



Conocimientos y competencias del profesorado en la enseñanza de la derivada en cursos de ingeniería civil

Denise **Chamorro** Manríquez
Universidad Católica de la Santísima Concepción
Chile

dchamorro@ucsc.cl

Adriana **Breda**
Universitat de Barcelona
España

adriana.breda@ub.edu

Maritza **Galindo** Illanes
Universidad San Sebastián
Chile

maritza.galindo@uss.cl

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo investigar las competencias y conocimientos del profesorado para diseñar y valorar la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción en la enseñanza de la derivada en la asignatura de Cálculo Diferencial en carreras de ingenierías civiles, considerando las especialidades de Ingeniería Civil, Industrial, Informática, Geológica y Eléctrica. La metodología incluye una revisión sistemática del estado del arte, un diagnóstico de las percepciones y prácticas docentes, el análisis de materiales didácticos y el diseño de un proceso de instrucción fundamentado en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Este diseño se evaluará bajo criterios de idoneidad didáctica, con el propósito de identificar mejoras en el aprendizaje del objeto matemático derivada y su aplicación en problemas específicos de la ingeniería. La investigación busca contribuir a la formación docente y al fortalecimiento de la enseñanza del cálculo diferencial en contextos profesionales.

Palabras clave: Cálculo diferencial; Didáctica de la Matemática; Enfoque Ontosemiótico; Idoneidad didáctica; Ingeniería Civil.

Definición del problema

La derivada es un concepto clave en el cálculo diferencial, fundamental para modelar y optimizar fenómenos de cambio en disciplinas como la ingeniería, la economía y las ciencias físicas. En ingeniería civil, su aplicación es esencial en áreas como el análisis estructural, la hidráulica y el transporte.

Sin embargo, su enseñanza en carreras de ingeniería suele centrarse en procedimientos simbólicos y mecánicos, dejando de lado su conexión con aplicaciones contextualizadas (Pino-Fan, Godino & Font, 2015; Gutiérrez, Buitrago & Ariza, 2017, Galindo et. al., 2022; Galindo & Breda, 2023). Este enfoque limita la comprensión profunda de la derivada y dificulta su transferencia a problemas reales. Además, la falta de integración entre cursos de ciencias básicas y asignaturas profesionalizantes genera una brecha en la formación del estudiantado.

Otros estudios han identificado dificultades en la interpretación de la función derivada y su representación geométrica, así como en su aplicación en análisis de monotonía y optimización de funciones (Galindo Illanes et al., 2022; Galindo Illanes & Breda, 2022a, 2022b). Estas limitaciones evidencian la necesidad de repensar su enseñanza, promoviendo enfoques didácticos que incorporen representaciones múltiples, herramientas tecnológicas y aplicaciones contextualizadas.

Relevancia de estudiar la derivada y su enseñanza

Desde la perspectiva matemática

La derivada es un objeto matemático complejo que trasciende su carácter procedimental, ya que involucra múltiples significados, como la tasa de cambio, la pendiente de una tangente, y el análisis de optimización, así como diversas representaciones (simbólica, gráfica, numérica, y contextual) que interactúan en su comprensión (Pino-Fan, Godino & Font, 2015). Este enfoque integral no solo promueve una comprensión más profunda de la derivada, sino que también desarrolla competencias clave para resolver problemas complejos en el ámbito de las ingenierías, donde se requiere interpretar fenómenos físicos y aplicarlos en situaciones reales (Larios, Páez & Moreno, 2020). La articulación de estas representaciones y significados es esencial para que el estudiantado pueda transferir el conocimiento matemático a contextos profesionales y técnicos.

Desde la perspectiva del cuerpo docente

El cuerpo docente que enseña cálculo frecuentemente adopta un enfoque predominantemente simbólico y técnico al abordar la derivada, enfatizando su operatoria y la resolución de problemas rutinarios, pero dejando de lado la conexión con aplicaciones reales y contextos profesionales. Este enfoque limita la capacidad del estudiantado para comprender los significados matemáticos y desarrollar una visión interdisciplinaria del concepto (Font & Contreras, 2008). Por ello, es esencial analizar cómo los profesores de Matemática interpretan y priorizan los significados y las situaciones problema de la derivada, con el fin de diseñar intervenciones didácticas que integren herramientas tecnológicas, representaciones múltiples y problemas contextualizados.

