Las potencialidades del juego de la balanza en el desarrollo del pensamiento relacional de los niños/as en edad preescolar[1]

Nathalie **Anwandter Cuellar**
Université du Québec en Outaouais
Québec, Canadá
nathalie.anwandter@uqo.ca
Elise **Abdallah**
Université du Québec en Outaouais
Québec, Canadá
elise.abdallah@uqo.ca
Raphaëlle **Dufour**
Université du Québec à Rimouski
Québec, Canadá
raphaelle.dufour@uqar.ca

Resumen

La investigación explora el potencial de un juego de balanza para favorecer la aparición del pensamiento relacional y la comprensión de la equivalencia en niño/as de 4 a 6 años. La metodología se basa en esta actividad lúdica, que se realizó en cinco clases de educación preescolar, con 44 participantes, y que les permitió experimentar y reconocer relaciones de equivalencia en un contexto no simbólico y no numérico gracias a la comparación de pesos. Los resultados sugieren que este juego ayuda a desarrollar el pensamiento relacional y destaca las diferencias colectivas e individuales de los niños/as en la interpretación intuitiva de las equivalencias y de las relaciones.

Palabras clave: Pensamiento relacional; Equivalencia matemática; Juegos, Educación prescolar.

[1] Esta investigación fue financiada por el Conseil de recherches en sciences humaines (CRSH).

Definición y relevancia del problema

El pensamiento relacional es considerado un elemento fundamental en el desarrollo de las competencias algebraicas y aritméticas de los alumnos de todas las edades, ya que facilita la conexión entre estos dos dominios. A diferencia de una visión operacional, que se enfocan en las operaciones y su ejecución, el pensamiento relacional pone énfasis en las relaciones y las propiedades de las operaciones aritméticas (Carpenter et al., 2005). No obstante, aunque existen numerosas investigaciones sobre el pensamiento relacional en los niveles de educación primaria y secundaria (Anwandter Cuellar, Polotskaia y Passaro, 2021; Polotskaia, 2017), los estudios centrados en la población preescolar siguen siendo limitados.

Una de las formas de desarrollar el pensamiento relacional consiste en reorientar la enseñanza del símbolo de igualdad como una equivalencia. De hecho, en las escuelas, predomina una concepción operacional del símbolo de igualdad, el cual se entiende principalmente como "la respuesta siguiente" o "una operación por realizar", en lugar de una relación de equivalencia entre dos expresiones (Carpenter et al., 2005). Sin embargo, estudios demuestran una relación entre la comprensión de la equivalencia y las competencias matemáticas, particularmente en álgebra (Devlin, Hornburg y McNeil, 2023).

Aunque se han propuesto numerosas intervenciones para ayudar a los alumnos de primaria a comprender mejor la dimensión relacional del símbolo de igualdad, una resistencia significativa persiste frente a los modelos calculatorios tradicionales (McNeil y al., 2019). Además, los resultados de investigaciones (Anwandter Cuellar et al., 2019; Blanton et al., 2018) muestran que una visión operacional del símbolo de igualdad probablemente se forma mucho antes de que los niños/as comiencen formalmente la escuela. Así, surge una pregunta: ¿sería posible que una intervención temprana, incluso antes de la introducción del símbolo de igualdad y los números, pudiera favorecer la comprensión relacional y de equivalencia en los niños/as? Varios estudios sugieren que las nociones de magnitud y cantidad podrían constituir bases sólidas para este tipo de pensamiento (Davydov, 2008). Estos trabajos destacan el análisis de las relaciones de comparación entre cantidades como fundamento del desarrollo del pensamiento relacional, incluso antes de la introducción de los números. Además, algunas investigaciones han demostrado que el reconocimiento temprano de equivalencias en un formato no simbólico, mediante manipulaciones concretas, puede proteger a los niños/as de una interpretación operacional del símbolo de igualdad en etapas posteriores (Devlin y al., 2023; Sherman y Bisanz, 2009).

Así, como parte de nuestro proyecto de investigación, desarrollamos cuatro juegos matemáticos con el objetivo de estudiar la noción de equivalencia en un contexto no numérico y no simbólico en el nivel preescolar. Estas actividades permiten a los niños/as trabajar las relaciones entre pesos en un contexto concreto de manipulación mediante una balanza. Esta comunicación tiene como propósito explorar cómo uno de estos juegos puede promover la aparición del pensamiento relacional en niños/as de preescolar.

