



La importancia de la enseñanza de las Matemáticas para todos en el siglo XXI

Jaime Carvalho e Silva

Department of Mathematics, University of Coimbra

Portugal

jaimecs@mat.uc.pt

Resumen

Las Matemáticas son cada vez más importantes en el mundo actual. La UNESCO reconoció este hecho y recientemente lanzó una publicación que contiene textos breves que enfatizan el papel de las Matemáticas en muchos temas de relevancia global, que según la UNESCO son de gran importancia para los tomadores de decisiones en todo el mundo. Desde las epidemias hasta la lucha contra la pobreza, desde la eficacia de las vacunas hasta el cambio climático, las estructuras matemáticas son la base de los estudios de estos problemas y sólo la comprensión de las Matemáticas permitirá tomar un conjunto de decisiones correctas que se basen efectivamente en el conocimiento de la ciencia de estos fenómenos.

La misma publicación también indica que la enseñanza de Matemáticas es importante ya que desarrolla habilidades de resolución de problemas y pensamiento crítico que deberían ser accesibles a todos los jóvenes. En nuestra época, quienes abandonan la escuela sin haber desarrollado las habilidades adecuadas ven limitadas sus opciones de futuro.

Se deben entonces modificar los planes de estudios de Matemáticas y extender la escolaridad a todos los jóvenes hasta el final de la escuela secundaria. ¿Qué opciones se ofrecen para un currículum para TODOS? ¿Cuáles son las condiciones para que estos cambios entren en vigor?

Analizaremos la situación a partir de dos documentos: las "Recomendaciones" elaboradas en 2020 por un equipo que coordiné en Portugal y las propuestas de Ángel Ruiz para las "Leyes" de Implementación Curricular que surgieron en el ámbito del estudio del ICMI sobre el currículo.

Finalmente, compararemos los planes de estudio más recientes de Portugal y Costa Rica y sus condiciones de implementación a la luz de nuestra discusión. La Educación Matemática para TODOS es imprescindible pues “La Educación Matemática es importante para formar ciudadanos reflexivos y críticos capaces de afrontar las exigencias matemáticas de la vida cotidiana”. Si es necesario que la Educación Matemática sea para TODOS ¿es eso posible? Las reformas de Portugal y Costa Rica, en dos continentes diferentes, muestran que la respuesta es SÍ!.

Palabras clave: Educación Matemática; Matemática para todos; Reformas curriculares; Desarrollo profesional docente; Leyes de Implementación Curricular.

La importancia de las Matemáticas en el mundo actual

Todas las organizaciones internacionales que analizan la evolución futura de la educación a nivel mundial coinciden en un hecho: las Matemáticas son parte de la solución. En el futuro, necesitaremos dominar más herramientas digitales que nos permitan abordar más problemas y seguir avanzando. Por ejemplo, este año la Comisión Europea escribió en su “Plan de Acción para las Competencias Básicas” que:

Las competencias matemáticas son esenciales para la vida cotidiana en nuestro mundo rico en tecnología. (...) Estas competencias, incluida la alfabetización financiera, permiten a las personas tomar decisiones con conocimiento de causa basadas en datos y les ayudan a desarrollar un enfoque mesurado de la asunción de riesgos; asimismo, capacitan a los ciudadanos para que tomen decisiones financieras con conocimiento de causa a lo largo de la vida, además de mejorar sus perspectivas en el mercado laboral (Comisión Europea, 2025).

Y más adelante:

Los avances en materia de tecnología, investigación educativa y necesidades sociales han dado lugar a un mayor énfasis en las capacidades de resolución de problemas y de pensamiento crítico de los aprendientes, animándolos a comprender y aplicar conceptos matemáticos, en lugar de limitarse a memorizar fórmulas. El uso cada vez mayor de herramientas digitales en matemáticas pone de relieve la creciente conexión entre la alfabetización matemática y la digital (Comisión Europea, 2025).

Hay muchos ejemplos de cómo las competencias matemáticas son visibles en la vida cotidiana y también como aparece de forma concreta la creciente conexión entre la alfabetización matemática y la digital. En su documento “Matemáticas para la Acción - Apoyo a la toma de decisiones basada en la ciencia” (Dhersin et al., 2023), la UNESCO presenta numerosos aspectos de cómo las Matemáticas están abordando los desafíos más urgentes del mundo. Son detallados ejemplos de cómo Mapas de Visualización adecuados nos permiten comprender mejor la distribución detallada de la pobreza en el mundo. Cómo las técnicas matemáticas pueden ayudar a evaluar tanto los riesgos como las respuestas a los conflictos y la inseguridad, las condiciones climáticas extremas y las epidemias que interrumpen las cadenas de suministro de alimentos, para que los sistemas alimentarios sean más resilientes a las crisis actuales y futuras. Cómo los modelos matemáticos ayudan a la toma de decisiones en salud pública, tanto al pronosticar el probable impacto de una epidemia como al predecir la eficacia de las medidas de contención y prevención de enfermedades. Cómo los métodos matemáticos son especialmente útiles para ayudar a los gobiernos, las empresas de servicios públicos y el sector privado a abordar problemas complejos relacionados con el suministro y la calidad del agua, estimando la

probabilidad de un evento con base en información o conocimiento previo. Y muchos otros ejemplos.