Desde la perspectiva del cuerpo docente de especialidad

En las asignaturas profesionalizantes de las distintas especialidades de ingeniería civil, la derivada se utiliza de manera transversal para resolver problemas específicos, como el análisis de esfuerzos, el flujo de fluidos, la optimización de recursos, entre otros. Sin embargo, se asume que el estudiantado ya posee un conocimiento sólido y funcional de la derivada adquirido en los cursos de cálculo, lo que no siempre es el caso (Londoño, Kakes & Decena, 2013). Esta desconexión curricular dificulta la aplicación práctica de los objetos matemáticos en contextos ingenieriles. Analizar cómo el profesorado de especialidad percibe las carencias del estudiantado respecto a la derivada puede guiar el diseño de estrategias pedagógicas y fortalecer la articulación entre las ciencias básicas y las aplicaciones profesionales. Esto es clave para formar ingenieros con competencias integrales que puedan abordar los desafíos de la ingeniería civil de manera efectiva y contextualizada.

Referencial Teórico

El presente trabajo se fundamenta en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS), desarrollado por Godino y colaboradores, el cual proporciona un marco teórico integral para analizar y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Este enfoque permite estudiar cómo los significados matemáticos son construidos, comunicados y validados en contextos educativos, y cómo los diferentes elementos didácticos interactúan en dicho proceso (Godino et al., 2019).

Los significados matemáticos en el EOS

En el EOS, un objeto matemático (como la derivada) es entendido como un sistema de prácticas que involucra diversos significados. Estos significados surgen a partir de la interacción entre representaciones semióticas (simbólicas, gráficas, numéricas y contextuales), procedimientos, problemas asociados, y su interpretación en diferentes contextos (Godino, 2008). Esto implica que enseñar la derivada requiere no solo abordar su formalización simbólica, sino también articular los diferentes significados que permiten su comprensión y aplicación en problemas reales.

En el trabajo de Pino-Fan, Godino y Font (2011), se realizó un estudio histórico-epistemológico detallado sobre la evolución de la derivada. En su investigación, identificaron nueve significados parciales de la derivada, entre los cuales se incluyen:

1. Significado como tasa de cambio: Interpretación del cambio de una cantidad en relación con otra, como velocidad en función del tiempo.
2. Significado geométrico: Pendiente de la tangente a una curva en un punto.
3. Significado como operador matemático: Derivación como herramienta para analizar y optimizar funciones en aplicaciones prácticas.

El EOS permite identificar las conexiones entre estos significados y diseñar estrategias didácticas que promuevan su construcción progresiva en el estudiantado (Pino-Fan et al., 2013).

Modelo del Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas

El EOS introduce el modelo denominado Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del Profesor de Matemáticas (modelo CCDM) (Godino et al., 2017; Pino-Fan et al., 2017) y articula las competencias y conocimientos que se consideran necesarios para una enseñanza adecuada de las Matemáticas (Godino et al., 2017). En el modelo CCDM, por un lado, se considera que las dos competencias clave del profesor de Matemáticas son la competencia Matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica. El núcleo fundamental de esta última es (Breda et al., 2017): diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje, tanto propias como de otros, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de idoneidad, con el fin de establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y proponer mejoras. Por otro lado, este modelo teórico caracteriza los conocimientos del profesorado a partir de tres dimensiones: la dimensión matemática, la dimensión didáctica y la dimensión metadidáctico-matemática (Pino-Fan & Godino, 2015). Por un lado, la dimensión matemática del CDM incluye dos subcategorías de conocimiento: el conocimiento común del contenido (conocimiento sobre un objeto matemático concreto, suficiente para resolver problemas o tareas del currículo en un nivel educativo determinado) y el conocimiento ampliado del contenido (conocimiento de las Matemáticas del nivel educativo siguiente). Por otro lado, la dimensión didáctica del CDM incluye las siguientes subcategorías: conocimiento especializado de la dimensión matemática (faceta epistémica), conocimiento sobre los aspectos cognitivos del alumnado (faceta cognitiva), conocimiento sobre los aspectos afectivos, emocionales y actitudinales del alumnado (faceta afectiva), conocimiento sobre las interacciones en el aula (faceta de interacción), conocimiento sobre los recursos y medios que pueden potenciar el aprendizaje (faceta de medios), y conocimiento sobre los aspectos curriculares, contextuales, sociales y políticos que influyen en la gestión del aprendizaje (faceta ecológica) (Breda et al., 2017; Pino-Fan et al., 2018).