Referencial teórico

El pensamiento matemático según la teoría de la objetivación

La teoría de la objetivación, desarrollada por Radford (2006, 2012), propone una concepción del pensamiento que va más allá del marco mentalista tradicional. Según este enfoque, el pensamiento no es una actividad puramente interna, sino una "praxis cogitans", es decir, una práctica social y una reflexión arraigada en la experiencia vivida, las acciones y las interacciones sociales. Radford (2012) defiende la idea de que el pensamiento está mediado por medios semióticos — gestos, signos, artefactos y contextos culturales — que permiten comprender y estructurar los objetos del pensamiento. En particular, en Matemáticas, los medios semióticos como los gestos, el discurso y los artefactos son esenciales para la construcción del sentido. No se limitan a expresar procesos mentales internos, sino que permiten a los estudiantes construir y comprender el significado de las ideas matemáticas de manera dinámica e interactiva, vinculando acciones concretas con símbolos y representaciones abstractas (Radford, 2006).

El pensamiento relacional y la relación de equivalencia

El pensamiento relacional se centra en las relaciones y estructuras subyacentes a las operaciones aritméticas, más que en los procedimientos de cálculo (Carpenter et al., 2005). Por ejemplo, para comparar 18 + 14 y 18 + 16, muchos estudiantes realizarían las sumas (32 < 34). Un enfoque basado en relaciones es notar que 18 está en ambos lados y que 14 < 16, entonces 18 + 14 < 18 + 16. La primera estrategia es operacional (calculamos), mientras que la segunda es relacional (razonamos sobre las relaciones).

Las investigaciones sobre el pensamiento relacional se centran particularmente en las relaciones de igualdad y desigualdad. En la enseñanza de las Matemáticas, el símbolo de igualdad "=" se utiliza comúnmente para expresar tanto la equivalencia como la igualdad, lo que puede llevar a interpretaciones diversas. Por ejemplo, Theis (2005) explica que la expresión "2 + 3 = 5" puede percibirse de dos maneras diferentes: por un lado, como una situación de igualdad donde un niño/a reúne dos conjuntos (dos fichas sumadas a otras tres) y, por otro lado, como una situación de equivalencia donde dos niños/as comparan la cantidad de fichas, sin que estos elementos sean físicamente idénticos. Este concepto de equivalencia posee varias propiedades relacionales, como la simetría, la sustitución, la reflexividad y la transitividad. Antes del aprendizaje de los números y los cálculos, un pensamiento relacional es aquel que cuestiona o reconoce la equivalencia de magnitudes o cantidades a través de las acciones y del discurso que lo acompañan.

El rol de la balanza de platillos en la comprensión de la equivalencia

Si la enseñanza tradicional de las Matemáticas comienza con el conteo y las operaciones aritméticas, los estudiantes no tienen otra opción que basar su pensamiento relacional en sus conocimientos numéricos. Davydov (2008) propone un cambio fundamental, al poner énfasis en el aprendizaje de las relaciones entre las magnitudes y las cantidades antes del estudio formal de los números y las operaciones. En nuestro proyecto, hemos decidido centrarnos en el contexto del peso utilizando una balanza de platillos. Este instrumento concreto sirve como puente entre la experiencia sensorial inmediata y la abstracción matemática. Más específicamente, la balanza de platillos representa un artefacto que permite comparar pesos, donde los niños/as pueden colocar objetos reales y estudiar la equivalencia entre los dos platillos, sin necesidad de usar números o símbolos. Este modelo dinámico permite una interacción con el objeto y proporciona una retroalimentación en tiempo real sobre el estado de equilibrio, lo que permite a los estudiantes verificar inmediatamente los resultados de sus manipulaciones y razonamientos (Otten, Van den Heuvel-Panhuizen y Veldhuis, 2019).

Método

Diseñamos cuatro juegos que fueron implementados en cinco clases de preescolar (44 niños/as). Los juegos 1 y 2 establecían las bases de conocimiento necesarias para las actividades posteriores, mientras que los juegos 3 y 4 se centraban en la aparición del razonamiento relacional. Dirigidos en pequeños grupos por las investigadoras, estos juegos fueron filmados cada dos semanas, dejados en clase entre las visitas de las investigadoras y luego grabados durante los períodos de juegos libres.

