



Modelo para la enseñanza de la resolución colaborativa de problemas matemáticos: aprendizajes de una investigación

Omar Hernández Rodríguez

Departamento de Estudios Graduados, Universidad de Puerto Rico, Recinto de Rio Piedras
Puerto Rico

omar.hernandez4@upr.edu

Eric Figueroa González

Escuela Elemental, Universidad de Puerto Rico, Recinto de Rio Piedras+
Puerto Rico

eric.figueroagonzalez@upr.edu

Yamily Colón Negrón

Escuela Elemental, Universidad de Puerto Rico, Recinto de Rio Piedras

yamily.colon@upr.edu

Resumen

Reportamos un estudio de caso sobre la resolución colaborativa de problemas matemáticos a nivel elemental. La investigación tenía tres fases. En la primera los estudiantes resolvieron problemas sin ninguna instrucción, ni supervisión del proceso. En la segunda, recibieron instrucción sobre el proceso colaborativo con énfasis en la comprensión común del problema y tuvieron supervisión. En la tercera, volvieron a resolver problemas sin instrucción, ni supervisión. Utilizando el modelo establecido por la OECD (2017), el análisis de la información nos permitió establecer un modelo de seis categorías indispensables para la enseñanza colaborativa de problemas matemáticos: propiciar el ambiente para que el estudiante adquiera compromiso en la resolución colaborativa del problema, posibilitar la comprensión individual y grupal del enunciado del problema, estimular la generación y prueba de posibles soluciones, mantener el compromiso en la resolución colaborativa del problema, mantener equilibrio entre trabajo colaborativo e individual, verificar la comprensión individual y grupal sobre el problema.

Palabras clave: Educación Matemática primaria; Formación continua y desarrollo profesional; Resolución de problemas; Resolución colaborativa de problemas.

Introducción

Trena Wilkerson, pasada presidenta del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NCTM, la sigla en inglés), reconoce la importancia de la resolución de problemas matemáticos en la formación de ciudadanos con la capacidad de entender y criticar el mundo y para prepararlos como líderes sociales (Wilkerson, 2022). También describe los esfuerzos de su organización que por décadas ha promovido la resolución de problemas matemáticos. Desde la publicación del informe *Una agenda para la Acción* en 1980, el NCTM ha privilegiado la resolución de problemas. La primera recomendación del informe era que para la década de los 80 del siglo pasado, la Educación Matemática se debía enfocar en la resolución de problemas, y la segunda indicaba que las competencias básicas no debían ser exclusivamente algorítmicas (NCTM, 1980). Wilkerson también reconoce que, a pesar de todos los esfuerzos, los cambios no han sido notables. El enfoque en los salones de clases sigue siendo el dominio de las operaciones en lugar de la resolución de problemas, el pensamiento crítico o el razonamiento.

Enseñar la resolución de problemas es un proceso complejo. Chapman (2015) realizó una revisión de literatura y estableció siete dimensiones que debe dominar el maestro que incluyen su capacidad para resolver problemas, el conocimiento de la estructura e importancia del problema, el conocimiento de cómo los estudiantes resuelven problemas, el conocimiento sobre cómo enseñar a resolverlos y el conocimiento de los aspectos afectivos y creencias que rodean esta tarea. Por su parte, Cheeseman (2018) realizó una investigación para determinar los factores que se le dificultan a los maestros. Entre los más destacados encontró el rol que deben cumplir cuando los estudiantes están resolviendo problemas, la selección apropiada de problemas y cómo apoyar a los estudiantes para que sean más persistentes y resilientes. Aunque en estas investigaciones no se considera la resolución colaborativa de problemas matemáticos, nos permiten determinar que es un proceso complejo, que se requiere de más investigación y de mayor capacitación para los maestros.