Criterios de idoneidad didáctica

Un eje central del EOS es el constructo de idoneidad didáctica, el cual valora la idoneidad los procesos de enseñanza y aprendizaje desde seis dimensiones de idoneidad: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica (Godino et al., 2006).

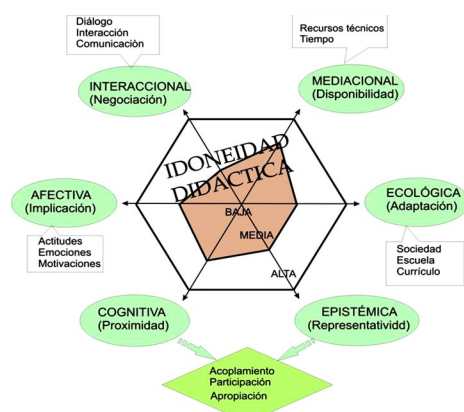


Figura 1: Criterios de Idoneidad Didáctica. Godino et al. (2006)

Estas dimensiones, consensuadas por la comunidad educativa (Breda et al., 2018), sirven para asegurar que un proceso de instrucción es coherente con los objetivos educativos, las capacidades del estudiantado y el contexto en el que se desarrolla. A continuación, se presentan las dimensiones de la idoneidad didáctica y su descripción (Font et al., 2010):

Tabla 1

Dimensiones de la idoneidad didáctica según el enfoque ontosemiótico

Dimensión	Descripción
Idoneidad epistémica	Evalúa la adecuación del contenido matemático enseñado, asegurando que los conceptos y procedimientos sean correctos, coherentes y relevantes para los objetivos educativos.
Idoneidad cognitiva	Analiza la correspondencia entre las actividades de aprendizaje y las capacidades cognitivas del estudiantado, promoviendo una comprensión profunda y significativa.
Idoneidad interaccional	Valora la calidad de las interacciones en el aula, incluyendo la comunicación entre docentes y estudiantes, fomentando un aprendizaje colaborativo y participativo.
Idoneidad mediacional	Examina la pertinencia y efectividad de los recursos didácticos utilizados, como materiales manipulativos, tecnologías digitales y otros apoyos para facilitar el aprendizaje.
Idoneidad afectiva	Considera las actitudes, emociones y motivaciones del estudiantado hacia las Matemáticas, creando un ambiente que favorezca una actitud positiva hacia el aprendizaje.
Idoneidad ecológica	Analiza la coherencia del proceso de enseñanza con el contexto educativo, cultural y social, asegurando la relevancia y aplicabilidad de los aprendizajes en la vida profesional y cotidiana del estudiantado.

Estos criterios permiten analizar de manera integral la enseñanza de la derivada y guían el diseño, implementación y evaluación de procesos de instrucción (Pino-Fan et al., 2018).

Método y desarrollo conceptual

Este estudio adopta un enfoque mixto con diseño de investigación-acción educativa, integrando métodos cualitativos y cuantitativos para analizar y mejorar la enseñanza de la derivada en ingeniería civil. La metodología se estructura en siete etapas, que abordan desde el análisis del estado del arte hasta la evaluación de un diseño instruccional fundamentado en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS).

Las primeras etapas comprenden una revisión sistemática de literatura especializada, un diagnóstico de prácticas docentes y un análisis del uso de la derivada en materiales de asignaturas de especialidad. Posteriormente, se diseña un proceso de instrucción basado en TIC y situaciones contextualizadas, el cual es implementado y evaluado considerando criterios de idoneidad didáctica. Participan docentes de Cálculo Diferencial y profesores de asignaturas profesionalizantes de una universidad chilena, seleccionados mediante muestreo intencional.