Las habilidades de resolución de problemas y pensamiento crítico

El mismo documento de la Comisión Europea, el “Plan de Acción para las Competencias Básicas”, muestra como las competencias matemáticas son esenciales en el mundo moderno. Se propone desarrollar:

La capacidad de razonar matemáticamente y de formular, emplear e interpretar las matemáticas para resolver problemas en situaciones reales y emitir juicios y tomar decisiones bien fundamentadas basadas en datos (Comisión Europea, 2025).

Y no solo en Matemáticas mas también en las ciencias em general y en el contexto de las CTIM o las CTIAM (ciencia, tecnología, ingeniería, artes y Matemáticas).:

Las competencias científicas son esenciales para el pensamiento crítico y la resolución de problemas y son la piedra angular de una enseñanza y unas carreras más avanzadas en el ámbito de las CTIM.

Desarrollar el pensamiento científico y las capacidades en una fase temprana facilita la consecución posterior en estos ámbitos estratégicos. Una sólida alfabetización científica también es necesaria para el éxito de la transición ecológica. Además, en una época de manipulación de la información cada vez mayor, es fundamental que las personas desarrollen sólidas competencias científicas para evaluar de forma crítica la información, separar los hechos de la ficción y extraer conclusiones basadas en pruebas (Comisión Europea, 2025).

Un currículum para todos

Matemáticas para Todos (Mathematics for All) fue el tema de un grupo temático hace treinta años en el V Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME), celebrado en Adelaida, Australia, del 24 al 29 de agosto de 1984. En el informe publicado por UNESCO (Damerow, 1984) se afirma que:

Muchos factores han provocado un cambio en la situación general de la educación matemática. Estos incluyen la transición a la educación primaria universal en los países en desarrollo, la transición a la educación secundaria universal en los países industrializados (donde también ha habido una creciente demanda de competencia matemática en un mundo cada vez más orientado a la tecnología y la ciencia). (Damerow, 1984, p. 3).

Varias preguntas fueran planteadas hace treinta años: “¿Qué tipo de currículo de Matemáticas se adapta a las necesidades de la mayoría?” ¿Están los factores y las demandas del siglo XXI impulsando un nuevo cambio en la situación general de la Educación Matemática a nivel mundial?

En este artículo afirme que todos los estudiantes deben estudiar Matemáticas en la educación secundaria, no solo la mayoría, ya sea en países en desarrollo o industrializados. Además, hay que crear nuevos currículos de Matemáticas para todos, incluido un tronco común para todos los estudiantes, dirigido a la preparación de cualquier ciudadano para los desafíos de la vida del siglo actual (Carvalho e Silva, 2024b).

Las "Recomendaciones" en Portugal

En 27 de marzo de 2020 se presentó al Ministro de la Educación de Portugal un documento con recomendaciones para mejorar la enseñanza de la Matemática en Portugal (Carvalho e Silva (coord.), 2020).

Este documento fue hecho por un equipo de Matemáticos, Investigadores en Educación Matemática y Profesores, que estudió todos los documentos publicados en Portugal en los últimos treinta años y también muchos documentos internacionales incluyendo del “Institute For the Future – IFTF” (Davies et al., 2011) y de la Bill & Melinda Gates Foundation (Bill & Melinda Gates Foundation, 2019). También fueron considerados los estudios PISA, TIMSS y TIMSS Advanced, así como los currículos de países como Finlandia, Singapur, Estonia y los “Common Core State Standards” estadounidenses.

En el conjunto de recomendaciones hay doce sobre el desarrollo de un nuevo currículo de Matemáticas que debería regirse por principios estructurantes, estar dirigido a todos los estudiantes, centrarse en contenidos relevantes, enfatizar la comprensión matemática y promover experiencias matemáticas significativas. El currículo de Matemáticas debe adherirse a los principios: Universalidad, Coherencia Interna, Relevancia, Enfoque y Alto Nivel Cognitivo. Además, debe ser de la responsabilidad de un equipo con un perfil adecuado, incluyendo Matemáticos, Investigadores en Educación Matemática y Profesores.

El documento “Recomendaciones” también incluye tres recomendaciones para la dinámica de los cambios curriculares, que deben basarse en argumentos técnicos y científicos, ser participativos y estar programados.

El nuevo currículo de Portugal

La primera recomendación del documento referido era la creación de un nuevo currículo de Matemática para la Enseñanza Básica y la Enseñanza Secundaria en Portugal. En Portugal, la estructura de la Educación Secundaria cambió entre 2001 y 2004 y, tras algunos cambios menores en los años posteriores, es la siguiente Tabla 1:

Tabla 1

Cursos de Matemáticas ofrecidos en la educación secundaria en diferentes itinerarios y escuelas.

Educación Secundaria (10.º, 11.º y 12.º grado)	
Itinerario de la Educación Secundaria general o de la Escuela Especializada	Asignatura
Itinerario de Ciencias y Tecnologías	Matemáticas A
Itinerario de Ciencias Socioeconómicas	Matemáticas A
Itinerario de Artes Visuales	Matemáticas B (Aplicadas a las Artes Visuales)
Itinerario de Lenguas y Humanidades	Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales (MACS)
Estudios Profesionales	Módulos en Matemáticas Aplicadas
Escuelas de Artes Especializadas	Matemáticas Aplicadas
Escuelas de Música	---

La peculiaridad de un curso como «Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales» (MACS) se ha discutido en otros estudios (Carvalho e Silva, 2018, 2021a, 2021b, 2021c) y se mantiene en esta última reforma. Los módulos de las Escuelas Profesionales también se han analizado (Carvalho e Silva, 2012) y en esta última versión han sido ampliados con nuevos módulos como “Criptografía” y “Biomatemática”.