Para esta comunicación, nos centraremos más específicamente en el tercer juego. En este juego de reglas compuesto por cartas y bloques que representan animales, se presenta a los niños/as el desafío de equilibrar una balanza con dos platillos en función de los animales que aparecen en la carta que se extrae. El peso de cada animal es desconocido para los niños/as. Los animales pesan 10 g (ratón-azul), 20 g (gato-rojo), 30 g (perro-verde) y 40 g (cerdo-amarillo). Por lo tanto, se pueden observar varias relaciones: p(2 ratones) = p(1 gato); p(1 ratón y 1 gato) = p(1 perro); p(2 gatos) = p(1 cerdo), etc.

Figura 1. Cartes et blocs des jeux.

Cuando el niño/a logra obtener una equivalencia de peso, conserva su carta del juego. El ganador es el jugador que tenga más cartas al final del juego. Estas cartas, que se presentan en diferentes niveles de dificultad (por ejemplo, 4 cerdos; 2 ratones + 2 gatos; 2 ratones + 1 gato + 1 cerdo; etc.), permiten observar diversas relaciones y estrategias relacionadas con el pensamiento relacional.

El análisis de los videos se llevó a cabo mediante un enfoque semi-inductivo (Blais y Martineau, 2006), teniendo en cuenta tanto del discurso como de los gestos de los alumnos para reconstruir sus procesos de pensamiento (Radford, 2012). Para ello, realizamos la codificación de los videos utilizando el software Atlas.ti. Los códigos creados se agruparon en cinco categorías: niño/a que juega, carta en mano, estrategia movilizada (según los gestos y el discurso del niño/a), equilibrio obtenido o no obtenido de la balanza, tipo de relaciones (según el discurso del niño/a).

Resultados

Dado que nos interesa el potencial del juego 3 para fomentar la emergencia del pensamiento relacional, presentaremos resultados cuantitativos relacionados con los tipos de relaciones establecidas por los participantes, así como análisis cualitativos mediante tres ejemplos de niños/as para ilustrar estos resultados.

Resultados generales

Hemos codificado las relaciones en los discursos de los 44 participantes según su naturaleza como muestra en la Tabla 1 (cf. Tabla 1).

Tabla 1
Códigos de relaciones identificadas en los discursos de los niños/as

Tipo relación	Descripción	Ejemplo de discurso
Relación cualitativa	El niño/a discute las relaciones cualitativas y aproximadas de los pesos de los objetos.	“El ratón es más ligero que el perro”
Relación cuantitativa	El niño/a discute las relaciones cuantitativas relacionadas con el número de objetos (cantidad de objetos).	“Cuatro ratones son lo mismo que dos y dos”
Relación directa	El niño/a discute las relaciones de equivalencia directas entre los pesos de los animales.	“Tres ratones son lo mismo que un perro”
Relación concreta	El niño/a discute las relaciones observadas a través del material concreto (balanza y animales).	“Porque la balanza está así”

Entre los pequeños/as participantes que hablaron (34 en total), en 21 niños/as identificamos solo un tipo de relación durante el juego, mientras que en 12 identificamos dos. Solo una niña expresó tres tipos de relaciones. La tabla 2 (cf. Tabla 2) muestra el resumen de estos resultados.

Tabla 2
Frecuencias de tipos de relaciones identificadas en los discursos de los niños/as.

Número de tipos de relaciones	Tipo de relación	Número de niños/as.
Sin discurso	-	10
	Relación cualitativa	10
Un tipo de relación	Relación cuantitativa	2
	Relación directa	8
	Relación concreta	1
Dos tipos de relación	Relación cuantitativa y cualitativa	6
	Relación cualitativa y concreta	1
	Relación directa y concreta	1
	Relación directa y cualitativa	4
Tres tipos de relación	Relación directa, cualitativa y cuantitativa	1

Se puede observar que las relaciones más frecuentemente mencionadas son las relaciones cualitativas, donde los niños/as comparan los pesos de manera aproximada, y las relaciones directas, donde establecen la equivalencia entre los pesos de los animales; por ejemplo, los participantes son capaces de realizar sustituciones de pesos. Sin embargo, estas manifestaciones dependen del contexto en su totalidad (artefactos, interacciones, experiencias, entre otros aspectos.). Así, para precisar algunos elementos del pensamiento relacional, hemos seleccionado pasajes de vídeos de tres alumnos: Sofía, Steve y Nicolás, para afinar el análisis de nuestros datos.