Las investigaciones sobre resolución colaborativa de problemas matemáticos tienen como foco los diferentes grupos de participantes, niveles académicos y facetas del proceso. Sofroniou y Poutos (2016) investigaron los aspectos positivos del trabajo colaborativo en estudiantes universitarios de ingeniería civil de primer año. Figueroa et al. (2025) investigaron las interacciones de los estudiantes de primaria al resolver problemas matemáticos sin ser expuestos a instrucción. Nieminen et al. (2022) investigaron el papel de la intervención estudiantil¹ de estudiantes de secundaria cuando resuelven problemas colaborativos en tareas abiertas que se basan en contextos de la vida real y exigen argumentación más allá de lo “matemático”.

Varios investigadores han desarrollado modelos para la implantación del trabajo colaborativo en el salón de clases. Roschelle y Teasley (1995) desarrollaron el concepto de parcelas compartidas de conocimiento a partir del análisis del trabajo de dos estudiantes de quince años al resolver problemas interactuando con la computadora. Griffin et al. (2012) desarrollaron su modelo con el propósito de evaluar a gran escala y con medios tecnológicos las competencias para el siglo 21; Sun et al. (2020) establecen un modelo a partir de la revisión de literatura y lo validan en dos escenarios diferentes, el primero con estudiantes de nivel

¹ En el sentido de tomar la iniciativa y hacer que las cosas sucedan durante el trabajo colaborativo. El término que utilizan los autores en inglés es “student’s agency”.

intermedio que resuelven problemas de física durante tres horas, y el segundo, con estudiantes universitarios que resuelven problemas de programación en interacción remota durante 20 minutos. Ninguno de los modelos fue desarrollado a partir de la observación de estudiantes de nivel primario mientras resolvían problemas matemáticos.

El objetivo principal de esta investigación es la construcción de un modelo de enseñanza para la resolución colaborativa de problemas matemáticos con estudiantes de nivel primario. Nos enfocamos en la observación de grupos de estudiantes realizando la tarea de resolver problemas matemáticos en un contexto natural del salón de clases. Los problemas que escogimos para la investigación son problemas muy similares a los que plantean los maestros en sus salones de clases. Partimos de una revisión de la literatura de la cual sintetizamos las pautas para las mejores prácticas y continuamos con la observación de los grupos de estudiantes para determinar los procesos que utilizan y las interacciones que se dan entre ellos. Posteriormente, analizamos un grupo de tres estudiantes a lo largo de las tres fases del estudio. Nos preguntamos, ¿cuáles son los aspectos que se deben tener en cuenta para elaborar un modelo de enseñanza para la resolución colaborativa de problemas matemáticos con estudiantes de nivel primario?

Marco teórico

En esta investigación integramos el método de inquirir propuesto por Polya (1945) y el modelo propuesto por la OECD (2017) sobre las competencias para la resolución colaborativa de problemas. Reconocemos, desde el inicio de la investigación, que ninguna de estas publicaciones está dirigida a la educación primaria y que sus recomendaciones deben ser adaptadas para ajustarlas a esta población. La publicación del libro de Polya (1945) sobre solución de problemas establece un hito en la historia del tema. En la primera oración el autor establece que la tarea principal del maestro es ayudar al estudiante. Indica que lo puede lograr por medio de sugerencias y preguntas que guíen al estudiante por cuatro fases: comprensión del problema, elaboración de un plan para resolver el problema, desarrollo de un plan de resolución y reflexión sobre el proceso.

Por su parte, la OECD (2017) estableció las competencias de un individuo para participar activamente en un proceso en el cual dos o más personas intentan resolver un problema por medio de un entendimiento común y compartiendo conocimientos, destrezas y esfuerzos para llegar a una solución. Por medio de una tabla cruzada establece las competencias colaborativas y las competencias de resolución de problemas. Las competencias colaborativas consideradas son: (1) establecer y mantener un entendimiento compartido, es decir, conocer lo que saben los otros miembros del equipo y garantizar que los miembros del equipo compartan la misma visión del problema; (2) tomar las medidas adecuadas para resolver el problema determinando las acciones de colaboración que se deben realizar; y, 3) ejecutar las acciones para establecer y mantener la organización del equipo siguiendo su propio rol en la estrategia de resolución de problemas y verificando que los otros también cumplan con su rol asignado. Por otro lado, las competencias de resolución de problemas son: (1) explorar y comprender el problema, esto es, examinar la situación que se pretende atender, entender el contexto, determinar los elementos y su estado actual, clarificar lo que se pregunta, determinar los elementos indispensables, determinar los contenidos matemáticos que están presentes y establecer la pregunta del problema; (2) representar y formular, esto es, identificar oportunidades para aplicar las Matemáticas, ver que