En Portugal, la Educación Secundaria es obligatoria, por lo que los jóvenes permanecen en la escuela hasta los 18 años. Por lo tanto, todos asisten a la escuela secundaria. Pero ¿qué estudian? Las Escuelas Secundarias Generales ofrecen cuatro itinerarios diferentes y existen otros tipos de Escuelas Secundarias que ofrecen estudios más específicos. Los Estudios Profesionales pueden cursarse en Escuelas Secundarias Generales y en Escuelas Profesionales.

Nueve Ideas Clave del nuevo currículo de Portugal

El nuevo currículo de Matemática para la Enseñanza Secundaria en Portugal está estructurado en torno de nueve Ideas Clave, un conjunto de principios y directrices metodológicas, cuya implementación y especificación se adaptan a cada grado y tema matemático.

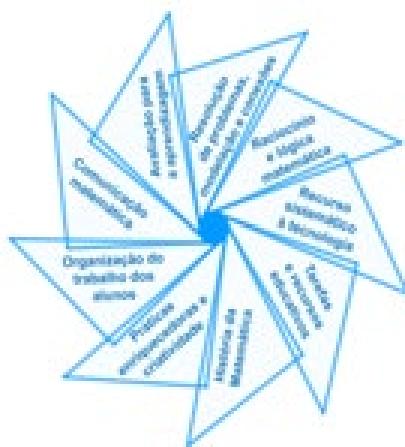


Figura 1. Nueve Ideas Clave del nuevo currículo de Portugal.

Las nueve ideas clave son: resolución de problemas, modelación y conexiones (dar sentido a las Matemáticas y poner énfasis en la modelación y las aplicaciones), razonamiento y lógica matemática (fomentar los procesos de razonamiento deductivo, integrando la lógica matemática en diversos temas), uso sistemático de la tecnología (fomentar la exploración de ideas y conceptos, integrando la tecnología como palanca para la comprensión y la resolución de problemas), tareas y recursos educativos (apoyar el aprendizaje en diversas tareas, contextos y recursos), historia de las Matemáticas (valorar la importancia de las Matemáticas en la evolución de la sociedad), prácticas enriquecedoras y creatividad (innovar e invertir en prácticas enriquecedoras, fomentando el desarrollo de la creatividad y actitudes positivas hacia las Matemáticas), organización del trabajo del alumnado (valorar el trabajo colaborativo en un entorno de ayuda mutua y responsabilidad compartida, cultivando comunidades de aprendizaje), comunicación matemática (comunicarse utilizando múltiples representaciones, con claridad y

rigor y un nivel adecuado de formalización), evaluación para el aprendizaje (priorizar la evaluación formativa en la regulación del proceso de aprendizaje) (Carvalho e Silva (coord.), 2023).

El trabajo por proyectos desempeña un papel fundamental, sugiriendo el documento oficial propuestas concretas en las áreas de Estadística, Modelos Matemáticos para la Ciudadanía, Geometría, Funciones y Matemáticas Discretas. Se debe desarrollar al menos un proyecto cada año, y se puede elaborar otra propuesta sobre cualquier tema que el profesor considere oportuno (Carvalho e Silva, Domingos, Rodrigues, Almiro, Gabriel, 2024a, 2024b).

Un tema que surgió solo en el programa de 2023 y es común a todos los programas, incluidos los de las escuelas vocacionales, es el de 'Modelos Matemáticos para la Ciudadanía', que incluye 'Modelos Matemáticos en Elecciones', 'Modelos matemáticos en la Compartición' y 'Modelos Matemáticos en Finanzas'. El programa entiende que todas las disciplinas, incluidas las Matemáticas, deben contribuir al desarrollo de los estudiantes como ciudadanos activos, conscientes, informados y proactivos (Carvalho e Silva (coord.), 2023). Por lo tanto, la creciente relevancia de las Matemáticas en la sociedad actual resalta la importancia y la necesidad de dotar a los estudiantes de herramientas matemáticas para analizar los procesos sociales, que son la base de una ciudadanía activa (Carvalho e Silva (coord.), 2023).

El nuevo currículo de Matemática para la enseñanza secundaria en Portugal tiene muchas influencias de lo que se pasa internacionalmente como es claro en lo que fue dicho. Pero también tiene influencias en la tradición portuguesa de enseñanza de la Matemática como la que produzco el gran matemático portugués José Sebastião e Silva (Carvalho e Silva, 1995) en el siglo pasado. Sus mayores influencias fueran italianas con referencias a Federico Enriques y Guido Castelnuovo. También estuvo en contacto con Emma Castelnuovo (Sebastião e Silva, 1962). Hoy todo el trabajo internacional tiene mucha influencia con ICMI, OCDE y UNESCO en primer plano (Carvalho e Silva, 2024a). En una carta a Emma Castelnuovo, Sebastião e Silva afirmó: "Las matemáticas no deben ignorar lo concreto; deben estar conectadas con la realidad física, en la que el pensamiento matemático hunde sus raíces" (Castelnuovo, 1982).

