



El diálogo heurístico y su rol en la elaboración y comunicación de conjeturas

Luis **Torres**

Universidad de Puerto Rico

Puerto Rico

luis.torres78@upr.edu

Omar **Hernández**

Universidad de Puerto Rico

Puerto Rico

omar.hernandez4@upr.edu

Resumen

La Matemática es una disciplina de descubrimiento y comunicación. Además, ocurre como un proceso social donde la discusión y el debate facilitan la construcción del conocimiento. Esta ponencia explora cómo el diálogo heurístico, una estrategia de enseñanza basada en la exploración y el cuestionamiento, contribuye a la comunicación matemática, especialmente en la formulación de conjeturas en la enseñanza de la geometría. Se aborda el papel del docente en la mediación de este diálogo, fomentando la formulación de conjeturas, su validación mediante el análisis crítico y la comunicación efectiva entre estudiantes. A través del uso de preguntas estratégicas y ambientes colaborativos, se evidencia que el diálogo heurístico fortalece la capacidad argumentativa de los estudiantes y mejora la calidad de sus razonamientos matemáticos. Finalmente, se presentan ejemplos de su aplicación en la enseñanza de la geometría y la geometría analítica.

s

Palabras clave: Argumentación Matemática; Comunicación Matemática; Conjeturas; Diálogo Heurístico; Enseñanza de la Geometría; Geometría Dinámica; Pensamiento Crítico.

Introducción

Las Matemáticas van más allá de ser un conjunto de procedimientos y algoritmos. Son una disciplina de descubrimiento y comunicación; un proceso social en el que la discusión y el

debate facilitan la construcción del conocimiento (Freudenthal, 1981). La capacidad de formular, validar y comunicar conjeturas es fundamental en el aprendizaje matemático. En el estudio de Iacono (2021), se desarrollan e implementan actividades a través de sistemas de geometría dinámica que fomentan la formulación y prueba de conjeturas. En este contexto, se observa cómo los estudiantes, al trabajar en actividades de construcción geométrica en ambientes de colaboración digital (i.e. Geogebra), logran identificar y corregir sus propios errores a través de la discusión y el intercambio de ideas. Este ambiente digital permitió a los estudiantes formular y refinar conjeturas sobre figuras geométricas, como identificar propiedades de paralelogramos y trapezoides, mediante la colaboración y el uso de herramientas digitales específicas (dello Iacono, 2021). En este ensayo, se explora cómo el diálogo heurístico, una estrategia de enseñanza basada en la exploración y el cuestionamiento, contribuye a la comunicación matemática, centrándose en la formulación de conjeturas en la enseñanza de la geometría.

Fundamentos Teóricos

Comunicación Matemática

La comunicación en Matemáticas requiere el intercambio de ideas y conceptos de manera clara y precisa que permita que los estudiantes expliquen sus razonamientos y reciban retroalimentación constructiva (Ball & Bass, 2003). En este sentido, el diálogo entre el docente y los estudiantes juega un papel crucial en la enseñanza matemática permitiendo que los estudiantes expliquen sus razonamientos y reciban retroalimentación constructiva, tanto del docente como de sus compañeros. Este proceso involucra una interacción activa en la que los estudiantes no solo presentan sus propios argumentos, sino que también comparan sus ideas con las de los demás, refinando y ajustando sus razonamientos a través de la discusión. Este carácter inherentemente social del proceso es fundamental para una comprensión profunda de las Matemáticas (Freudenthal, 1981). En un entorno colaborativo y digital, los estudiantes pueden compartir sus hipótesis y recibir comentarios detallados de sus compañeros, lo que les ayuda a reconocer errores y a mejorar la precisión de sus argumentos matemáticos (dello Iacono, 2021). Este intercambio no solo fortalece la comprensión matemática, sino que promueve un espacio para el desarrollo de destrezas fundamentales como la comunicación y la argumentación para un aprendizaje profundo de las Matemáticas.

El Diálogo Heurístico

En 1945, el matemático George Polya introdujo la idea del diálogo heurístico, un método de enseñanza en el que el docente guía a los estudiantes en el descubrimiento matemático mediante preguntas estratégicas y planificadas (Polya, 1945). Esta estrategia fomenta que los estudiantes exploren y construyan soluciones a través de preguntas como “¿qué pasaría si...?” o “¿cómo podrías verificar esa idea?”. Este proceso les permite analizar los componentes de un problema y decidir sobre posibles caminos a seguir, promoviendo un ambiente en el que el error se convierte en una oportunidad para revisar y ajustar su razonamiento.

Por ejemplo, en una actividad de geometría en la que los estudiantes deben demostrar que las diagonales de un paralelogramo se bisecan mutuamente, el docente podría comenzar preguntando: “¿Qué sabemos sobre las propiedades de los lados opuestos en un paralelogramo?”