Resultados preliminares de la investigación

Resultados de la revisión sistemática

Se realizó una revisión sistemática en SciELO, Scopus y Web of Science con publicaciones de los últimos 10 años, utilizando palabras clave como “enseñanza de la derivada”,

“ingeniería” y “enfoque ontosemiótico”. De las 80 publicaciones encontradas, 15 cumplieron con los criterios de inclusión.

Los resultados muestran que predomina una enseñanza tradicional centrada en la instrucción directa y la resolución de ejercicios rutinarios, con énfasis en la operatoria simbólica (Gutiérrez et al., 2017). Sin embargo, emergen propuestas innovadoras que incorporan el uso de TIC (GeoGebra, Desmos, OVA) y enfoques teóricos como el EOS (Pino-Fan et al., 2015; Galindo & Breda, 2022b). Las dificultades más frecuentes reportadas incluyen problemas en la comprensión del concepto de derivada más allá de lo procedimental, en la interpretación gráfica y en su aplicación a contextos reales.

También se evidencia una escasa articulación entre los cursos de ciencias básicas y las asignaturas profesionalizantes, y una limitada documentación de estrategias didácticas que conecten la enseñanza del cálculo con las aplicaciones específicas de la ingeniería (Galindo & Breda, 2023).

Diagnóstico del contexto docente

En paralelo, se desarrolló un diagnóstico institucional del curso de Cálculo Diferencial impartido en catorce secciones coordinadas de ingeniería en una universidad chilena. El curso opera con materiales compartidos (guías, ejercicios, presentaciones), lo cual garantiza homogeneidad, pero restringe la flexibilidad pedagógica. La enseñanza se caracteriza por un enfoque expositivo tradicional, centrado en la aplicación de reglas de derivación y ejercicios repetitivos, con escaso uso de recursos tecnológicos o tareas contextualizadas a las especialidades.

La dinámica de clase se enfoca en la transmisión de procedimientos, descuidando la construcción de significados múltiples del objeto derivada y su conexión con problemas reales de la ingeniería. Además, se identifican pocas oportunidades de vinculación interdisciplinar, lo que contribuye a una desconexión entre los aprendizajes matemáticos y su aplicación profesional.

Análisis de materiales de especialidad y primera iteración del diseño instruccional

Actualmente, la investigación avanza en la tercera etapa, centrada en el análisis de los significados y campos de problemas asociados a la derivada en el material didáctico de asignaturas de especialidad en carreras de ingeniería civil. Esta revisión incluye programas, guías y textos utilizados por docentes de formación profesional, permitiendo identificar cómo se aplica la derivada en contextos reales y qué demandas cognitivas implica para el estudiantado.

De forma paralela, se desarrolló una primera versión de un diseño instruccional fundamentado en el EOS, actualmente en fase de pilotaje en el curso de Cálculo Diferencial. Este diseño propone una trayectoria didáctica centrada en dos grandes temas: rectas tangentes y optimización de funciones, organizados en torno a campos de problemas contextualizados en ingeniería.

Las actividades consideran recursos diversos: materiales concretos (cartulinas, elementos de construcción), software matemático como GeoGebra, applets interactivos y códigos QR. En el aula, se implementan estrategias de activación de conocimientos previos mediante plataformas interactivas y trabajo colaborativo que articula representaciones gráficas, algebraicas y numéricas. Además, se disponen recursos asincrónicos en Moodle, como videos y guías, para reforzar los aprendizajes.

Este proceso de pilotaje permitirá recolectar evidencias para evaluar la idoneidad didáctica del diseño y realizar ajustes en una próxima iteración, con el objetivo de fortalecer la enseñanza de la derivada en contextos de formación profesional en ingeniería.

Conclusión

Los avances preliminares de esta investigación revelan que la enseñanza de la derivada en carreras de ingeniería continúa fuertemente anclada en enfoques tradicionales, centrados en la operatoria simbólica y con escasa conexión con aplicaciones contextualizadas. Tanto la revisión sistemática como el diagnóstico docente evidencian una débil articulación entre los cursos de ciencias básicas y las asignaturas de especialidad, lo que limita la transferencia del conocimiento matemático a problemas reales.