Toda la actividad internacional de matemáticos, educadores matemáticos y profesores permite discutir las reformas curriculares de forma intensa y la actividad de ICMI es un buen ejemplo, notablemente con el Estudio ICMI numero 24 sobre "Reformas del Currículo de Matemáticas en el Mundo".

La implementación del nuevo currículo de Portugal

El nuevo currículo de Matemática para la Enseñanza Secundaria en Portugal introduce algunos cambios, mantiene otros aspectos de anteriores reformas, pero su implementación eficaz necesita de un apoyo importante a los profesores. El Ministerio de la Educación diseñó un proyecto llamado "Contexto y Visión para la Revisión Curricular de los Aprendizajes Esenciales en Matemáticas". Con este proyecto fueron escogidas escuelas piloto para crear una base de datos de recursos pedagógicos relacionados con el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. También fue desarrollado un modelo conceptual para la formación docente

empezando por capacitar a un grupo de formadores para después desarrollar procesos de formación en centros educativos.

Actualmente hay 38 colecciones de tareas comentadas de lecciones de clases piloto, dos publicaciones temáticas y grabaciones de cuatro conferencias online (webinars) sobre nuevos temas curriculares (DGE, 2021).

Las "Leyes" de Implementación Curricular de Ángel Ruiz

Quiero abordar ahora la evaluación del éxito de las reformas educativas, en particular en Matemáticas. Ángel Ruiz abordó este tema en un artículo publicado en el Volumen de Estudio del ICMI sobre "Reformas del Currículo de Matemáticas en el Mundo", donde escribió un capítulo titulado "Leyes Concluyentes de la Implementación del Currículo y el Futuro en el que Vivimos". Ángel Ruiz propuso cuatro leyes (y una más en el escenario de la pandemia, que no vamos a discutir aquí). Vamos a aplicar estas leyes a la reforma portuguesa y analizar en qué grado se cumplen.

La primera ley es:

Laws of Curriculum Implementation – 1. The Law of Diversity. Puede haber una combinación de factores para la implementación de una reforma curricular que tenga éxito en un país y no lo tenga en otro.

Aquí analizamos si las reformas portuguesas afectan directamente solo a algunos componentes de los vectores curriculares o a la totalidad de ellos. También analizamos si los diferentes agentes y niveles de intervención (autoridades, organizaciones científicas o profesionales, docentes, asesores, inspectores, directores) están involucrados. Finalmente, el momento oportuno fue determinado por circunstancias políticas o sociales que, de alguna manera, determinaron el ritmo de la reforma.

La presente reforma curricular en Matemáticas en Portugal en la enseñanza secundaria es en realidad la tercera hecha por equipos coordinados por mí desde 1995, todas con gobiernos diferentes, no en modo continuo pero todas coherentes unas con las otras. La primera, en 1995, fue hecha por causa de una grave crisis en 1994 en la enseñanza secundaria de Matemática (momento oportuno: circunstancias políticas) porque el anterior documento era completamente irrealista y era imposible de aplicar en las escuelas y también en la preparación del examen nacional de Matemáticas propuesto por la primera vez para 1997 (Carvalho e Silva (coord.), Martins, Fonseca, 1995). Hubo una gran discusión pública en 1995 (con autoridades, con organizaciones científicas y profesionales, con docentes de enseñanza secundaria y superior, con todos los interesados en la enseñanza secundaria de Matemática). Con nuevas elecciones en el final de 1995 cambió el gobierno pero la reforma fue continuada e intensificada, con la publicación de documentos de soporte a los profesores y con formación de profesores que fue ancorada en la preparación de líderes escolares (Carvalho e Silva (coord.), Martins, Fonseca, 1995), (Martins, 1997). La segunda fue una solución de continuidad de iniciativa de un responsable que estaba en funciones en 1996 y en 2001 (circunstancia política favorable). La tercera fue muy diferente con nuevos responsables políticos en seguida a un desastroso currículo de Matemática en secundaria (momento oportuno: circunstancias políticas). Todas las tres reformas portuguesas de secundaria referidas afectan directamente todas las componentes de

los vectores curriculares incluso los exámenes nacionales de final de secundaria. Claro que todas estas reformas fueran determinadas en primera plaza por las opciones políticas determinantes en cada momento (o el desespero de los responsables como en 1994/1995 y 2018-2020 con la confusión en las escuelas). Solo la segunda reforma, de 2001 a 2004, surgió de un plan deliberado de reforma curricular que diversificó los programas de Matemáticas (con la creación de Matemáticas A, B y MACS). Aun así, se detuvo parcialmente tras el cambio político posterior a elecciones nacionales.

La única evaluación internacional fue el *TIMSS Advanced* de 2015 (Mullis et al., 2016): Los resultados fueran muy buenos para Portugal, pero la indiferencia fue en realidad la reacción oficial y de la prensa.

Vamos ahora analizar las reformas portuguesas de secundaria de Matemática con la segunda ley de Ángel Ruiz:

Laws of Curriculum Implementation – 2. The Law of Two Directions. Para alcanzar el éxito, es fundamental contar con recursos adecuados, especialmente para el profesorado, y con estrategias de implementación que permitan desarrollos tanto de arriba hacia abajo como de abajo hacia arriba. Es fundamental crear una buena sinergia entre ambos procesos.