Esta pregunta inicial estimula a los estudiantes a recordar que los lados opuestos son paralelos y congruentes, lo cual es un primer paso importante. Luego, el docente podría continuar: “¿Qué ocurriría si trazamos ambas diagonales? ¿Cómo podrían ayudarnos esas líneas adicionales a verificar la bisección?” Aquí, los estudiantes son guiados a dibujar y observar cómo las diagonales se cruzan, lo que los lleva a ver cómo se pueden formar triángulos congruentes.

En el caso de que los estudiantes lleguen a una conclusión incorrecta, el docente podría seguir con preguntas como: “¿Puedes probar que esos triángulos son congruentes? ¿Qué otros datos necesitarías para estar seguro?” Con estas preguntas, el diálogo heurístico se utiliza para promover un ambiente en el que el error se valora como parte del proceso de aprendizaje. Cada respuesta, correcta o no, sirve como un paso hacia el refinamiento de sus ideas y les provee una oportunidad para reconsiderar sus suposiciones.

Lakatos (1976) amplía esta idea al sostener que las conjeturas matemáticas se fortalecen y refinan mediante la crítica y la refutación. Así, el diálogo heurístico no solo facilita el descubrimiento, sino que convierte los errores en elementos esenciales para la validación de ideas, ya que cada intento fallido abre la puerta a un aprendizaje más profundo y a un ajuste de la estrategia hacia una solución más sólida. En este sentido, el diálogo heurístico va más allá de la simple búsqueda de respuestas correctas; crea un espacio donde el error y la incertidumbre son vistos como pasos naturales y necesarios en el proceso de construcción del conocimiento matemático, permitiendo a los estudiantes desarrollar una mentalidad de aprendizaje flexible y crítica.

Conjeturas en Matemáticas

Las conjeturas son hipótesis que surgen durante la exploración matemática y que requieren validación a través de pruebas o contraejemplos. Una conjetura es una suposición informada que invita a ser puesta a prueba. Según Van de Walle et al. (2010), la formulación de conjeturas es un proceso clave en el desarrollo del pensamiento matemático, pues implica observar patrones, hacer generalizaciones y justificar razonamientos. Este proceso es especialmente relevante en la enseñanza de la geometría, donde las propiedades visuales y espaciales permiten a los estudiantes plantear y refutar hipótesis de manera colaborativa y a través del diálogo.

En cuanto a la calidad de las conjeturas, no se trata tanto de que existan “buenas” o “malas”, sino de que algunas conjeturas pueden ser más sólidas o justificadas que otras de acuerdo a su capacidad para resistir pruebas y contraargumentos. Lakatos (1976) sugiere que una buena conjetura es aquella que puede ser mejorada y fortalecida a través de la crítica, el refinamiento, y la refutación de posibles errores. Así, en el diálogo heurístico, los estudiantes y el docente participan en un proceso de cuestionamiento mutuo, en el cual los estudiantes deben defender sus conjeturas mientras otros intentan encontrar contraejemplos o plantear dudas.

En la literatura, algunos criterios para evaluar las conjeturas incluyen su consistencia con axiomas y teoremas previos, a posibilidad de aplicar la conjetura en diferentes contextos o ejemplos y su capacidad explicativa (si permite a otros comprender y predecir propiedades matemáticas adicionales) (Schoenfeld, 1985). El docente, a través del diálogo heurístico, asegura que los estudiantes revisen estos aspectos preguntando, por ejemplo: “¿Puedes justificar esta

conjetura usando las propiedades conocidas?” o “¿Existe algún caso en el que esta conjetura no sea cierta?”. De esta forma, el diálogo no solo valida o invalida conjeturas, sino que refuerza la comprensión matemática y el rigor de los razonamientos al someterlos a un análisis crítico y colaborativo.

El Rol del Diálogo Heurístico en la Comunicación de Conjeturas

El diálogo heurístico desempeña un papel central en la formulación y comunicación de conjeturas. En un entorno educativo donde se fomenta el diálogo abierto, los estudiantes tienen la oportunidad de verbalizar sus hipótesis y recibir retroalimentación inmediata, lo que facilita la corrección de errores y la validación de ideas. Cobb y Bauersfeld (1995) destacan la importancia de crear un ambiente de colaboración, donde las preguntas abiertas estimulan la reflexión y la exploración conjunta de problemas matemáticos. Esta estrategia no solo favorece la construcción de conocimiento, sino que también promueve el desarrollo de habilidades de comunicación en el contexto matemático.

El uso de preguntas estratégicas es fundamental para guiar a los estudiantes en el proceso de conjetura. Según Clements (2003), las preguntas abiertas permiten a los estudiantes formular sus propias hipótesis, lo que fomenta un aprendizaje más profundo y significativo. Devlin (1998) enfatiza que la validación de una conjetura requiere una comunicación clara y efectiva, utilizando el lenguaje matemático adecuado para transmitir ideas complejas. Este proceso es crucial para la transición del pensamiento intuitivo al pensamiento formal (Tall y Vinner, 1981).