las Matemáticas pueden ser útiles para entender o resolver un problema, construir una representación compartida del significado del problema utilizando representaciones verbales, gráficas o simbólicas; (3) planificar y ejecutar, es decir, identificar las tareas, la secuencia en que se deben realizar y asignar la o las personas que la van a realizar; y, (4) supervisar y reflexionar en el sentido de reflexionar sobre la solución matemática o los resultados e interpretarlos en el contexto del problema y en el campo matemático.

Método

Utilizamos el estudio de caso como diseño de esta investigación. Nos enfocamos en el proceso de resolución de problemas matemáticos en forma colaborativa por parte de estudiantes de quinto grado. Específicamente, utilizamos el análisis de las interacciones de los estudiantes para proponer un modelo que permita al docente organizar su sala de clases de forma que se optimice el fortalecimiento de las competencias de trabajo colaborativo y del entendimiento del contenido matemático.

El estudio se realizó en tres fases. En la primera fase, determinamos las interacciones de los estudiantes sin recibir ninguna instrucción. En una segunda fase todos los estudiantes recibieron instrucción en la resolución de problemas en forma colaborativa. Las competencias que se desarrollaron fueron las recomendadas por la OEDC (2017). En una tercera fase los estudiantes volvieron a resolver problemas sin ninguna intervención de los maestros o los investigadores.

Los participantes pertenecían a dos salones de quinto grado con 11 y 14 estudiantes, respectivamente. Los participantes se dividieron en nueve grupos de dos o tres estudiantes. Cada grupo contaba con una computadora en donde se grababan todas las interacciones mientras resolvían los problemas. Los estudiantes se ubicaron de tal forma que la cámara de la computadora capturara el lenguaje oral, el lenguaje corporal y en general, las interacciones de todos los miembros del equipo. Las sesiones de solución de problemas se realizaron en periodos lectivos de 50 minutos. En cada clase los estudiantes resolvieron colaborativamente un problema. Cada integrante del grupo recibía una hoja con el problema y espacio suficiente para resolverlo. Cada estudiante identificaba su hoja de trabajo con un código que se le había asignado previamente y anotaba todos los procesos que se le ocurrían para la resolución del problema. Cuando terminaban de resolver el problema, debían indicarlo para recibir una hoja en la cual plasmarían la solución grupal final. Posteriormente, uno de los investigadores realizó una entrevista a los miembros del equipo para recoger la percepción de los estudiantes sobre su participación en el proceso. Cada grupo resolvió nueve problemas, tres en cada fase. Las fuentes de información fueron, las hojas de trabajo individual de los estudiantes, la hoja grupal de la solución consensuada del problema, el análisis de los vídeos, y las transcripciones de las entrevistas a los estudiantes después de la sesión de resolución de problemas.

Análisis de la información

El análisis de la información se realizó en dos etapas. En la primera, los investigadores revisaron todos los videos. En el proceso excluyeron los videos que tenían problemas de sonido y aquellos en los que no había mucha interacción entre los participantes. Posteriormente, los

investigadores seleccionaron uno de los grupos de trabajo para un análisis más detallado de las tres fases del estudio. El grupo seleccionado estaba compuesto por tres niñas a las que nos referiremos por los seudónimos Beatriz, Carla y Dora. Desde el inicio Beatriz realizó acciones que denotaron su deseo de liderar los trabajos y la reacción de sus compañeras para retar su liderazgo. De los nueve problemas resueltos, seleccionamos los problemas 1 y 2 de la primera fase, los problemas 4 y 5 de la segunda fase y el problema 8 de la tercera fase. Algunos de los problemas fueron:

Problema 1

Juan se durmió a las 9:30pm y despertó a las 6:45am. Al día siguiente su hermano Carlos durmió 1 hora 50 minutos más que él. ¿Cuánto tiempo durmió Carlos?