¿Qué es el éxito? Vamos a analizar solo dos dimensiones. La primera fue el uso generalizado de calculadoras gráficas en las escuelas y los exámenes nacionales que comenzó con la reforma de 1995 (Carvalho e Silva, 1994, 1998, 2000, 2013). La tecnología moderna es usada regularmente hoy y esta es una evolución muy significativa de las prácticas de la enseñanza de la Matemática en las escuelas secundarias con implicaciones significativas para la enseñanza de las aplicaciones y la modelación matemática (Torres, Coutinho & Fernandes, 2008). La otra dimensión es la mensurable en los estudios internacionales. Para la enseñanza secundario solo hay el *TIMSS Advanced* y Portugal solo participó en 2015 (y no hay otros estudios de este tipo más recientes). Los resultados fueran muy buenos, com Portugal con más estudiantes estudiando Matemática considerada avanzada y mejores resultados que Francia, Italia, Noruega y Suecia. ¡Pero las implicaciones políticas de esos resultados fueran casi inexistentes!

Vamos ahora analizar las reformas portuguesas de secundaria de Matemática con la tercera ley de Ángel Ruiz de la Implementación Curricular:

Laws of Curriculum Implementation – 3. The Law of Alignment. Para la más adecuada implementación de una reforma curricular debe haber una alineación de todos los medios educativos con los esfuerzos reformadores.

Esta es efectivamente una ley muy importante. En 1995, el equipo que desarrolló el nuevo programa reconoció que, además de modificarlo, era necesario crear otras condiciones, como la capacitación docente continua (incluyendo autoformación, capacitación entre pares y capacitación participativa), así como reuniones regionales de representantes escolares para debatir estrategias de gestión del programa de Matemáticas y la remediación (Carvalho e Silva (coord.), Martins, Fonseca, 1995). También sería necesario publicar materiales para apoyar el trabajo de docentes y estudiantes, y crear laboratorios de Matemáticas en las escuelas con calculadoras gráficas, sensores de recolección de datos, modelos geométricos, películas matemáticas y otros materiales físicos y electrónicos. Asimismo, se propuso la creación de asignaturas optativas como "Temas de Matemática Contemporánea", que incluiría teoría de

grafos, teoría de números y sistemas dinámicos (temas que no se impartían en las escuelas en 1995).

Lo que fue producido a partir de 1997 fueron nueve publicaciones con temas de apoyo a los profesores, una formación de profesores con capacitación de líderes, reuniones de estos líderes con grupos de profesores de diferentes escuelas, y después una formación continuada, un boletín informativo y varias páginas de soporte en internet.

Los programas de 1991 introdujeron la calculadora científica, y la reforma de 1995, la calculadora gráfica. Los exámenes nacionales para estos estudiantes comenzaron a recomendar el uso de calculadoras científicas y gráficas, respectivamente. Al menos una pregunta en cada examen requería el uso de calculadora para resolverse correctamente.

La cuarta ley de Ángel Ruiz de la Implementación Curricular es la ley del largo plazo:

Laws of Curriculum Implementation – 4. Law of the Long-Term and Uncertainty. Salvo en el caso de cambios curriculares de muy escaso alcance, las reformas deben concebirse como procesos a largo plazo.

No es realista esperar resultados a corto plazo, ya que las reformas educativas tardan en ser adoptadas por el profesorado, las escuelas y el sistema educativo en general (a menos que sean tan inconsistentes que la insatisfacción general provoque disrupciones en el sistema). Se espera cierta continuidad para que podamos observar resultados concretos, como mejores resultados escolares en exámenes nacionales o estudios internacionales. Además, la incertidumbre que plantea la práctica en el aula implica que el funcionamiento del sistema debe ser monitoreado y adaptado regularmente. En 1995, se propuso que los programas se revisaran cada cinco años (Carvalho e Silva (coord.), Martins, Fonseca, 1995), y el documento de 2020 propuso la creación de un "Instituto de Desarrollo Curricular" (Carvalho e Silva (coord.), 2020), como existe en varios países como Singapur y Corea del Sur, para recomendar revisiones periódicas de los programas escolares y las directrices educativas, y proponer acciones que apoyen mejor al profesorado y al alumnado en los nuevos aspectos identificados.

En conclusión, las Leyes de Ángel Ruiz de la Implementación Curricular coinciden con aspectos importantes de las reformas educativas de los programas de Matemáticas secundarias en Portugal y fueron ampliamente consideradas en las reformas portuguesas de 1995, 2001 y 2023.

Los planes de estudio de Portugal y Costa Rica

Hay muchas conexiones entre las reformas educativas. Como ha señalado Ángel Ruiz "un texto curricular nunca morderá la realidad si no se concibe a priori en función de esa realidad" (Ruiz, 2013). Eso fue la basis de la reforma portuguesa. La primera gran reforma después del final de la dictadura portuguesa en 1974 fue en 1990-1991 pero no tuvo en cuenta la realidad y las condiciones concretas. Eso fue la causa de los nuevos programas de 1995 (Carvalho e Silva (coord.), Martins, Fonseca, 1995).