Ejemplos de pasajes de los videos de tres niños/as

El caso de Sofía. Hemos interpretado en Sofía tres tipos de relaciones diferentes a lo largo del juego 3. En esta sección presentaremos dos de ellas. Para la carta de 2 gatos y 4 ratones, las soluciones a encontrar son p(4 ratones) = p(2 gatos) o bien p(2 ratones y 1 gato) = p(2 ratones y 1 gato). Para esta carta, Sofía coloca 2 gatos en C1 (el recipiente 1 de la balanza) y lo observa (C1 está más bajo). Luego, coloca los 4 ratones en C2 (el recipiente 2 de la balanza). La niña observa la balanza hasta que esté equilibrada.

Sofía: ¡¡Sí!!! (levanta los brazos)
Investigadora: ¿Cómo lo sabías?
Sofía: Porque el gato es lo mismo que dos, porque es la misma altura... (inaudible).
Investigadora: Ah, ¡OK, bravo!

Sofía domina bien las reglas del juego. Ella realiza una compensación de los pesos de 2 gatos con los 4 ratones para equilibrar la balanza. El equilibrio de la balanza confirma la exactitud de su estrategia. Posteriormente, el discurso de Sofía demuestra que es capaz de verbalizar una relación correcta y directa entre los pesos de los animales. De hecho, utiliza una equivalencia conocida (p(2 ratones) = p(1 gato)) para establecer la equivalencia, ya que las cartas del juego le permitieron observar esta equivalencia previamente. Sofía recuerda esta relación de equivalencia y la aplica por sustitución en su nueva carta. Más tarde, la compañera de Sofía toma la carta con 4 cerdos. Las dos niñas trabajan juntas.

Sofía: dos aquí y dos allá, (señalando los dos recipientes de la balanza) (su compañera coloca los bloques. La balanza está equilibrada)
Investigadora: ¿Por qué dijiste, Sofía, que había que poner dos y dos?
Sofía: Porque dos y dos hacen cuatro, y si ponemos dos en cada nivel, mantienen la misma altura.
Investigadora: ¡Está bien, bravo!

Para esta carta, el discurso de Sofía parece hacer referencia a las cantidades de objetos (dos aquí y dos allá) en lugar de a los pesos. En esta tarea, sus palabras revelan una observación de una relación cuantitativa entre los pesos de los animales. Esta carta requiere el uso de este tipo de relación, ya que son los mismos objetos los que deben distribuirse. También se observa que Sofía describe el equilibrio de la balanza como "teniendo la misma altura". Así, Sofía es capaz de utilizar diferentes tipos de relaciones según el avance del juego, el tipo de carta y la observación de la balanza.

El caso de Steve. El compañero de un niño, al que llamaremos Steve, toma la carta de 2 ratones y 1 gato. Su compañero coloca un gato en C1 y un ratón en C2. Steve le indica que coloque el ratón en C2, pero su amigo lo pone en C1 (C1 está más bajo que C2). Steve mueve su mano de forma horizontal junto a la balanza y niega con la cabeza para indicar "no".

> *Investigadora: ¿Qué había que hacer?*
> *Steve: ponerlo en el mismo (indica mover el ratón a C2) (su compañero mueve el ratón de C1 a C2).*
> *Investigadora: ¡Ganaste! Porque dos ratones pesan lo mismo que el gato.*
> *Steve: porque él, es más pesado (indica el gato).*

Steve manifiesta a través de su discurso (es más pesado) un tipo de relación cualitativa, que hace referencia a los pesos aproximativos de los animales, más que a las cantidades. Además, utiliza un gesto preciso para indicar que la balanza no está equilibrada y que no está de acuerdo con la propuesta de su amigo. Más tarde, Steve obtiene la carta con 2 gatos y 4 ratones. Primero, coloca dos ratones y 1 gato en C1. Observa la balanza. Luego, coloca dos ratones en C2 y observa nuevamente. Ve que aún queda 1 gato por colocar. Para compensar, lo pone en el contenedor más alto de la balanza (C2) para lograr equilibrar la balanza.