Diálogo Heurístico en la Geometría Dinámica

En la geometría dinámica, el diálogo heurístico se convierte en una herramienta poderosa para guiar a los estudiantes en la exploración activa de conceptos geométricos dentro de un entorno interactivo, como GeoGebra o Desmos. A diferencia de la geometría tradicional, donde las figuras y construcciones son estáticas, en la geometría dinámica los estudiantes pueden manipular puntos, líneas y figuras en tiempo real, observando de inmediato cómo estos cambios afectan propiedades y relaciones.

En este contexto, el docente puede utilizar el diálogo heurístico para invitar a los estudiantes a formular y poner a prueba conjeturas de manera dinámica. Preguntas como “¿qué sucede cuando mueves este punto a lo largo de la circunferencia?” o “¿cómo cambia la relación entre los lados del triángulo al ajustar este ángulo?” ayudan a los estudiantes a observar patrones emergentes y a desarrollar una comprensión intuitiva y visual de las propiedades geométricas.

Schoenfeld (1985) resalta que esta estrategia fomenta la autonomía en los estudiantes, ya que les permite experimentar y realizar modificaciones en sus construcciones según sus observaciones.

En la geometría dinámica, esta autonomía es crucial: los estudiantes pueden ajustar sus hipótesis de forma visual y verificarlas en un entorno interactivo, lo cual enriquece su capacidad para justificar conclusiones a partir de observaciones directas y experiencias manipulativas. De esta manera, el diálogo heurístico en la geometría dinámica no solo facilita el aprendizaje activo

y exploratorio, sino que también fortalece el razonamiento crítico y la habilidad para comunicar argumentos matemáticos fundamentados.

Evaluación de la Comunicación Matemática en el Diálogo Heurístico

La valoración del proceso de comunicación resulta clave para medir el impacto del diálogo heurístico en el aprendizaje matemático. Brown (2001) y Wiliam (2010) coinciden en sus trabajos de evaluación formativa en que los estudiantes deben reflexionar sobre su propio proceso de razonamiento, identificando fortalezas y posibles áreas de mejora en su expresión matemática. Según Wiliam (2010), la validez no reside en la herramienta empleada (transcripción, cuestionario o rúbrica), sino en la solidez del argumento constructual que establezca un vínculo entre lo observado (turnos de diálogo e interacciones) y el constructo heurístico que el alumno desea describir y evaluar.

En el ámbito de la geometría y la geometría analítica, una evaluación formativa bien diseñada puede orientar a los estudiantes hacia:

- El uso preciso del lenguaje matemático.
- La claridad en la exposición de sus conjeturas.
- La capacidad de ajustar hipótesis al encontrar contraejemplos o contradicciones.

De este modo, se favorece una reflexión justa y rigurosa sobre cómo los alumnos elaboran y comunican sus ideas matemáticas.

Conclusiones

El diálogo heurístico se presenta como una herramienta pedagógica poderosa para la enseñanza de la Matemática, especialmente en la formulación y validación de conjeturas geométricas. Esta estrategia no solo facilita la construcción de conocimiento, sino que también promueve habilidades comunicativas fundamentales para el desarrollo del pensamiento matemático. La incorporación del diálogo en la Educación Matemática, como sugieren Ernest (1998) y Polya (1945), representa un cambio necesario hacia un enfoque más comprensivo e inclusivo en la enseñanza de la Matemática.

Referencias y bibliografía

- Ball, D. L., & Bass, H. (2003). Making Mathematics Reasonable in School. *Journal of Teacher Education*, 54(3), 197-206.
- Brown, M. (2001). *Evaluación en la educación matemática*. NCTM.
- Cobb, P., & Bauersfeld, H. (Eds.). (1995). *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Clements, D. H. (2003). *Learning and Teaching Geometry*. NCTM.
- Dello Iacono, U. (2021). From Argumentation to Proof in Geometry Within a Collaborative Computer-Based Environment. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 7(3), 395–426. <https://doi.org/10.1007/s40751-021-00090>
- Devlin, K. (1998). *The Language of Mathematics: Making the Invisible Visible*. W. H. Freeman.

- Ernest, P. (1998). *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*. SUNY Press.
- Freudenthal, H. (1981). Major Problems of Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 133-150.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge University Press.
- Polya, G. (1945). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University Press.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. Allyn & Bacon.
- Wiliam, D. (2010). Chapter 8: What counts as evidence of educational achievement? the role of constructs in the pursuit of equity in assessment. *Review of Research in Education*, 34(1), 254–284.
<https://doi.org/10.3102/0091732X09351544>