Otro aspecto idéntico es que en Portugal el nuevo currículo de 2023 tiene nueve ideas clave. Lo de Costa Rica tiene cinco ejes curriculares (énfasis o estrategias): la resolución de

problemas, contextualización activa, uso intenso pero inteligente de las tecnologías, cultivo de actitudes y creencias positivas sobre las Matemáticas y la utilización de la historia de las Matemáticas (Ruiz, 2024). Hay una gran intersección con las nueve ideas clave ya descritas. Otra semejanza enorme fueran las condiciones de implementación que empezaran en Portugal en 1995 y ya están descritas. Ángel Ruiz describe “una base humana de docentes y agentes educativos que avanzara la implementación en todo el país. Es decir: una vanguardia de líderes que fueran la referencia y el acicate para todos los agentes educativos” (Ruiz, 2024). La capacitación fue exactamente la misma: “capacitaciones en dos etapas: cursos para líderes y cursos para el resto de los docentes” (Ruiz, 2024).

Una gran diferencia en Costa Rica fue “el diseño de MOOCs, durante 2014 y 2016” (Ruiz, 2024). Estos fueron “los primeros MOOCs que se hicieron en Costa Rica” donde “se usaron plataformas muy nuevas en el mundo dedicadas a esta Modalidad” (Ruiz, 2024). No solo para docentes, pero también “MOOCs para los estudiantes que debían realizar el examen [pruebas nacionales de Bachillerato, obligatorias para que los estudiantes pudieran graduarse de la secundaria]” (Ruiz, 2024). Como escribe Ángel Ruiz “esto fue extraordinario. Se pasó de cursos para docentes con 200 a 400 participantes, a cursos con cinco mil estudiantes”. Además de todo eso “se diseñaron Mini-MOOCs también para docentes” pues “también eran útiles cursos más cortos y enfocados” (Ruiz, 2024). Esto es extraordinario sobre todo porque no es nada fácil organizar todo eso.

Tanto en Portugal como en Costa Rica fueran creados recursos que están disponibles en línea, para garantizar que se consigue llegar en permanencia a todos. Ángel Ruiz describe los importantes “Recursos Libres de Matemáticas” (RLM): “materiales virtuales (...) siempre disponibles, gratuitos, con simulación de la resolución de problemas con énfasis en contextos reales (...), con tareas matemáticas colocadas en diversos grados de complejidad” (Ruiz, 2024).

Conclusiones

Los dos currículos analizados de Portugal y Costa Rica son dos ejemplos de suceso que muestren como se pude conseguir un cambio sustentado y eficaz. Son dos ejemplos de currículos necesarios para el siglo XXI con un equilibrio entre la teoría matemática y las aplicaciones, con un uso equilibrado de tecnología, sin olvidar su propia historia.

El informe de UNESCO muestra como

En un momento en que las matemáticas se están convirtiendo en una herramienta cada vez más valiosa para los responsables de la toma de decisiones, una gama cada vez mayor de modelos matemáticos nos permite analizar hasta qué punto los fenómenos naturales y aquellos que hemos generado afectarán nuestra forma de vida y si logramos preservar nuestro entorno cada vez más frágil (Dhersin et al., 2023, pp. XV).

En este escenario el mismo documento de UNESCO defiende que La educación matemática desarrolla habilidades de resolución de problemas y pensamiento crítico que pueden transferirse a nuevas situaciones y a una variedad de campos ocupacionales (Dhersin et al., 2023, pp. 15).

Y más:

La educación matemática es importante para formar ciudadanos reflexivos y críticos capaces de afrontar las exigencias matemáticas de la vida cotidiana, así como para formar un número suficiente

de matemáticos y científicos capaces de afrontar los retos del mundo contemporáneo (Dhersin et al., 2023, pp. 15).

Muchos otros documentos dicen cosas semejantes. El informe de 2019 de la *Bill & Melinda Gates Foundation* titulado “Investigación y desarrollo educativo: aprendizaje sobre el terreno” dice que una meta debe ser:

Preparar a todos los estudiantes para comprender y aplicar en profundidad las habilidades y conocimientos matemáticos, así como las mentalidades relacionadas (Bill & Melinda Gates Foundation, 2019, 2).

Una recomendación de este informe es de

Brindar oportunidades para explorar conceptos matemáticos de formas interesantes (por ejemplo, con materiales manipulativos, elementos visuales, juegos, actividades interactivas o en entornos del mundo real con significado para la comunidad local) puede ayudar a involucrar a los estudiantes y desarrollar su identidad como estudiantes de matemáticas (Bill & Melinda Gates Foundation, 2019, 16).

También es una constante en todos los informes la necesidad de apoyar los profesores a mejorar la enseñanza de la Matemática. El informe de 2019 de la *Bill & Melinda Gates Foundation* propone:

Los docentes necesitan acceso a una educación y formación matemática suficiente, incluyendo desarrollo profesional sobre cómo los estudiantes aprenden matemáticas, cómo anticipar sus procesos de pensamiento y conceptos erróneos, cómo implementar eficazmente la resolución de problemas complejos y no rutinarios en el aula y cómo vincular conceptos y habilidades matemáticas para motivar ejemplos y prácticas (Bill & Melinda Gates Foundation, 2019, 16).

