturas y desarrollar sus propias estrategias, ampliando su autonomía intelectual. Este proceso no solo fortalece la comprensión de contenidos específicos, sino que también contribuye a la formación de actitudes investigativas, críticas y creativas.

Agradecimientos

Al CNPq por la beca de productividad nivel 2, con el proyecto Actividades de Investigación en Matemática integradas con tecnologías: un proceso colaborativo de educación inicial y continua.

Referencias e bibliografía

- Bianchini, B. L., & Lima, G. L. de. (2021). *O pensamento matemático e os diferentes modos de pensar que o constituem*. São Paulo: LF Editorial.
- Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular – Versão final*. MEC. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf.
- Filatro, A. (2008). *Design Instrucional na prática*. São Paulo: Pearson.
- Homa, A. I. R., & Groenwald, C. L. O. (2021). Educação Matemática e Tecnologias – planejamento de tarefas investigativas focando na aprendizagem dos estudantes. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (63), 1–12.
- Homa, A. I. R., & Groenwald, C. L. O. (2016). Área de figuras planas com objetos de aprendizagem no GeoGebra. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologias*, 9(1), 123–147.
- Katagiri, S. (2004). *Mathematical thinking and how to teach it*. Tokyo: CRICED, University of Tsukuba.
- Penalva, M. C., & Llinares, S. C. (2011). Tareas matemáticas en la Educación Secundaria. In J. M. Goñi & C. Coll (Orgs.), *Didáctica de las Matemáticas: Formación y desarrollo profesional del profesorado* (Nº 12, Vol. II, pp. 27–51). Madrid: Graó.
- Ponte, J. P. (2010). Explorar e investigar em Matemática: Uma actividade fundamental no ensino e na aprendizagem. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (21), 13–29.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–22. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>.
- Silva Neto, A. M. ; Homa, A. I. R. ; Groenwald, C.L.O.. . (2022). As tecnologias digitais como recurso didático no currículo de matemática. In: Marli Teresinha Quartieri; Maria Madalena Dullius. (Org.). *Problematizando Atividades Experimentais e Tecnologias Digitais nos Processos de Ensino e de Aprendizagem de Ciências e Matemática*. Ied.porto alegre: Evangraf, 1-191.