> *Investigadora: ¿Por qué funciona?*
> *Steve: Porque es lo mismo (señala el interior de los recipientes de la balanza) […] son los mismos bloques.*

Steve, para la primera carta, se basa en los pesos aproximativos, y para la segunda carta justifica sus comentarios diciendo que los objetos son idénticos. Así interpretamos una relación cualitativa y una relación cuantitativa en el discurso de Steve. A diferencia de Sofía, él no hizo sustituciones, ni reutilizó la relación entre el peso del ratón y el peso del gato que manifestó para la primera carta.

El caso de Nicolás. Un niño, Nicolás, eligió la carta: 5 ratones, 1 perro y 2 cerdos. Se trata de una carta compleja que no permite utilizar estrategias cuantitativas. Primero, Nicolás pesa los ratones, coloca 2 ratones en C1 y 3 ratones en C2 (C2 está más bajo que C1). Luego pesa con su mano al perro y lo coloca en C2. Su compañero coloca los dos cerdos en C1 (C1 está más bajo que C2). Nicolás y su compañero observan la balanza y se dan cuenta de que no ganaron. Nicolás, en un intento de contrarrestar los pesos, mueve un cerdo de C1 a C2 (C2 está más bajo que C1). Observan la balanza en silencio. Nicolás cambia el perro de C2 a C1. Luego lo vuelve a poner en C2 y quita 2 ratones de C2 y los coloca en C1. Se da cuenta de que ha tenido éxito.

> *Investigadora: ¿Entonces qué podemos decir cuando miramos todo esto?*
> *Nicolás: que es igual.*

Podemos remarcar que, para Nicolás, los gestos de pesar, contrarrestar y la observación de la balanza contribuyeron al éxito de la tarea. Nuestras observaciones muestran claramente que Nicolás parece manifestar un tipo de relación que se basa en lo concreto (los gestos, la observación de los recipientes, contrarrestar) y utiliza el ensayo-error. En el caso de las cartas más complejas, los niños/as, como Nicolás, parecen emplear estrategias basadas en la experimentación y manipulación de los recipientes y los animales. Las acciones de Nicolás permanecen centradas en un enfoque material: el centro de gravedad del sistema se organiza en torno a la acción con los artefactos y la percepción.

Discusión/Conclusión

Las investigaciones previas han explorado principalmente el pensamiento relacional a través de los conceptos de igualdad y equivalencia, en contextos donde ya estaban presentes los símbolos y los números (Blanton et al., 2018; McNeil et al., 2019; Stephens et al., 2020). Sin embargo, nuestro estudio se enmarca en un enfoque que sugiere que este pensamiento puede desarrollarse en los niños/as antes de la introducción de los números, apoyándose en las nociones de magnitud y cantidad (Davydov, 2008).

Este estudio pone de manifiesto las diferencias, tanto colectivas como individuales, en la comprensión de la equivalencia y las relaciones en los niños/as. En primer lugar, en nuestro grupo de niños/as, observamos una variedad en el número de relaciones manifestadas por los niños y en los tipos de relaciones. Algunos (en particular Sofía y Steve) identifican varios tipos de relaciones (cualitativas, cuantitativas, directas, concretas) según el contexto, mientras que otros solo utilizan uno. En segundo lugar, a partir de nuestro análisis cualitativo del juego 3, observamos tres elementos diferentes relacionados con la equivalencia y las relaciones. Primero, el sentido de la balanza y el equilibrio, así como su vínculo con la equivalencia, varían según los niños/as: Sofía los asocia a una "misma altura" de los recipientes, Steve los representa como una línea horizontal y Nicolás los describe con el término "igual". Además, los niños/as pueden utilizar las propiedades de la equivalencia, así como, Sofía, quien es capaz de realizar una sustitución. Finalmente, los tipos de relaciones utilizadas cambian según los niños/as. Por ejemplo, Sofía establece una relación directa entre los pesos (2 ratones = 1 gato) y la aplica a otras cartas en un enfoque más conceptual de la equivalencia, mientras que Nicolás se centra más en la percepción visual y material de la balanza, lo que interpretamos como una relación concreta.