La Educación Matemática para TODOS es imprescindible pues “La educación matemática es importante para formar ciudadanos reflexivos y críticos capaces de afrontar las exigencias matemáticas de la vida cotidiana”. Si es necesario que la Educación Matemática sea para TODOS ¿es eso posible? Las reformas de Portugal y Costa Rica, en dos continentes diferentes, muestran que la respuesta es SÍ!

Podemos decir también de la reforma portuguesa lo que Ángel Ruiz escribe sobre la experiencia en Costa Rica:

Esta experiencia en América Central (2010-2024) ofrece elementos para docentes e investigadores en diversas áreas de la Educación Matemática, pero sobre todo insumos para quienes tienen o vayan a tener responsabilidades en el diseño e implementación curricular en las matemáticas escolares (Ruiz, 2024).

Referencias y bibliografía

- Bill & Melinda Gates Foundation (2019). Education Research & Development: Learning from the Field. Obtido de <http://k12education.gatesfoundation.org/researchanddevelopment/>
- Dhersin, J-S, Kaper, H., Ndifon, W., Roberts, F., Rousseau, C., Ziegler, G. (2023). MATHEMATICS FOR ACTION Supporting Science-Based Decision-Making (MATEMÁTICAS PARA LA ACCIÓN Apoyo a la toma de decisiones basada en la ciencia). Paris: UNESCO.
- Carvalho e Silva, J. (1993). A reforma curricular e a história da matemática. *Educação e Matemática*, 27, pp. 27-31.
- Carvalho e Silva, J. (1994). The Mathematics Education Reform Movement in Portugal and the use of Calculators -- publicado nos Proceedings of the 7th International Conference on Technology in Collegiate Mathematics - ICTCM (Addison-Wesley).
- Carvalho e Silva, J. (1995). O pensamento pedagógico de José Sebastião e Silva: Uma primeira abordagem. *Boletim da SPM*, 32, pp. 101-114.

- Carvalho e Silva, J. (coord.), Martins, A., e Fonseca, G. (1995). Matemática, 10º, 11º e 12º anos, Programa. Departamento do Ensino Secundário, Ministério da Educação.
- Carvalho e Silva, J. (1998). A Tecnologia, as Imagens e o Currículo. In Conselho Nacional de Educação. A Sociedade da Informação na Escola (pp. 133–139). Lisboa: Ministério da Educação.
- Carvalho e Silva, J. (2000) Son las calculadoras gráficas el catalizador para un Cambio real en la educación matemática. Pedro Gómez y Bert Waits. Papel de las Calculadoras en el Salón De Clase. 1. ed. Bogota: una empresa docente, v. 1, pp. 21-30.
- Carvalho e Silva, J. (coord.), Fonseca, G., Martins, A., Cruchinho, C., e Lopes, I. (2001). Programa de Matemática A. Departamento do Ensino Secundário, Ministério da Educação.
- Carvalho e Silva, J. (2003). Novos Programas de Matemática no Ensino Secundário-2003/2004, Gazeta de Matemática, nº 145, Ano LXIV, pp. 10-17.
- Carvalho e Silva, J. (2004). A importância do estudo internacional PISA, Boletim da SPM, N. 51, 2004, pp. 67-80.
- Carvalho e Silva, J. (2008). O impacto nulo em Portugal dos resultados do estudo internacional PISA, jornal Página da Educação, N. 175, Fevereiro 2008.
- Carvalho e Silva, J. (2012). The mathematics teaching in Vocational schools in Portugal. PreProceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education, pp. 1838-1843. Seoul: ICMI.
- Carvalho e Silva, J. (2013). Learn Functions with Graphing Calculators, Periodico di matematiche, Numero 2 Mag Ago 2013, Volume 5 Serie XI - Anno CXXIII, pp. 75 – 84, 2013.
- Carvalho e Silva, J. (2018). Secondary Mathematics for the Social Sciences, pre-Proceedings ICMI Study 24, School Mathematics Curriculum Reforms: Challenges, Changes and Opportunities (pp. 309-316). Tsukuba, 26-30 November 2018.
- Carvalho e Silva, J. (coord.), (2020). Recomendações para a melhoria das aprendizagens dos alunos em Matemática (Recomendaciones para mejorar el aprendizaje de los estudiantes en Matemáticas). Grupo de Trabalho de Matemática. Direção Geral da Educação, Ministério da Educação. Online: <http://www.dge.mec.pt/noticias/recomendacoes-para-melhoria-das-aprendizagens-dos-alunos-em-matematica-0>
- Carvalho e Silva, J. (2021a). The role of Discrete Mathematics in secondary mathematics for non-stem paths. The 14th International Congress on Mathematical Education, Shanghai, 12th –19th July, 2020). *TSG 15 Teaching and Learning of Discrete Mathematics*. Shanghai: ICMI.
- Carvalho e Silva, J. (2021b). Opções curriculares num Programa de Matemática para o Ensino Secundário. *Educação & Matemática*, nº 161, pp. 26-30.
- Carvalho e Silva, J. (2021c). A resolução de problemas em Matemática e o Pensamento Computacional. In Santos, V. et al (org.). Matemática Com Vida: Diferentes olhares sobre a Tecnologia, UA Editora: Univ. Aveiro, pp. 9-17.
- Carvalho e Silva, J. (coord.), (2023). Aprendizagens Essenciais, 10º ano, Ensino Secundário, Matemática A (Aprendizajes esenciales, 10º año de Educación Secundaria, Matemáticas A). Direção Geral da Educação, Ministério da Educação. Online: <https://www.dge.mec.pt/noticias/homologacao-das-novas-aprendizagens-essenciais-de-matematica-para-o-ensino-secundario>
- Carvalho e Silva, J. (2024a). Contribuciones antiguas y recientes de la UNESCO para mejorar la enseñanza de la Matemática. UNION - *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20 (71).
- Carvalho e Silva, J. (2024b). Curricular changes for a secondary education with mathematics for all in the XXIst century (worldwide). 15th International Congress on Mathematical Education. TSG 5.6 Research and development on mathematics curriculum. Sydney, 7-14 July 2024.
- Carvalho e Silva, J., Domingos, A., Rodrigues, A., Almiro, J., Gabriel, L. (2024a). Desenvolvimento profissional do professor: mudando a prática na sala de aula nas novas AE para o ensino secundário, Educação e Matemática, N.º 174, pp. 29-33.
- Carvalho e Silva, J., Domingos, A., Rodrigues, A., Almiro, J., Gabriel, L. (2024b). As Aprendizagens Essenciais de Matemática do Ensino Secundário e o PASEO nas práticas do professor, Educação e Matemática, N.º 174, pp. 18-20.
- Castelnuovo, E. (1982). Para um ensino da Matemática capaz de produzir cultura científica. *Ensino da Matemática: Anos 80*. Actas do colóquio realizado no âmbito do encontro internacional de homenagem a José Sebastião e Silva. Lisboa: Reproscan, pp. 29-41.
- Comisión Europea (2025). Comunicación de la Comisión al Parlamento Europeo, al Consejo, al Comité Económico y Social Europeo y al Comité de las Regiones sobre el Plan de Acción para las Competencias Básicas, Bruselas, 5.3.2025, COM(2025) 88 final. <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/?uri=CELEX:52025DC0088>