Problema 5

Marian ganó un concurso y puede escoger un máximo de 1000 dulces. Sin embargo, tiene dos opciones:

- a. Llenar 30 bolsas con la misma cantidad de dulces en cada bolsa.
- b. Llenar 24 cajas poniendo en cada caja una cantidad distinta de dulces.

¿Cuál es la mejor opción para Marian? Mostrar todas las posibilidades y explicar cómo las hallaron.

Problema 9

El número 2581953764 se escribe en una tira de papel. John corta la tira 2 veces y obtiene 3 números. Luego suma estos 3 números. ¿Cuál es la suma más pequeña posible que se puede conseguir?

Resultados

El análisis de la información nos permitió establecer un modelo de seis categorías para la enseñanza colaborativa de problemas matemáticos. Estas categorías no son mutuamente excluyentes, por lo que algunas acciones del docente pueden asociarse con más de una categoría. A continuación, se describe cada categoría y se presentan algunas preguntas que pueden ayudar en el proceso.

Categoría #1: Propiciar el ambiente para que el estudiante adquiera compromiso en la resolución colaborativa del problema

El docente forma grupos heterogéneos mediante la exploración de los estilos de aprendizaje, intereses y afinidades. La formación de grupos fundamentados en estos criterios procura evitar que ocurran aislamientos en los cuales no se involucre a algún miembro del grupo. Otras acciones que propician este tipo de ambiente son entregar a cada estudiante una hoja con el problema asignado, ofrecer instrucciones específicas para que inicialmente todos realicen una lectura en silencio del problema y posteriormente uno de los estudiantes realice una lectura en voz alta, mientras los restantes miembros del grupo siguen la lectura con su hoja del problema. Luego, el docente invita a los estudiantes a conversar sobre lo que cada uno comprende con el propósito de un entendimiento común aun cuando exista la posibilidad de que sea incorrecto o que se esté obviando algún dato o información relevante. El maestro evita asignar roles específicos y permite que sean los mismos estudiantes quienes por consenso establezcan roles y tareas en los grupos. El docente fomenta que los estudiantes se involucren con el problema y se

comprometan con hallar una solución grupal al mismo. Fomenta que los estudiantes se motiven a resolver de manera colaborativa el problema ya sea porque le resulta interesante, pertinente o ambas.

Categoría #2: Posibilitar la comprensión individual y grupal del enunciado del problema

El maestro guía a los estudiantes a comprender la situación planteada. En esta categoría el docente alienta a los estudiantes a explicarse mutuamente lo que entienden del problema y destacar los datos o información que deben tener en cuenta. En caso de que el problema no incluya un diagrama o representación visual, el maestro propone que cada estudiante genere una representación visual del mismo, ya sea mediante un diagrama, tabla o dibujo, y que además exprese en voz alta lo que entiende de la situación, sin discutir estrategias de solución. El maestro luego fomenta que cada grupo discuta lo generado por cada estudiante para comparar si comprendieron lo mismo. Luego de que cada estudiante exprese lo que entiende o lo que no entiende del problema, el docente debe invitar a los estudiantes a conversar para logra un entendimiento común.

El docente procura que los estudiantes comprendan el vocabulario que se está empleando. Ciertos conceptos pueden tener más de un sentido o definición si dependen del contexto en que se están presentando. Por tanto, es meritorio que el docente, mediante preguntas guías, se asegure que los estudiantes entienden el contexto y si es una situación plausible o no. Como parte de este proceso el docente pregunta si hay algún término o palabra que no saben su significado y guía a los estudiantes a familiarizarse con el mismo en algún diccionario o consultando la Internet. En caso de ser necesario aclara el mismo. El docente pudiera ofrecer ejemplos que faciliten la comprensión de conceptos matemáticos y de ser posible, establecer asociaciones entre el problema y temas estudiados previamente en la clase de Matemáticas. El maestro realiza preguntas como las siguientes: ¿Hay alguna palabra de la situación que se les presenta que no entiendan? ¿Con cuál tema estudiado en la clase de Matemáticas se relaciona el problema?