De esta manera, los resultados preliminares obtenidos demuestran que el juego de la balanza permite explorar el pensamiento relacional en un contexto no numérico y no simbólico, y puede favorecer la emergencia de razonamientos sobre la equivalencia y las relaciones. Como indicaron Otten y su equipo (2019), las características propias de la balanza pueden asociarse con el concepto de equivalencia y sus significados relacionales, así como con las estrategias que permiten mantener el equilibrio. Más específicamente, el análisis de los gestos y los discursos de los niños/as nos permitió explorar el potencial del juego de la balanza gracias a la comparación de pesos de animales. Nuestras observaciones constituyen un paso valioso hacia la construcción de tareas y situaciones matemáticas que se basen en lo que los niños/as de preescolar ya saben y que ayuden a desarrollar el pensamiento relacional. Podemos concluir que nuestro juego basado en la balanza y las relaciones entre los pesos de los animales, que puede parecer un modelo relativamente simple, es en realidad una actividad compleja, y que aún quedan muchas vías por investigar para los estudios didácticos en la educación preescolar (Otten, Van den Heuvel-Panhuizen y Veldhuis, 2019).

Referencias y bibliografía

Anwandter Cuellar, N.S., Polotskaia, E. y Passaro, V. (2021). La genèse de la pensée algébrique chez les enfants de trois à huit ans. Une revue de la littérature scientifique. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education,* 21, 740–757. https://doi.org/10.1007/s42330-021-00185-z

Anwandter Cuellar, N.S, Lessard, G., Boily M. y Mailhot, D. (2019). Emergencia del pensamiento algebraico en preescolar: estrategias de alumnos en relación con el concepto de equivalencia matemática. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 8(2): 1-16.

Blais, M., et Martineau, S. (2006). L'analyse inductive générale: description d'une démarche visant à donner un sens à des données brutes. *Recherches qualitative*s, 26(2), 1-18.

Blanton, M., Otálora, Y., Brizuela, B. M., Gardiner, A. M., Sawrey, K. B., Gibbins, A., y Kim, Y. (2018). Exploring Kindergarten Students' Early Understandings of the Equal Sign. *Mathematical Thinking and Learning*, 20(3), 167–201.

Carpenter, T. P., Madison, L. L., Franke, M. L., y Zeringue, J. K. (2005). Algebra in Elementary School: Developing Relational Thinking. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 53-59.

Davydov, V. V. (2008). *Problems of developmental instruction: a theoretical and experimental psychological study*. Nova Science Publishers.

Devlin, B. L., Hornburg, C. B., y McNeil, N. M. (2023). Kindergarten predictors of formal understanding of mathematical equivalence in second grade. *Developmental Psychology*, 59(8), 1426–1439. https://doi.org/10.1037/dev0001559

Matthews, P., Rittle-Johnson, B., McEldoon, K., y Taylor, R. (2012). Measure for measure: What combining diverse measures reveals about children's understanding of the equal sign as an indicator of mathematical equality. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(3), 316–350. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.43.3.0316

McNeil, N. M., Hornburg, C. B., Brletic-Shipley, H., y Matthews, J. M. (2019). Improving children's understanding of mathematical equivalence via an intervention that goes beyond nontraditional arithmetic practice. *Journal of Educational Psychology*, 111(6), 1023–1044. https://doi.org/10.1037/edu0000337

Polotskaia E. (2017). How the relational paradigm can transform the teaching and learning of mathematics: Experiment in Quebec. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 18(2), 161-180.

Otten, M., Van den Heuvel-Panhuizen, M. y Veldhuis, M (2019). The balance model for teaching linear equations: a systematic literature review. IJ STEM Ed 6, 30.. https://doi.org/10.1186/s40594-019-0183-2

Radford, L. (2012). Early algebraic thinking, epistemological, semiotic, and developmental issues. Lectura presentada en el *12th International Congress on Mathematical Education*, Seoul, Korea, 8 al 15 Julio, 2012.

Radford, L. (2006). Elements of a Cultural Theory of Objectification. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, número spécial Semiotics, Culture and Mathematical Thinkin*g, 103-129.

Sherman, J., y Bisanz, J. (2009). Equivalence in symbolic and nonsymbolic contexts: Benefits of solving problems with manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 101(1), 88–100. https://doi.org/10.1037/a0013156

Stephens, A., Sung, Y., Strachota, S., Torres, R. V., Morton, K., Gardiner, A. M., … Stroud, R. (2020). The role of balance scales in supporting productive thinking about equations among diverse learners. *Mathematical Thinking and Learnin*g, 24(1), 1–18. https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1793055