- Damerow, P., Dunkley, M. E., Nebres, B. F & Werry, B. (ed.), (1984) Mathematics for All - Problems of cultural selectivity and unequal distribution of mathematical education and future perspectives on mathematics teaching for the majority. Paris: Division of Science Technical and Environmental Education, UNESCO.
- Davies, A., Fidler, D., & Gorbis, M. (2011). Future work skills 2020. California: Institute for the Future for the University of Phoenix Research Institute, Palo Alto. Obtido de www.ifftf.org
- DGE (2021). Aprendizagens Essenciais de Matemática - Projeto “Contexto e Visão para a revisão curricular das Aprendizagens Essenciais em Matemática”, Direção-Geral da Educação (DGE), Portugal. <https://aem.dge.mec.pt>
- Martins, A. (1997). Ensino secundário de Matemática: processo de um programa. *Educação e Matemática*, N.º 44, pp. 9-11.
- Martins, A., Carvalho e Silva, J. (2000). Exames nacionais do ensino secundário - Algumas notas, *Gazeta de Matemática*, nº 138, ANO LXI. pp. 51-58.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Hooper, M. (2016). TIMSS Advanced 2015 International Results in Advanced Mathematics and Physics. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website: <http://timssandpirls.bc.edu/timss2015>
- Ralha, M. E., Castanheira, J. M., Nápoles, S., Carvalho e Silva, J. (2009). Didactics of Mathematics as a Mathematical Discipline: A Portuguese reflection upon a Kleinean challenge - *Boletim do CIM*, 26 - 2009, pp. 24-26.
- Ruiz, A. (2013). La reforma de la educación matemática en Costa Rica: Perspectiva de la praxis. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8 (especial), pp. 7-9. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/issue/view/1186>
- Ruiz, A. (2023). Conclusion ‘Laws’ of Curriculum Implementation and the Future in Which We Are Living (Las ‘leyes’ de conclusión de la implementación curricular y el futuro en el que vivimos). In: Shimizu, Y., Vithal, R. (eds) Mathematics Curriculum Reforms Around the World. New ICMI Study Series. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4_19
- Ruiz, A. (2023). Implementation of Reformed Mathematics Curricula Within and Across Different Contexts and Traditions (Introduction). In Y. Shimizu, R. Vithal (eds.), Mathematics Curriculum Reforms Around the World, New ICMI Study Series, https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4_15
- Ruiz, A., Niss, M., Artigue, M., Vao, Y., & Reston, E. (2023). A First Exploration to Understand Mathematics Curricula. Implementation: Results, Limitations and Successes. In Y. Shimizu, R. Vithal (eds.), Mathematics Curriculum Reforms Around the World, New ICMI Study Series, https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4_15
- Ruiz, A. (2024). Lecciones desde una reforma matemática en América Central. *UNION - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 72, pp. 1-30.
- Sebastião e Silva, J. (1962). Sur l'introduction des mathématiques modernes dans l'enseignement secondaire, *Gazeta de Matemática*, nº 88-89, ANO XXIII. pp. 25-29.
- Torres, T., Coutinho, C., & Fernandes, J. (2008). Aplicações e modelação matemática com recurso à calculadora gráfica e sensores. *UNION - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 15, pp. 9-31.