Categoría #3: Estimular la generación y prueba de posibles soluciones

El maestro aclara que no todos los problemas de Matemáticas ameritan el empleo de alguna operación aritméticas y provee problemas en los cuales las soluciones no se obtienen empleando operaciones aritméticas, sino con otras estrategias, tales como reconocimiento de patrones, establecimiento de relaciones, incluso el intuir una posible respuesta. Es importante fomentar que los estudiantes comuniquen sus ideas sobre la solución de tal forma que sean evaluadas por sus compañeros. En el proceso de evaluación, el plan de un estudiante se complementa, se mejora y, en otros casos, puede ser rechazado. El docente realiza preguntas como las siguientes: ¿Qué operaciones o estrategias se pueden utilizar para resolver el problema? ¿Han resuelto algún problema parecido anteriormente? ¿Pueden asociar este problema con alguna situación de la vida diaria?

Categoría #4: Mantener el compromiso en la resolución colaborativa del problema

Las acciones de los estudiantes se mueven entre la individualización y la colaboración y es posible que las acciones individuales tiendan a monopolizar el trabajo (Autores, aceptado). El

maestro debe realizar acciones dirigidas a lograr que los miembros del equipo discutan las posibles soluciones. El docente fomenta que haya apertura para escuchar las ideas que expresan los estudiantes a sus compañeros y promueve que todas las aportaciones son valiosas ya que pueden conducir a la solución del problema de forma directa o indirecta. El maestro debe solicitar a los estudiantes que escriban posibles estrategias de solución. Al obtener de manera escrita esta información, le brinda al docente la oportunidad de validar si los alumnos comprenden el problema y puede apoyarlos mediante preguntas guías que faciliten la identificación de estrategias cognitivas de solución, tanto individual como grupal.

Es fundamental que el maestro ofrezca retroalimentación a los intentos de solución que realicen los alumnos. Además, el maestro entrega una hoja a cada estudiante en la cual cada alumno expresa y documenta su aportación al proceso de solución del problema. El maestro realiza preguntas como las siguientes: ¿Cuáles datos o información es la relevante para lograr resolver el problema? ¿Conocen algún problema similar? ¿Cómo se relaciona ese problema con este? ¿Han identificado alguna estrategia para resolver el problema? ¿Cómo estás aportando de manera individual a que el grupo logre resolver el problema?

Categoría #5: Mantener equilibrio entre trabajo colaborativo e individual

Durante esta categoría se realizan acciones docentes conducentes a mantener un balance entre el trabajo individual y el grupal. Como parte de esta categoría, el maestro promueve que los estudiantes compartan sus dudas e ideas a los compañeros de grupo. Inicialmente, se fomenta que los alumnos discutan lo que entienden del problema y realicen preguntas a sus pares conducentes a entender el problema que se les presenta. Posteriormente, el docente alienta a los alumnos que presenten ante sus compañeros las estrategias que pudieran emplearse y finalmente las soluciones halladas. Es decir, el maestro estimula a los estudiantes a que expliquen a sus compañeros de grupo lo que entienden del problema, lo que hicieron o piensan hacer, y por qué no están de acuerdo con la respuesta dada por otro estudiante.

El maestro solicita a los estudiantes que identifiquen las aportaciones de cada uno a la solución del problema, reconociendo que para el estudiante el proceso de solución comienza cuando reciben o les presentan el problema y culmina cuando el grupo expone una solución. El maestro realiza las siguientes preguntas: ¿Todos están de acuerdo con lo que debe hallar o alguno necesita ayuda? ¿Consideraron cada una de las ideas que expresaron los compañeros? Si descartaron alguna de las ideas, ¿por qué lo hicieron? ¿Todos lograron aportar al proceso de solución? ¿De qué forma?