En respuesta a esta problemática, se diseñó una primera trayectoria didáctica basada en el Enfoque Ontosemiótico, que incorpora campos de problemas significativos, uso de tecnologías como GeoGebra y estrategias de aprendizaje colaborativo. Este diseño, actualmente en fase de pilotaje, busca promover una enseñanza más significativa y contextualizada de la derivada.

Se espera que los resultados de la implementación permitan ajustar el diseño y aportar herramientas concretas para fortalecer la enseñanza del cálculo en carreras de ingeniería desde una perspectiva de idoneidad didáctica.

Referencias y bibliografía

- Breda, A., Font, V., & Pino-Fan, L. R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: El caso del constructo idoneidad didáctica. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 32(60), 255–278. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>
- Breda, A., Pino-Fan, L. R., & Font, V. (2017). Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers: Criteria for The Reflection and Assessment on Teaching Practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Font, V., Planas, N., & Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105. <https://doi.org/10.1174/021037010790317243>
- Galindo Illanes, M. K., Breda, A., Chamorro, D., & Alvarado, H. (2022). Analysis of a teaching-learning process of the derivative with the use of ICT oriented to engineering students in Chile. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(7), em2130.
- Galindo Illanes, M. K., & Breda, A. (2022a). El tratamiento de la derivada en el plan de estudios de Ingeniería Comercial en Chile. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, & J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 285-293). SEIEM.
- Galindo Illanes, M. K., & Breda, A. (2022b). Estudo da derivada com o uso das TIC realizado com estudantes de engenharia no Chile. En C. A. Hauschild Johann & S. Nunes Lopes (Eds.), *Docência e ciência: [re]valorização do conhecimento* (1.a ed., Vol. 1, pp. 110-117). Editora Univates.

- Galindo Illanes, M. K., & Breda, A. (2023). Significados de la derivada en los libros de texto de las carreras de Ingeniería Comercial en Chile. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 37(75), 271–295. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n75a13>
- Galindo Illanes, M. K., & Breda, A. (2024). Proceso de instrucción de la derivada aplicado a estudiantes de Ingeniería Comercial en Chile. *Uniciencia*, 38(1), 303-323. <https://www.scielo.sa.cr/pdf/uniciencia/v38n1/2215-3470-uniciencia-38-01-303.pdf>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). El enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 22(1), 248-268.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., & Wilhemi, M. R. (2006a). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *BOLEMA*, 31(57), 90-113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Gutiérrez Mendoza, L., Buitrago Alemán, M. R., & Ariza Nieves, L. M. (2017). Identificación de dificultades en el aprendizaje del concepto de la derivada y diseño de un OVA como mediación pedagógica. *Revista Científica General José María Córdova*, 15(20), 137–153. <https://doi.org/10.21830/19006586.170>
- Larios, V., Páez, J., & Moreno, R. (2020). Significados sobre la derivada evidenciados por alumnos de ingeniería. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 20(1), 45-67. <https://aiem.es/article/view/v20-larios-paez-moreno>
- Londoño, J. M., Kakes, I., & Decena, J. (2013). La enseñanza del cálculo en la formación de ingenieros. *Ingeniería y Competitividad*, 15(2), 75-86.
- Pino-Fan, L. R., Castro, W. F., Godino, J. D., & Font, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *Paradigma*, 34(2), 129-150.
- Pino-Fan, L. R., Font, V., & Breda, A. (2017). Mathematics teachers' knowledge and competences model based on the onto-semiotic approach. En Kaur, B., Ho, W. K., Toh, T. L., & Choy, B. H. (Eds.), *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 33–40). PME.
- Pino-Fan, L. R., & Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87-109.
- Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., & Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. *Educação Matemática Pesquisa*, 13(1), 141–178.
- Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., & Font, V. (2015). Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 29(51), 60-89. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a04>
- Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., & Font, V. (2018). Assessing key epistemic features of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers: the case of the derivative. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21, 63-94. <https://doi.org/10.1007/s10857-016-9349-8>