Categoría #6: Verificar la comprensión individual y grupal sobre el problema

El maestro valida que todos los miembros del equipo tienen la misma comprensión de la solución y promueve la reflexión para que el grupo pueda establecer si lo propuesto es compatible con el enunciado del problema y satisface todas las condiciones y supuestos.

Una estrategia que el docente puede emplear es solicitarle que discutan y comparen sus respectivas soluciones y determinen qué elementos tienen en común y los elementos en que difieren. Esto permite que el grupo colaborativo llegue a una solución consensual del problema.

Como parte de este proceso, el docente promueve que en cada grupo se valoren los esfuerzos, tanto individuales, como grupales y destaca que las aproximaciones, aunque inexactas, reflejan un grado de entendimiento del problema. De igual manera, el maestro fomenta el reconocimiento sobre que los intentos fallidos, también muestran un grado de aprendizaje, toda vez que ya se conoce que determinada estrategia no conduce a la solución de problema; lo cual inicialmente no se conocía. Como parte de esta categoría, el maestro realiza las siguientes preguntas: ¿Todos están de acuerdo que esa es la solución? ¿Lo que presentan como solución, es totalmente correcto o es una aproximación a la solución?

Conclusión

La resolución de problemas y el trabajo colaborativo son competencias importantes para los educandos del siglo XXI. La revisión de la literatura revela la necesidad de un modelo que los maestros de educación primaria puedan utilizar para fomentar la resolución colaborativa de problemas matemáticos en sus salones de clases. El modelo que proponemos está fundamentado en las recomendaciones de los expertos y en la observación de estudiantes de este nivel mientras resuelven problemas colaborativamente.

Referencias

- Chapman, O. (2015). Mathematics teachers' knowledge for teaching problem solving. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 3(1), 19-36.
- Cheeseman, J. (2018). Teachers' perceptions of obstacles to incorporating a problem solving style of mathematics into their teaching. En Hunter, J., Perger, P. y Darragh, L. (Eds.). *Making waves, opening spaces (Proceedings of the Annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia 2018)* (pp. 210-217). Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA).
- Crespo, S. y Harper, F. K. (2020). Learning to pose collaborative mathematics problems with secondary prospective teachers. *International Journal of Educational Research*, 102, 101430.
- Figuroa González, E., Colón Negrón, Y. y Hernández Rodríguez, O. (2025). Resolución colaborativa de problemas matemáticos: interacciones entre los participantes del grupo. *Paradigma*, 46(1), e2025028, <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025028.id1622>
- Griffin, P., Care, E. y McGaw, B. (2012). The changing role of education and schools. En P. Griffin, B. McGaw y E. Care (Eds.), *Assessment and teaching of 21st century skills* (pp.1-15). Heidelberg: Springer.
- Nieminen, J. H., Chan, M. C. E. y Clarke, D. (2022). What affordances do open-ended real-life tasks offer for sharing student agency in collaborative problem-solving? *Educational Studies in Mathematics*, 109(1), 115-136.
- Polya, G. (1945). *How to solve it: A New aspect of mathematical method*. Princeton University Press.
- OECD. (2017). *PISA 2015 assessment and analytical framework: Science, reading, mathematic, financial literacy and collaborative problem solving*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264281820-8-en>.
- Roschelle, J. y Teasley, S. (1995). The construction of shared knowledge in collaborative problem solving. En C. O'Malley (Ed.), *Computer-supported collaborative learning* (pp. 69-197). Berlin, Germany: Springer Verlag.
- Sofroniou, A. y Poutos, K. (2016). Investigating the effectiveness of group work in mathematics. *Education Sciences*, 6(3), 30.
- Sun, C., Shute, V. J., Stewart, A., Yonehiro, J., Duran, N. y D'Mello, S. (2020). Towards a generalized competency model of collaborative problem solving. *Computers & Education*, 143, 103672.
- Wilkerson, T. (2022). *Problem solving: An approach to understanding and critiquing our world*. NCTM. https://www.nctm.org/News-and-Calendar/Messages-from-the-President/Archive/Trena-Wilkerson/Problem-Solving_-An-Approach-to-Understanding-and-Critiquing-Our-World/